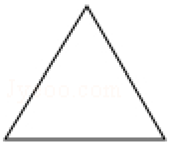
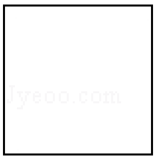
2014年黑龙江省牡丹江市中考真题数学

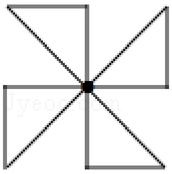
一、选择题(每小题3分，满分27分)

1.(3分)下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形.故此选项错误；
B、是中心对称图形，不是轴对称图形.故此选项错误；
C、既是轴对称图形，不是中心对称图形.故此选项正确；
D、不是轴对称图形，是中心对称图形.故此选项错误.
答案：C.
点评：　本题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念:轴对称图形的关键是寻找对称

2.(3分)在函数$y=\frac{1}{\sqrt{x}}$中，自变量x的取值范围是(　　)

A. $x\geqslant 0$
B. $x>0$
C. $x\neq 0$
D. $x>0$且$x\neq 1$
解析：根据题意得到：$x>0$，
答案：B.

3.(3分)下列计算正确的是(　　)

A. $2a^2+a=3a^2$
B. $2a^{-1}=\frac{1}{2a}(a\neq 0)$

C. $(-a^2)^3 \div a^4=-a$

D. $2a^2 \cdot 3a^3=6a^5$

解析：A、$2a^2+a$，不是同类项不能合并，故 A 选项错误；

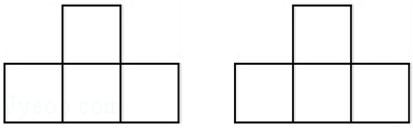
B、$2a^{-1}=\frac{2}{a}(a\neq 0)$，故 B 选项错误；

C、$(-a^2)^3 \div a^4=-a^2$，故 C 选项错误；

D、$2a^2 \cdot 3a^3=6a^5$，故 D 选项正确.

答案：D.

4.(3 分)由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图如图，则搭成该几何体的小正方体的个数最少是(　　)



主视图　　左视图

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

解析：根据左视图和主视图，这个几何体的底层最少有 1+1+1=3 个小正方体，

第二层最少有 1 个小正方体，因此组成这个几何体的小正方体最少有 3+1=4 个.

答案：B.

5.(3 分)将抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 向左平移 1 个单位,得到的抛物线与 y 轴的交点坐标是(　　)

A. (0，2)

B. (0，3)

C. (0，4)

D. (0，7)

解析：抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 的顶点坐标为(1，3)，把点(1，3)向左平移 1 个单位得到点的坐标为(0,3),所以平移后抛物线解析式为 $y=x^2+3$,所以得到的抛物线与 y 轴的交点坐标为(0，3).

答案：B.

6.(3 分)若 x：y=1：3，2y=3z，则 $\frac{2x+y}{z-y}$ 的值是(　　)

A. -5

B. $-\frac{10}{3}$

C. $\frac{10}{3}$

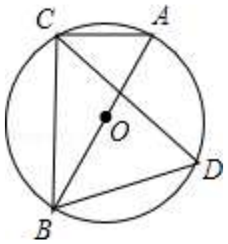
D. 5

解析：∵x：y=1：3，∴设 x=k，y=3k，

∵2y=3z，∴z=2k，∴$\frac{2x+y}{z-y}=\frac{2\cdot k+3k}{2k-3k}=-5$.

答案：A.

7.(3 分)如图，⊙O 的直径 AB=2，弦 AC=1，点 D 在⊙O 上，则∠D 的度数是(　　)



A.30°

B.45°

C.60°

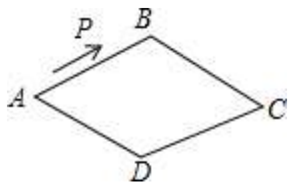
D.75°

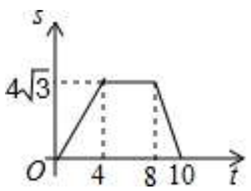
解析：∵⊙O 的直径是 AB，∴∠ACB=90°，

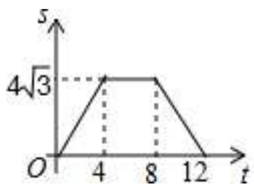
又∵AB=2，弦 AC=1，∴$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$，∴∠B=30°，∴∠A=∠D=60°.

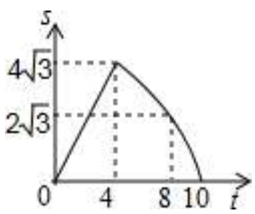
答案：C.

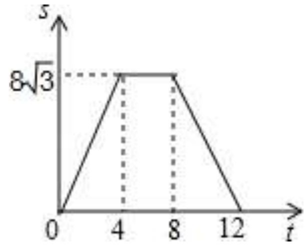
8.(3 分)如图，点 P 是菱形 ABCD 边上一动点，若∠A=60°，AB=4，点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长的速度沿 A→B→C→D 的路线运动，当点 P 运动到点 D 时停止运动，那么△APD 的面积 S 与点 P 运动的时间 t 之间的函数关系的图象是(　　)



A. 

B. 

C. 



D.

解析：∵∠A=60°，AB=4，∴菱形的高=$4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，

点 P 在 AB 上时，△APD 的面积 $S=\frac{1}{2}\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}t=\sqrt{3}t(0\leqslant t\leqslant4)$；

点 P 在 BC 上时，△APD 的面积 $S=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(4<t\leqslant8)$；

点 P 在 CD 上时，△APD 的面积 $S=\frac{1}{2}\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}(12-t)=-\sqrt{3}t+12\sqrt{3}(8<t\leqslant12)$，

纵观各选项，只有 B 选项图形符合.

答案：B.

9.(3 分)如图，矩形 ABCD 中，O 为 AC 中点，过点 O 的直线分别与 AB，CD 交于点 E，F，连接 BF 交 AC 于点 M，连接 DE，BO.若∠COB=60°，FO=FC，则下列结论：

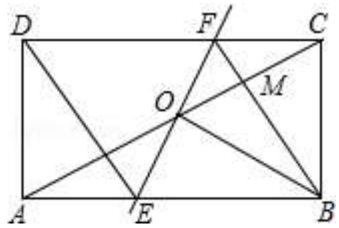
①FB⊥OC，OM=CM；

②△EOB≌△CMB；

③四边形 EBFD 是菱形；

④MB：OE=3：2.

其中正确结论的个数是(　　)



A.1

B.2

C.3

D.4

解析：连接 BD，

∵四边形 ABCD 是矩形，∴AC=BD，AC、BD 互相平分，

∵O 为 AC 中点，∴BD 也过 O 点，∴OB=OC，

∵∠COB=60°，OB=OC，∴△OBC 是等边三角形，∴OB=BC=OC，∠OBC=60°，

在△OBF 与△CBF 中，$\begin{cases}FO=FC\\BF=BF\\OB=BC\end{cases}$，∴△OBF≌△CBF(SSS)，

∴△OBF 与△CBF 关于直线 BF 对称，∴FB⊥OC，OM=CM；∴①正确，

∵∠OBC=60°，∴∠ABO=30°，

∵△OBF≌△CBF，∴∠OBM=∠CBM=30°，∴∠ABO=∠OBF，

∵AB∥CD，∴∠OCF=∠OAE，

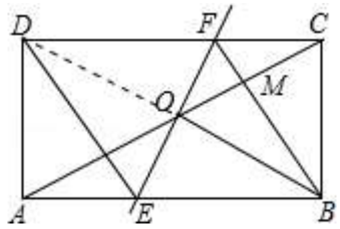
∵OA=OC，易证△AOE≌△COF，∴OE=OF，∴OB⊥EF，

∴四边形 EBFD 是菱形，∴③正确，∴△EOB≌△FOB≌△FCB，∴△EOB≌△CMB 错误.

∵∠OMB=∠BOF=90°，∠OBF=30°，∴MB=OM/$\frac{\sqrt{3}}{3}$，OF=OM/$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∵OE=OM，∴MB：OE=3：2，正确；

答案：C.



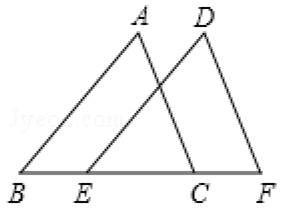
二、填空题(每小题 3 分，满分 33 分)

10.(3 分)2014 年我国农村义务教育保障资金约为 87900000000 元，请将数 87900000000 用科学记数法表示为________.

解析：87 900 000 000=8.79×10^{10}.

答案：8.79×10^{10}.

11.(3 分)如图，点 B、E、C、F 在一条直线上，AB∥DE，BE=CF，请添加一个条件______，使△ABC≌△DEF.



解析：添加 AB=DE.

∵BE=CF，∴BC=EF，

∵AB∥DE，∴∠B=∠DEF，

∵在△ABC 和△DEF 中，$\begin{cases} AB=DE \\ \angle B=\angle DEF \\ BC=EF \end{cases}$，∴△ABC≌△DEF(SAS).

答案：AB=DE(答案不唯一).

12.(3 分)某种商品每件的标价为 240 元，按标价的八折销售时，每件仍能获利 20%，则这种商品每件的进价为________元.

解析：设这种商品每件的进价为 x 元，

由题意得，240×0.8-x=10%x，解得：x=160，

即每件商品的进价为 160 元.

答案：160.

13.(3 分)一组数据 2，3，x，y，12 中，唯一的众数是 12，平均数是 6，这组数据的中位数是________.

解析：∵数据 2，3，x，y，12 的平均数是 6，∴$\frac{1}{5}$(2+3+x+y+12)=6，解得：x+y=13，

∵数据 2，3，x，y，12 中，唯一的众数是 12，∴x=12，y=1 或 x=1，y=12，
把这组数据从小到大排列为：1，2，3，12，12，则这组数据的中位数是 3；
答案：3.

14.(3 分)⊙O 的半径为 2，弦 BC=2$\sqrt{3}$，点 A 是⊙O 上一点，且 AB=AC，直线 AO 与 BC 交于点 D，则 AD 的长为_______.
解析：如图所示：

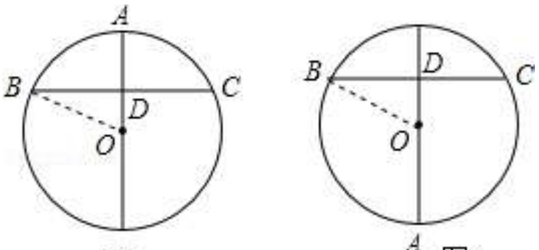
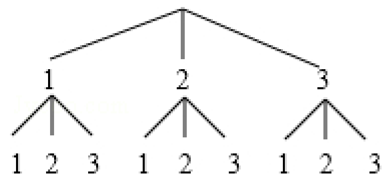


图1　　图2

∵⊙O 的半径为 2，弦 BC=2$\sqrt{3}$，点 A 是⊙O 上一点，且 AB=AC，∴AD⊥BC，∴BD=$\frac{1}{2}$BC=$\sqrt{3}$，

在 Rt△OBD 中，
∵$BD^2+OD^2=OB^2$，即$(\sqrt{3})^2+OD^2=2^2$，解得 OD=1，∴当如图 1 所示时，AD=OA-OD=2-1=1；
当如图 2 所示时，AD=OA+OD=2+1=3.
答案：1 或 3.

15.(3 分)在一个不透明的口袋中有 3 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，随机地取出一个小球然后放回，再随机地取出一个小球，则两次取出小球的标号的和是 3 的倍数的概率是____.
解析：树状图如下：

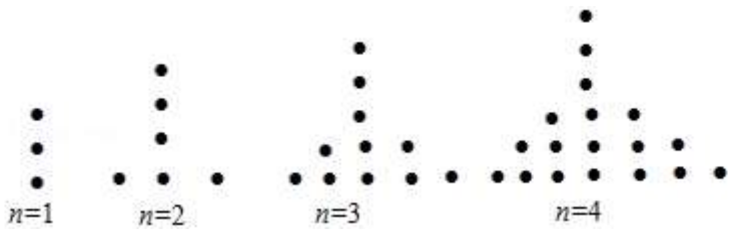


共 9 种情况，两次取出的小球的标号之和是 3 的倍数的情况数有 3 种，

所以两次取出的小球的标号之和是 3 的倍数的概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

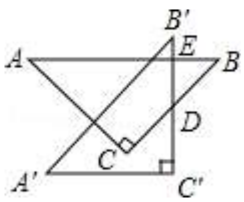
答案：$\frac{1}{3}$.

16.(3 分)如图，是由一些点组成的图形，按此规律，在第 n 个图形中，点的个数为________.



解析：第 1 个图形中点的个数为 3；
第 2 个图形中点的个数为 3+3；
第 3 个图形中点的个数为 3+3+5；
第 4 个图形中点的个数为 3+3+5+7；
…
第 n 个图形中小圆的个数为 3+3+5+7+…+(2n-1)=n^2+2.
答案：n^2+2.

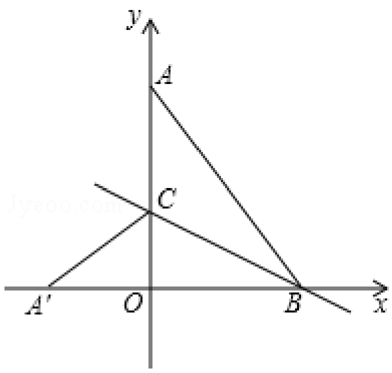
17.(3 分)如图，在△ABC 中，AC=BC=8，∠C=90°，点 D 为 BC 中点，将△ABC 绕点 D 逆时针旋转 45°，得到△A′B′C′，B′C′与 AB 交于点 E，则 $S_{四边形ACDE}$=________.



解析：由题意可得：∠B=∠BDE=45°，BD=4，
则∠DEB=90°，∴BE=DE=$2\sqrt{2}$，∴$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$，
∵$S_{\triangle ACB}=\frac{1}{2}\times AC\times BC=32$，∴$S_{四边形ACDE}=S_{\triangle ACB}-S_{\triangle BDE}=28$.
答案：28.

18.(3 分)抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 A(-3，0)，对称轴是直线 x=-1，则 a+b+c=________.
解析：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 A(-3，0)，对称轴是直线 x=-1，
∴$y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的另一交点为(1，0)，∴a+b+c=0.
答案：0.

19.(3 分)如图，在平面直角坐标系中，点 A(0，4)，B(3，0)，连接 AB，将△AOB 沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在 x 轴上的点 A′处，折痕所在的直线交 y 轴正半轴于点 C，则直线 BC 的解析式为________.



解析：∵A(0，4)，B(3，0)，∴OA=4，OB=3，

在Rt△OAB中，AB=$\sqrt{OA^2+OB^2}$=5，

∵△AOB沿过点B的直线折叠，使点A落在x轴上的点A′处，
∴BA′=BA=5，CA′=CA，∴OA′=BA′-OB=5-3=2，
设OC=t，则CA=CA′=4-t，
在Rt△OA′C中，

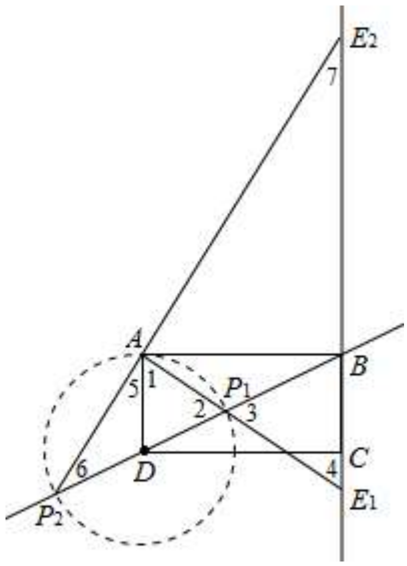
∵$OC^2+OA'^2=CA'^2$，∴$t^2+2^2=(4-t)^2$，解得t=$\frac{3}{2}$，∴C点坐标为(0，$\frac{3}{2}$)，

设直线BC的解析式为y=kx+b，

把B(3，0)、C(0，$\frac{3}{2}$)代入得$\begin{cases}3k+b=0\\ b=\frac{3}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-\frac{1}{2}\\ b=\frac{3}{2}\end{cases}$，∴直线BC的解析式为y=$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$.

答案：y=$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$.

20.(3分)矩形ABCD中，AB=2，BC=1，点P是直线BD上一点，且DP=DA，直线AP与直线BC交于点E，则CE=__________.
解析：矩形ABCD中，AB=2，AD=1，
由勾股定理得：BD=$\sqrt{5}$.
如图所示，以点D为圆心，DA长为半径作圆，交直线BD于点P_1、P_2，连接AP_1、P_2A并延长，分别交直线BC于点E_1、E_2.
∵$DA=DP_1$，∴∠1=∠2.
∵AD∥BC，∴∠4=∠3，又∵∠2=∠3，∴∠3=∠4，
∴$BE_1=BP_1=\sqrt{5}-1$，∴$CE_1=BE_1-BC=\sqrt{5}-2$；
∵DA=DP2∴∠5=∠6
∵AD∥BC，∴∠5=∠7，∴∠6=∠7，∴$BE_2=BP_2=\sqrt{5}+1$，∴$CE_2=BE_2+BC=\sqrt{5}+2$.
故答案为：$\sqrt{5}-2$或$\sqrt{5}+2$.



三、解答题(满分 60 分)

21.(5 分)先化简，再求值：$(x-\frac{2x-1}{x})\div\frac{x^2-1}{x}$，其中 x=cos60°．

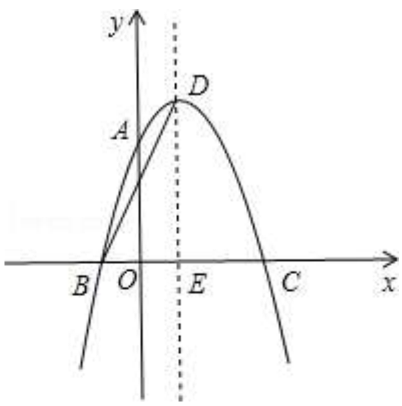
解析：先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再求出 x 的值代入进行计算即可.

答案：原式$=\frac{x^2-2x+1}{x}\div\frac{x^2-1}{x}=\frac{(x-1)^2}{x}\cdot\frac{x}{(x+1)(x-1)}=\frac{x-1}{x+1}$,

当 x=cos60°$=\frac{1}{2}$时，原式$=\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1}=-\frac{1}{3}$.

22.(6 分)如图，抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 经过点 A(0，3)，B(-1，0)，请解答下列问题：
(1)求抛物线的解析式；
(2)抛物线的顶点为点 D，对称轴与 x 轴交于点 E，连接 BD，求 BD 的长.

注：抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的顶点坐标是$(-\frac{b}{2a}，\frac{4ac-b^2}{4a})$.



解析：(1)将 A 与 B 代入抛物线解析式求出 a 与 c 的值，即可确定出抛物线解析式；
(2)利用顶点坐标公式表示出 D 坐标，进而确定出 E 坐标，得到 DE 与 OE 的长，根据 B 坐标求出 BO 的长，进而求出 BE 的长，在直角三角形 BED 中，利用勾股定理求出 BD 的长.

答案： (1)∵抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 经过点 A(0，3)，B(-1，0)，

∴将 A 与 B 坐标代入得：$\begin{cases}3=c\\0=a-2+c\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-1\\c=3\end{cases}$，

则抛物线解析式为 $y=-x^2+2x+3$；

(2)由 D 为抛物线顶点，得到 D(1，4)，

∵抛物线与 x 轴交于点 E，∴DE=4，OE=1，

∵B(-1，0)，∴BO=1，∴BE=2，

在 Rt△BED 中，根据勾股定理得：$BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

23.(6 分)在△ABC 中，AB=AC=5，BC=6，以 AC 为一边作正方形 ACDE，过点 D 作 DF⊥BC 交直线 BC 于点 F，连接 AF，请你画出图形，直接写出 AF 的长，并画出体现解法的辅助线.

解析：根据题意画出两个图形，再利用勾股定理得出 AF 的长.

答案：如图 1 所示：

∵AB=AC=5，BC=6，∴AM=4，

∵∠ACM+∠DCF=90°，∠MAC+∠ACM=90°，∴∠CAM=∠DCF，

在△AMC 和△CFD 中，$\begin{cases}\angle CMA=\angle DFC\\\angle MAC=\angle FCD\\AC=CD\end{cases}$，∴△AMC≌△CFD(AAS)，∴AM=CF=4，

故 $AF=\sqrt{4^2+7^2}=\sqrt{65}$，

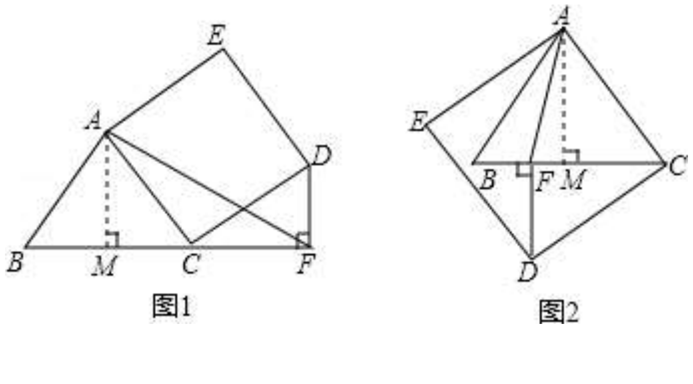
如图 2 所示：

∵AB=AC=5，BC=6，∴AM=4，MC=3，

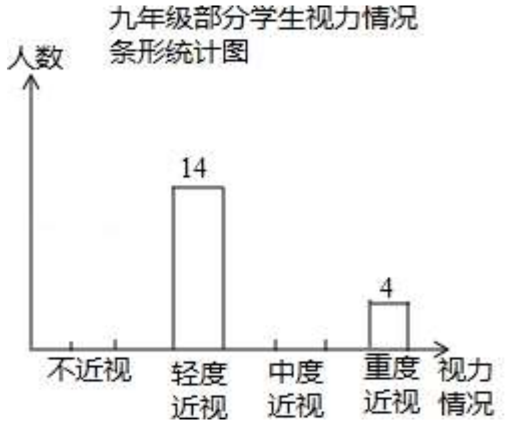
∵∠ACM+∠DCF=90°，∠MAC+∠ACM=90°，∴∠CAM=∠DCF，

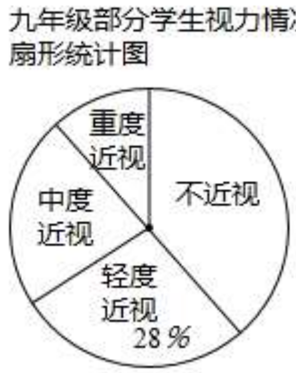
在△AMC 和△CFD 中，$\begin{cases}\angle CMA=\angle DFC\\\angle MAC=\angle FCD\\AC=CD\end{cases}$，∴△AMC≌△CFD(AAS)，∴AM=FC=4，∴FM=FC-MC=1，

故 $AF=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$.



24.(7 分)某校为了了解本校九年级学生的视力情况(视力情况分为：不近视，轻度近视，中度近视，重度近视)，随机对九年级的部分学生进行了抽样调查，将调查结果进行整理后，绘制了如下不完整的统计图，其中不近视与重度近视人数的和是中度近视人数的 2 倍.





请你根据以上信息解答下列问题：

(1)求本次调查的学生人数；

(2)补全条形统计图，在扇形统计图中，“不近视”对应扇形的圆心角度数是__144__度；

(3)若该校九年级学生有 1050 人，请你估计该校九年级近视(包括轻度近视，中度近视，重度近视)的学生大约有多少人.

解析：(1)根据轻度近视的人数是 14 人，占总人数的 28%，即可求得总人数；

(2)设中度近视的人数是 x 人，则不近视与重度近视人数的和 2x，列方程求得 x 的值，即可求得不近视的人数，然后利用 360°乘以对应的百分比即可求得圆心角的度数；

(3)利用总人数乘以对应的百分比即可求解.

答案：(1)本次调查的学生数是：$14\div 28\%=50$(人)；

(2)设中度近视的人数是 x 人，则不近视与重度近视人数的和 2x，则 $x+2x+14=50$，

解得：$x=12$，

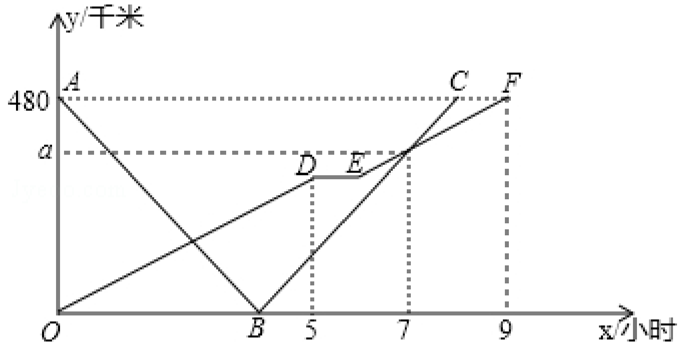
则中度近视的人数是 12，不近视的人数是：$24-4=20$(人)，

则“不近视”对应扇形的圆心角度数是：$360^\circ \times \frac{20}{50}=144^\circ$；

(3)$1050\times \frac{14+12+4}{50}=630$(人).

答：该校九年级近视(包括轻度近视，中度近视，重度近视)的学生大约 630 人.

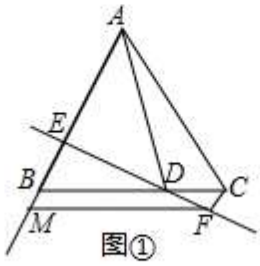
25.(8 分)快、慢两车分别从相距 480 千米路程的甲、乙两地同时出发，匀速行驶，先相向而行，途中慢车因故停留 1 小时，然后以原速继续向甲地行驶，到达甲地后停止行驶；快车到达乙地后，立即按原路原速返回甲地(快车掉头的时间忽略不计)，快、慢两车距乙地的路程 y(千米)与所用时间 x(小时)之间的函数图象如图，请结合图象信息解答下列问题：

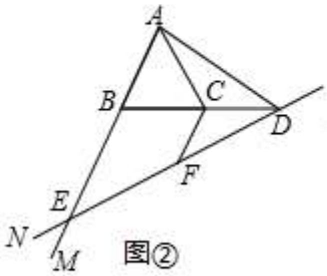


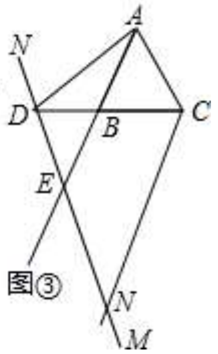
(1)直接写出慢车的行驶速度和 a 的值；
(2)快车与慢车第一次相遇时，距离甲地的路程是多少千米？
(3)两车出发后几小时相距的路程为 200 千米？请直接写出答案.
解析：(1)根据行程问题的数量关系速度=路程÷时间及路程=速度×时间就可以得出结论；
(2)由(1)的结论可以求出点D的坐标，再由题意可以求出快车的速度就可以求出点B的坐标，由待定系数法求出 AB 的解析式及 OD 的解析式就可以求出结论；
(3)根据(2)的结论，由待定系数法求出求出直线 BC 的解析式和直线 EF 的解析式，再由一次函数与一元一次方程的关系建立方程就可以求出结论.
答案：(1)由题意，得慢车的速度为：480÷(9-1)=60 千米/时，∴a=60×(7-1)=360.
答：慢车的行驶速度为 60 千米/时和 a=360 千米；
(2)由题意，得 5×60=300，∴D(5，300)，
设 $y_{OD}=k_1x$，由题意，得 $300=5k_1$，∴$k_1=60$，∴$y_{OD}=60x$.
∵快车的速度为：(480+360)÷7=120 千米/时.∴480÷120=4 小时.∴B(4，0)，C(8，480).
设 $y_{AB}=k_2x+b$，由题意，得$\begin{cases}480=b\\0=4k_2+b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k_2=-120\\b=480\end{cases}$，
∴$y_{AB}=-120x+480$∴$\begin{cases}y=60x\\y=-120x+480\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\frac{8}{3}\\y=160\end{cases}$.
∴480-160=320 千米.
答：快车与慢车第一次相遇时，距离甲地的路程是 320 千米；

(3)设直线 BC 的解析式为 $y_{BC}=k_3x+b_3$，由题意，得$\begin{cases}360=7k_3+b_3\\480=8k_3+b_3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k_3=120\\b_3=-480\end{cases}$，
∴$y_{BC}=120x-480$；
设直线 EF 的解析式为 $y_{EF}=k_4x+b_4$，由题意，得$\begin{cases}360=7k_4+b_4\\480=9k_4+b_4\end{cases}$，解得$\begin{cases}k_4=60\\b_4=-60\end{cases}$，
∴$y_{EF}=60x-60$.
当 $60x-(-120x+480)=200$ 时，解得：$x=\frac{34}{9}$;
当 $60x-(-120x+480)=-200$ 时解得：$x=\frac{14}{9}$;
当 $120x-480-(60x-60)=200$ 时，解得：$x=\frac{31}{3}>9$(舍去).
当 $120x-480-(60x-60)=-200$ 时解得：$x=\frac{11}{3}<4$(舍去)；
当 $120x-480-60x=-200$ 时解得：$x=\frac{14}{3}$.
综上所述：两车出发$\frac{14}{9}$小时、$\frac{34}{9}$小时或$\frac{14}{3}$小时时，两车相距的路程为 200 千米.

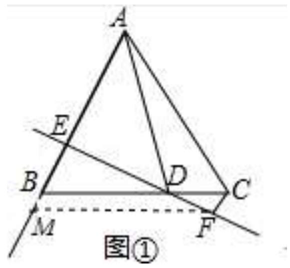
26.(8分)如图，在等边△ABC中，点D在直线BC上，连接AD，作∠ADN=60°，直线DN交射线AB于点E，过点C作CF∥AB交直线DN于点F.



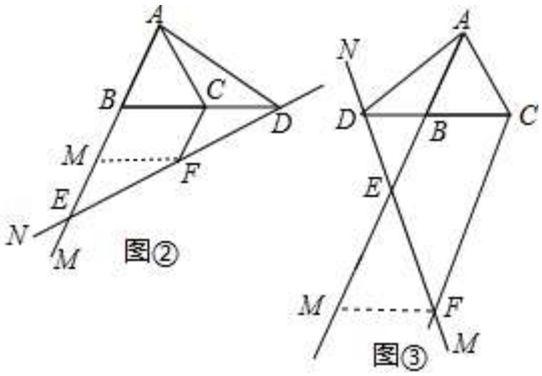




(1)当点D在线段BC上，∠NDB为锐角时，如图①，求证：CF+BE=CD；
(提示：过点F作FM∥BC交射线AB于点M.)
(2)当点D在线段BC的延长线上，∠NDB为锐角时，如图②；当点D在线段CB的延长线上，∠NDB为钝角时，如图③，请分别写出线段CF，BE，CD之间的数量关系，不需要证明；
(3)在(2)的条件下，若∠ADC=30°，$S_{\triangle ABC}=4\sqrt{3}$，则BE=______，CD=_______.
解析：(1)通过△MEF≌△CDA即可求得ME=CD，因为通过证四边形BCFM是平行四边形可以得出BM=CF，从而证得CF+BE=CD；
(2)作FM∥BC，得出四边形BCFM是平行四边形，然后通过证得△MEF≌△CDA即可求得，
(3)根据△ABC的面积可求得AB=BC=AC=4，所以BD=2AB=8，所以 BE=8，图②CD=4图3CD=8，
答案：(1)如图①，过点F作FM∥BC交射线AB于点M，



∵CF∥AB，∴四边形BMFC是平行四边形，∴BC=MF，CF=BM，
∴∠ABC=∠EMF，∠BDE=∠MFE，
∵△ABC是等边三角形，∴∠ABC=∠ACB=60°，BC=AC，∴∠EMF=∠ACB，AC=MF，
∵∠ADN=60°，∴∠BDE+∠ADC=120°，∠ADC+∠DAC=120°，∴∠BDE=∠DAC，∴∠MFE=∠DAC，
在△MEF与△CDA中，$\begin{cases}\angle MFE=\angle DAC\\ \angle EMF=\angle ACB\\ MF=BC\end{cases}$，∴△MEF≌△CDA(AAS)，∴CD=ME=EB+BM，∴CD=BE+CF.
(2)如图②，CF+CD=BE，如图3，CF-CD=BE；
(3)如图②图③，BE=8，CD=4或8.



27.(10 分)某工厂有甲种原料 69 千克，乙种原料 52 千克，现计划用这两种原料生产 A，B 两种型号的产品共 80 件，已知每件 A 型号产品需要甲种原料 0.6 千克，乙种原料 0.9 千克；每件 B 型号产品需要甲种原料 1.1 千克，乙种原料 0.4 千克.请解答下列问题：

(1)该工厂有哪几种生产方案？

(2)在这批产品全部售出的条件下，若 1 件 A 型号产品获利 35 元，1 件 B 型号产品获利 25 元，(1)中哪种方案获利最大？最大利润是多少？

(3)在(2)的条件下，工厂决定将所有利润的 25%全部用于再次购进甲、乙两种原料，要求每种原料至少购进 4 千克，且购进每种原料的数量均为整数.若甲种原料每千克 40 元，乙种原料每千克 60 元，请直接写出购买甲、乙两种原料之和最多的方案.

解析：(1)设生产 A 型号产品 x 件，则生产 B 型号产品(80-x)件，根据原材料的数量与每件产品的用量建立不等式组，求出其解即可；

(2)设所获利润为 W 元，根据总利润=A 型号产品的利润+B 型号产品的利润建立 W 与 x 之间的函数关系式，求出其解即可；

(3)根据(2)的结论，设购买甲种原料 m 千克，购买乙种原料 n 千克，建立方程，根据题意只有 n 最小，m 最大才可以得出 m+n 最大得出结论.

答案：(1)设生产 A 型号产品 x 件，则生产 B 型号产品(80-x)件，由题意，得

$\begin{cases} 0.6x+1.1(80-x)\leqslant 69 \\ 0.9x+0.4(80-x)\leqslant 52 \end{cases}$，解得：$38\leqslant x\leqslant 40$.

∵x 为整数，∴x=38，39，40，∴有 3 种购买方案：

方案 1，生产 A 型号产品 38 件，生产 B 型号产品 42 件；

方案 2，生产 A 型号产品 39 件，生产 B 型号产品 41 件；

方案 3，生产 A 型号产品 40 件，生产 B 型号产品 40 件.

(2)设所获利润为 W 元，由题意，得 W=35x+25(80-x)，W=10x+2000，

∴k=10＞0，∴W 随 x 的增大而增大，∴当 x=40 时.$W_{最大}$=2400 元.

∴生产 A 型号产品 40 件，B 型号产品 40 件时获利最大，最大利润为 2400 元.

(3)设购买甲种原料 m 千克，购买乙种原料 n 千克，由题意，得 40m+60n=24002m+3n=120.

∵m+n 要最大，∴n 要最小.

∵m≥4，n≥4，∴n=4.∴m=9.

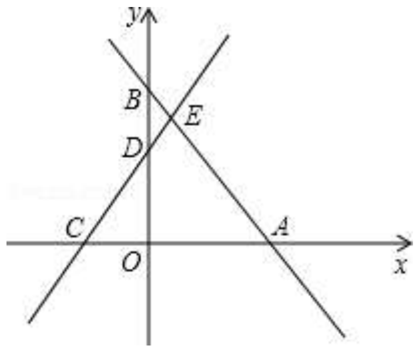
∵购买甲种原料 9 千克，乙种原料 4 千克.

28.(10 分)如图，在平面直角坐标系中，直线 AB 与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B，直线 CD 与 x 轴、y 轴分别交于点 C,D,AB 与 CD 相交于点 E,线段 OA,OC 的长是一元二次方程 $x^2-18x+72=0$ 的两根(OA＞OC)，BE=5，$\tan\angle ABO=\frac{3}{4}$.

(1)求点 A，C 的坐标；

(2)若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象经过点 E，求 k 的值；

(3)若点 P 在坐标轴上，在平面内是否存在一点 Q，使以点 C，E，P，Q 为顶点的四边形是矩形？若存在，请写出满足条件的点 Q 的个数，并直接写出位于 x 轴下方的点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



解析：(1)先求出一元二次方程 $x^2-18x+72=0$ 的两根就可以求出 OA,OC 的值，进而求出点 A，C 的坐标；

(2)先由勾股定理求出 AB 的值，得出 AE 的值，如图 1，作 EM⊥x 轴于点 M，由相似三角形的现在就可以求出 EM 的值，AM 的值，就可以求出 E 的坐标，由待定系数法就可以求出结论；

(3)如图 2，分别过 C、E 作 CE 的垂线交坐标轴三个点 P_1、P_3、P_4，可作出三个 Q 点，过 E 点作 x 轴的垂线与 x 轴交与 p_2,即可作出 Q_2,以 CE 为直径作圆交于 y 轴两个点 P_5、P_6,使 PC⊥PE,即可作出 Q_5、Q_6.

答案：(1)∵$x^2-18x+72=0$∴$x_1=6$，$x_2=12$.

∵OA＞OC，∴OA=12，OC=6.∴A(12，0)，C(-6，0)；

(2)∵$\tan\angle ABO=\frac{3}{4}$，∴$\frac{OA}{OB}=\frac{3}{4}$，∴$\frac{12}{OB}=\frac{3}{4}$，∴OB=16.

在 Rt△AOB 中，由勾股定理，得 $AB=\sqrt{16^2+12^2}=20$.

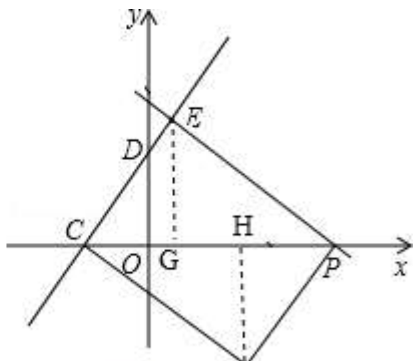
∵BE=5，∴AE=15.

如图 1，作 EM⊥x 轴于点 M，∴EM∥OB.∴△AEM∽△ABO，∴$\frac{EM}{BO}=\frac{AM}{AO}=\frac{AE}{AB}$,

∴$\frac{EM}{16}=\frac{AM}{12}=\frac{15}{20}$，∴EM=12，AM=9，∴OM=12-9=3.∴E(3，12).∴$12=\frac{k}{3}$，∴k=36;

(3)满足条件的点 Q 的个数是 6，如图 2 所示，

x 轴的下方的 $Q_4(10，-12)$，$Q_6(-3，6-3\sqrt{6})$；

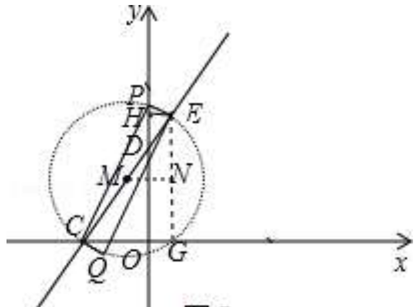


图①

如图①∵E(3，12)，C(-6，0)，∴CG=9，EG=12，∴EG^2=CG・GP，∴GP=16，

∵△CPE与△PCQ是中心对称，∴CH=GP=16，QH=FG=12，

∵OC=6，∴OH=10，∴Q(10，-12)，



图②

如图②∵E(3，12)，C(-6，0)，∴CG=9，EG=12，∴CE=15，

∵MN=$\frac{1}{2}$CG=$\frac{9}{2}$，可以求得 PH=$3\sqrt{6}$-6，∴Q(-3，$6-3\sqrt{6}$)，

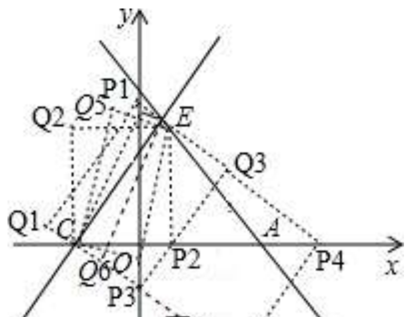


图2

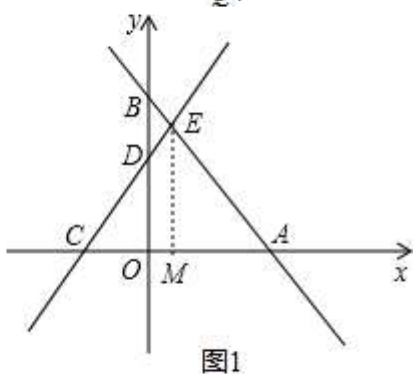


图1