2018年河南省洛阳市中考一模试卷数学

一、选择题(每小题3分，共30分)

1.在实数0，-1.5，1，$-\sqrt{5}$中，比-2小的数是(　　)

A.0
B.-1.5
C.1
D.$-\sqrt{5}$

解析：$-\sqrt{5}<-2<-1.5<0<1$，即比-2小的数是$-\sqrt{5}$.

答案：D

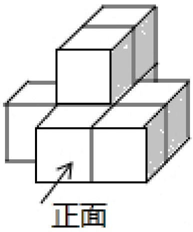
2.据统计，2017年，我国国内生产总值达到82.7万亿元，数据“82.7万亿”用科学记数法表示为(　　)
A.82.7×10^{12}
B.8.27×10^{13}
C.8.27×10^{12}
D.82.7×10^{13}
解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数.
数据“82.7万亿”用科学记数法表示为8.27×10^{13}.
答案：B

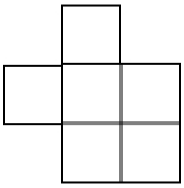
3.下列计算正确的是(　　)

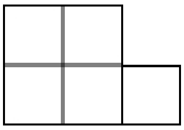
A.$\sqrt{8}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$
B.$(-3)^{2}=6$
C.$3a^{4}-2a^{2}=a^{2}$
D.$(-a^{3})^{2}=a^{5}$

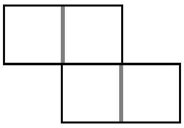
解析：(A)原式$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$，故A正确，
(B)原式=9，故B错误；
(C)$3a^{4}$与$2a^{2}$不是同类项，故C错误；
(D)原式$=a^{6}$，故D错误.
答案：A

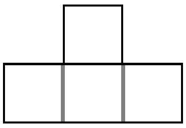
4.如图所示是8个完全相同的小正方体组成的几何体，则该几何体的左视图是(　　)



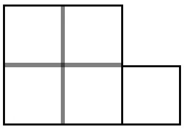
A. 

B. 

C. 

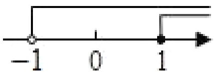
D. 

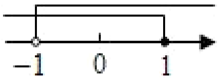
解析：该几何体的左视图如下.

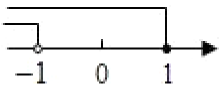


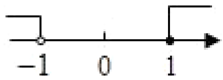
答案：B

5. 把不等式组$\begin{cases} x > -1, \\ x+2 \le 3 \end{cases}$的解集表示在数轴上，下列选项正确的是(　　)

A. 

B. 

C. 



D.

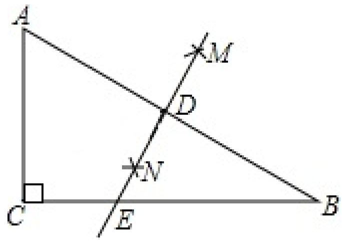
解析：由第一个不等式得：x＞-1；由 x+2≤3 得：x≤1.∴不等式组的解集为-1＜x≤1.
答案：B

6.某校九年级(1)班全体学生上周末进行体育测试的成绩(满分 70 分)统计如表：

成绩（分）	45	50	55	60	65	68	70
人数（人）	2	6	10	7	6	5	4

根据表中的信息判断，下列结论中错误的是(　　)
A.该班一共有 40 名同学
B.该班学生这次测试成绩的众数是 55 分
C.该班学生这次测试成绩的中位数是 60 分
D.该班学生这次测试成绩的平均数是 59 分
解析：该班人数为：2+6+10+7+6+5+4=40，
得 55 分的人数最多，众数为 55，
第 20 和 21 名同学的成绩的平均值为中位数，中位数为：(60+60)÷2=60，
平均数为：(45×2+50×6+55×10+60×7+65×6+68×5+70×4)÷40=59.25.
故错误的为 D.
答案：D

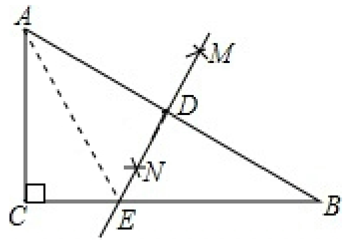
7.如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，分别以点 A 和点 B 为圆心，以相同的长(大于 $\frac{1}{2}$AB)为半径作弧，两弧相交于点 M 和 N 点，作直线 MN 交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，若 AC=3，BC=4，则 DE 等于(　　)



A.2
B. $\frac{10}{3}$
C. $\frac{15}{8}$

D. $\frac{15}{2}$

解析：连接 AE，



∵∠ACB=90°，∴AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=5，

由题意得，MN 是线段 AB 的垂直平分线，∴AE=BE，

在 Rt△ACE 中，$AE^2=AC^2+CE^2$，即 $AE^2=3^2+(4-AE)^2$，解得，AE=$\frac{25}{8}$，

由勾股定理得，DE=$\sqrt{AE^2-AD^2}=\frac{15}{8}$.

答案：C

8.关于 x 的方程$(a-5)x^2-4x-1=0$有实数根，则 a 满足(　　)

A. a≥1 且 a≠5

B. a＞1 且 a≠5

C. a≥1

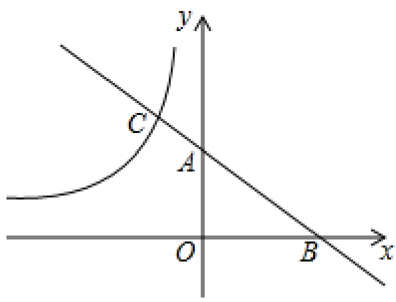
D. a≠5

解析：当 a=5 时，原方程变形为-4x-1=0，解得 x=$-\frac{1}{4}$；

当 a≠5 时，△=$(-4)^2-4(a-5)\times(-1)\geq0$，解得 a≥1，即 a≥1 且 a≠5 时，方程有两个实数根，所以 a 的取值范围为 a≥1.

答案：C

9.如图，平面直角坐标系中，直线 y=-x+a 与 x、y 轴的正半轴分别交于点 B 和点 A，与反比例函数 y=$-\frac{3}{x}$的图象交于点 C，若 BA：AC=2：1，则 a 的值为(　　)



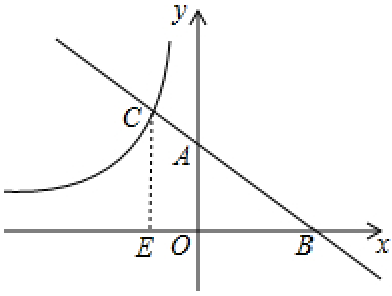
A. 2

B. -2

C. 3

D.-3

解析：作 CE⊥x 轴于 E，



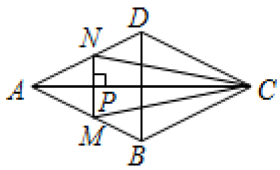
∵AO∥CE，BA：AC=2：1，AO=OB=a，

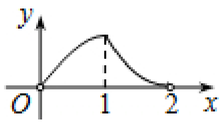
∴ $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{BO}{EB}=\dfrac{AO}{CE}=\dfrac{2}{3}$， ∴ $EB=\dfrac{3}{2}a$， $CE=\dfrac{3}{2}a$，∴点 C 坐标$(-\dfrac{1}{2}a,\dfrac{3}{2}a)$，

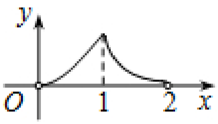
又∵点 C 在 $y=-\dfrac{3}{x}$ 上，∴$-\dfrac{3}{4}a^2=-3$，∵a＞0，∴a=2.

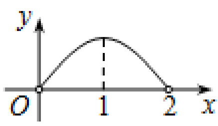
答案：A

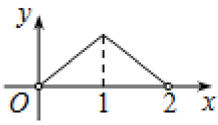
10.如图，点 P 是菱形 ABCD 的对角线 AC 上的一个动点，过点 P 垂直于 AC 的直线交菱形 ABCD 的边于 M、N 两点.设 AC=2，BD=1，AP=x，△CMN 的面积为 y，则 y 关于 x 的函数图象大致形状是(　　)



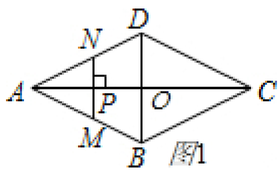
A. 

B. 

C. 

D. 

解析：(1)当 0＜x≤1 时，如图 1，



在菱形 ABCD 中，AC=2，BD=1，AO=1，且 AC⊥BD；

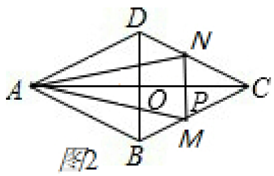
∵MN⊥AC，∴MN∥BD；∴△AMN∽△ABD，

∴ $\frac{AP}{AO}=\frac{MN}{BD}$，即 $\frac{x}{1}=\frac{MN}{1}$，∴MN=x，

∴ $y=\frac{1}{2}CP\times MN=\frac{1}{2}(2-x)x=-\frac{1}{2}x^2+x(0<x\le 1)$，

∵$-\frac{1}{2}<0$，∴函数图象开口向下；

(2)当 1＜x＜2，如图 2，



同理证得，△CDB∽△CNM，$\frac{CP}{OC}=\frac{MN}{BD}$，

即 $\frac{2-x}{1}=\frac{MN}{1}$，∴MN=2-x，

∴y=$\frac{1}{2}CP\times MN=\frac{1}{2}(2-x)\times(2-x)=\frac{1}{2}(2-x)^2=\frac{1}{2}(x-2)^2$，

∵$\frac{1}{2}>0$，∴函数图象开口向上；

综上，答案 A 的图象大致符合.

答案：A

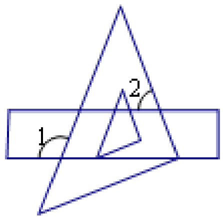
二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

11.计算：$\frac{x+1}{x^2-1}+\frac{1}{1-x}$=__________.

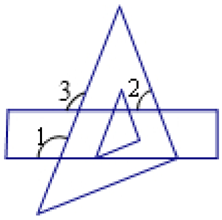
解析：原式= $\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}-\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-1}=0$.

答案：0

12.如图，把一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，如果∠1=115°，那么∠2 是 度.

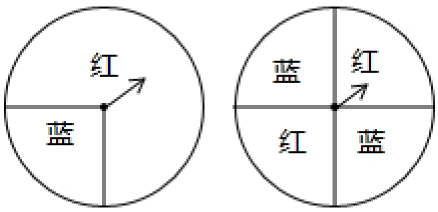


解析：∵直尺的对边平行，∴∠3=∠1=115°，∴∠2=∠3-45°=115°-45°=70°.

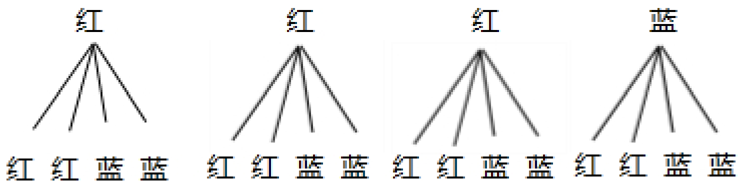


答案：70

13. 如图是两个质地均匀的转盘，现转动转盘①和转盘②各一次，则两个转盘指针都指向红的部分的概率为__________.



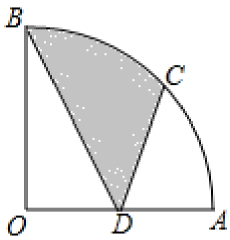
解析：将转盘①中红色部分等分成 3 部分，画树状图如下：



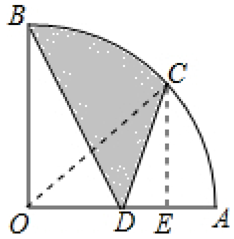
由树状图可知共有 16 种结果，其中两个转盘指针都指向红的部分的有 6 种结果，所以两个转盘指针都指向红的部分的概率为$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.

答案：$\frac{3}{8}$

14. 如图，在圆心角为 90° 的扇形 OAB 中，半径 OA=2cm，C 为弧 AB 的中点，D 是 OA 的中点，则图中阴影部分的面积为__________cm^2.



解析：连接 OC，作 CE⊥OA 于 E，



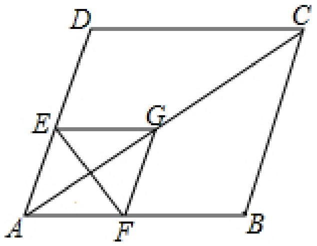
∵∠AOB=90°，C 为弧 AB 的中点，∴∠COE=45°，∴CE=OC×sin∠COE=$\sqrt{2}$，

∴图中阴影部分的面积=$S_{扇形AOB}-S_{\triangle BOD}-(S_{扇形AOC}-S_{\triangle COD})=$

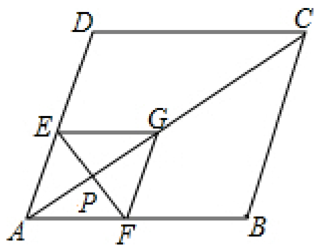
$$\frac{90\pi\times2^2}{360}-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{45\pi\times2^2}{360}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{2}=\frac{\pi+\sqrt{2}-2}{2}.$$

答案：$\frac{\pi+\sqrt{2}-2}{2}$

15.如图在菱形 ABCD 中，∠A=60°，AD=$\sqrt{3}$，点 P 是对角线 AC 上的一个动点，过点 P 作 EF⊥AC 交 AD 于点 E，交 AB 于点 F，将△AEF 沿 EF 折叠点 A 落在 G 处，当△CGB 为等腰三角形时，则 AP 的长为________.



解析：在菱形 ABCD 中，∵∠A=60°，AD=3，∴AC=$\sqrt{3}$，



①当 CG=BC=$\sqrt{3}$ 时，AG=AC=CG=3-$\sqrt{3}$，∴AP=$\frac{1}{2}AG=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$.

②当 GC=GB 时，易知 GC=1，AG=2，∴AP=$\frac{1}{2}$AG=1.

答案：1 或$\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$

三、解答题(本大题共 8 小题，共 75 分)

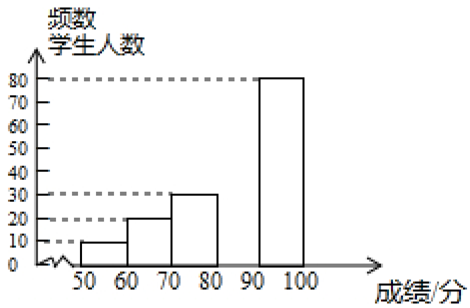
16. 先化简再求值$(a+2b)(a-2b)-(a-b)^2+5b(a+b)$. 其中$a=2-\sqrt{3}$，$b=2+\sqrt{3}$.

解析：先根据整式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 a、b 的值代入计算可得.
答案：原式$=a^2-4b^2-(a^2-2ab+b^2)+5ab+5b^2=a^2-4b^2-a^2+2ab-b^2+5ab+5b^2=7ab$，

当$a=2-\sqrt{3}$，$b=2+\sqrt{3}$时，原式$=7\times\left(2-\sqrt{3}\right)\times\left(2+\sqrt{3}\right)=7\times(4-3)=7$.

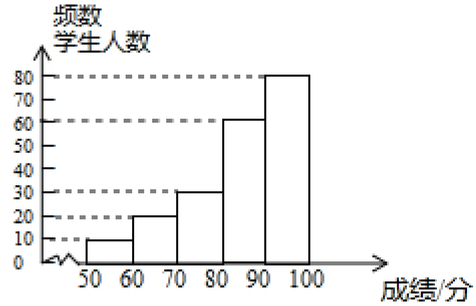
17. 中华文明，源远流长：中华汉字，寓意深广，为了传承优秀传统文化，某校团委组织了一次全校 3000 名学生参加的“汉字听写”大赛，赛后发现所有参赛学生的成绩均不低于 50 分. 为了更好地了解本次大赛的成绩分布情况，随机抽取了其中 200 名学生的成绩(成绩 x 取整数，总分 100 分)作为样本进行整理，得到下列不完整的统计图表：

成绩x/分	频数	频率
$50\le x<60$	10	0.05
$60\le x<70$	20	0.10
$70\le x<80$	30	b
$80\le x<90$	a	0.30
$90\le x\le 100$	80	0.40



请根据所给信息，解答下列问题：
(1) a=________，b=________；
(2) 请补全频数分布直方图；
(3) 这次比赛成绩的中位数会落在 分数段；
(4) 若成绩在 90 分以上(包括 90 分)的为“优”等，则该校参加这次比赛的 3000 名学生中成绩“优”等约有多少人？
解析：(1) 根据第一组的频数是 10，频率是 0.05，求得数据总数，再用数据总数乘以第四组频率可得 a 的值，用第三组频数除以数据总数可得 b 的值；
(2) 根据(1)的计算结果即可补全频数分布直方图；
(3) 根据中位数的定义，将这组数据按照从小到大的顺序排列后，处于中间位置的数据(或中间两数据的平均数)即为中位数；
(4) 利用总数 3000 乘以“优”等学生的所占的频率即可.
答案：(1) 样本容量是：$10\div0.05=200$，
$a=200\times0.30=60$，$b=30\div200=0.15$；

(2)补全频数分布直方图，如下：

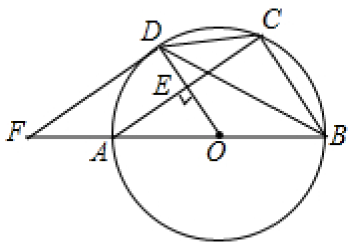


(3)一共有 200 个数据，按照从小到大的顺序排列后，第 100 个与第 101 个数据都落在第四个分数段，所以这次比赛成绩的中位数会落在 $80\leqslant x<90$ 分数段；

(4)$3000\times0.40=1200$(人).

即该校参加这次比赛的 3000 名学生中成绩“优”等的大约有 1200 人.

18.如图，AB 是⊙O 的直径，OD 垂直于弦 AC 于点 E，且交⊙O 于点 D，F 是 BA 延长线上一点，若∠CDB=∠BFD.



(1)求证：FD 是⊙O 的切线；

(2)若⊙O 的半径为 5，$\sin F=\frac{3}{5}$，求 DF 的长.

解析：(1)利用圆周角定理以及平行线的判定得出∠FDO=90°，进而得出答案；

(2)利用垂径定理得出 AE 的长，再利用相似三角形的判定与性质得出 FD 的长.

答案：(1)∵∠CDB=∠CAB，∠CDB=∠BFD，∴∠CAB=∠BFD，∴FD∥AC，

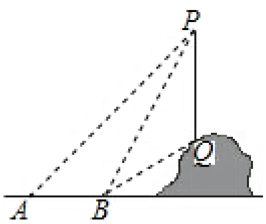
∵∠AEO=90°，∴∠FDO=90°，∴FD 是⊙O 的切线；

(2)∵AE∥FD，AO=BO=5，$\sin F=\frac{3}{5}$，$\sin\angle ACB=\frac{3}{5}$，∴AB=10，AC=8，

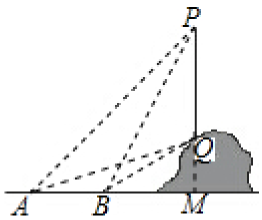
∵DO⊥AC，∴AE=EC=4，AO=5，∴EO=3，

∵AE∥DF，∴△AEO∽△FDO，$\therefore \frac{AE}{FD}=\frac{EO}{DO},\therefore \frac{3}{5}=\frac{4}{FD},\therefore FD=\frac{20}{3}$.

19. 如图所示，某数学活动小组要测量山坡上的电线杆 PQ 的高度，他们在 A 处测得信号塔顶端 P 的仰角是 45°，信号塔底端点 Q 的仰角为 31°，沿水平地面向前走 100 米到 B 处，测得信号塔顶端 P 的仰角是 68°，求信号塔 PQ 的高度.(结果精确到 0.1 米，参考数据：sin68°≈0.93，cos68°≈0.37，tan68°≈2.48，tan31°≈0.60，sin31°≈0.52，cos31°≈0.86)

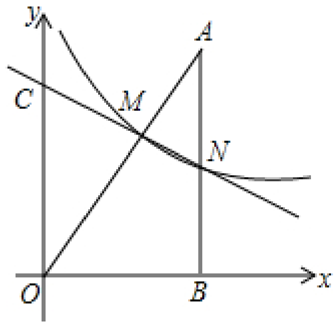


解析：延长 PQ 交直线 AB 于点 E，连接 AQ，设 PM 的长为 x 米，先由三角函数得出方程求出 PM，再由三角函数求出 QM，得出 PQ 的长度即可.
答案：延长 PQ 交直线 AB 于点 M，连接 AQ，如图所示：

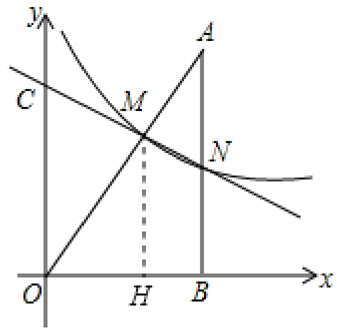


则∠PMA=90°，
设 PM 的长为 x 米，在 Rt△PAM 中，∠PAM=45°，∴AM=PM=x 米，∴BM=x-100(米)，
在 Rt△PBM 中，∵tan∠PBM=$\frac{PM}{BM}$，∴tan68°=$\frac{x}{x-100}$≈2.48，解得：x≈167.57，
在 Rt△QAM 中，∵tan∠QAM=$\frac{QM}{AM}$，
∴QM=AM·tan∠QAM=167.57×tan31°≈167.57×0.60≈100.54(米)，
∴PQ=PM-QM=167.57-100.54≈67.0(米)；
答：信号塔 PQ 的高度约为 67.0 米.

20.如图，在平面直角坐标系中，A 点的坐标是(3，3)，AB⊥x 轴于点 B，反比例函数 y=$\frac{k}{x}$的图象中的一支经过线段 OA 上一点 M，交 AB 于点 N，已知 OM=2AM.



(1)求反比例函数的解析式；
(2)若直线 MN 交 y 轴于点 C，求△OMC 的面积.
解析：(1)过点 M 作 MH⊥x 轴于点 H.得出 MH∥AB，那么△OMH∽△OAB，根据相似三角形对应边成比例求出点 M 的坐标，再利用待定系数法即可求出反比例函数的解析式；
(2)先由 AB⊥x 轴，A(3，3)，得出 N 点横坐标为 3.再把 x=3 代入 y=$\frac{4}{x}$，求出 N 点坐标，得到 AN 的值，根据 OC∥AN，得出$\frac{OC}{AN}=\frac{OM}{AM}=2$，即可得到 OC=2AN=$\frac{10}{3}$，进而得到△OMC 的面积=$\frac{1}{2}OC\cdot OH=\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times 2=\frac{10}{3}$.
答案：(1)过点 M 作 MH⊥x 轴于点 H，



∵AB⊥x 轴于点 B，∴MH∥AB，∴△OMH∽△OAB，∴$\frac{OH}{OB}=\frac{MH}{AB}=\frac{OM}{OA}$，

∵A 点的坐标是(3，3)，OM=2AM，∴OB=3，AB=3，$\frac{OM}{OA}=\frac{2}{3}$，∴OH=2，MH=2，∴M(2，2)，

∵点 N 在反比例函数 y=$\frac{k}{x}$ 的图象上，∴k=2×2=4，∴反比例函数的解析式为 y=$\frac{4}{x}$；

(2)∵AB⊥x 轴，A(3，3)，∴N 点的横坐标为 3，

把 x=3 代入 y=4x，得 y=$\frac{4}{3}$，∴N 点的坐标为(3，$\frac{4}{3}$)，∴AN=3-$\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$，∵OC∥AN，

∴$\frac{OC}{AN}=\frac{OM}{AM}=2$，∴OC=2AN=$\frac{10}{3}$，∴△OMC 的面积=$\frac{1}{2}OC\cdot OH=\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times 2=\frac{10}{3}$.

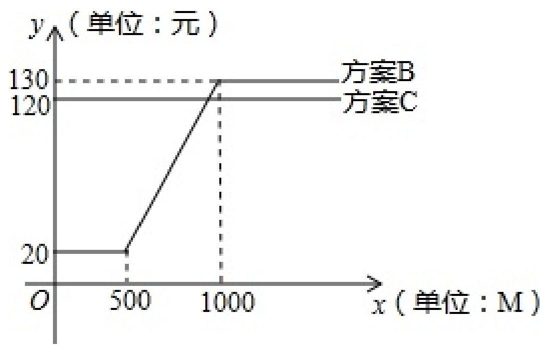
21.某通讯运营商的手机上网流量资费标准推出了三种优惠方案：

方案 A：按流量计费，0.1 元/M;

方案 B：20 元流量套餐包月，包含 500M 流量，如果超过 500M，超过部分另外计费(见图象)，如果用到 1000M 时，超过 1000M 的流量不再收费；

方案 C：120 元包月，无限制使用.

用 x 表示每月上网流量(单位：M)，y 表示每月的流量费用(单位：元)，方案 B 和方案 C 对应的 y 关于 x 的函数图象如图所示，请解决以下问题：



(1)写出方案 A 的函数解析式，并在图中画出其图象；

(2)直接写出方案 B 的函数解析式；

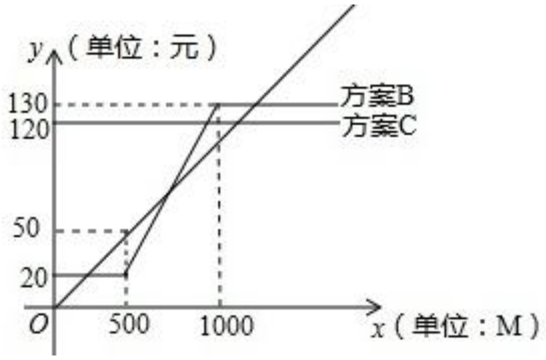
(3)若甲乙两人每月使用流量分别在 300-600M，800-1200M 之间，请你分别给出甲乙二人经济合理的选择方案.

解析：(1)根据题意，可以直接写出方案 A 对应的函数解析式，并画出相应的函数图象；

(2)根据图象中的数据可以写出方案 B 对应的函数解析式；

(3)根据图象可以分别求得方案 A、B、C 的交点，再根据图象即可解答本题.

答案：(1)由题意可得，方案 A 的函数解析式为 y=0.1x，图象如图所示；



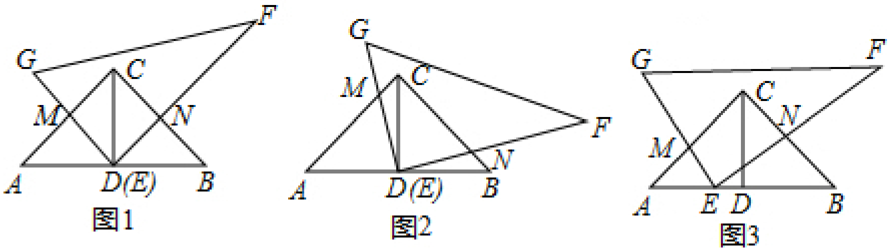
(2)设 500≤x≤1000 时，y= $\begin{cases} kx+b, \\ 500k+b=20, \\ 1000k+b=130, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=0.22 \\ b=-90, \end{cases}$ ∴500≤x≤1000 时，

y=0.22x-90，

∴方案 B 对应的函数解析式是 y= $\begin{cases} 20(0 \le x<500), \\ 0.22x-90(500 \le x \le 1000), \\ 130(x>1000); \end{cases}$

(3)令 0.1x=20，得 x=200，
0.1x=0.22x-90，得 x=750，
当 0.1x=120 时，x=1200，
故甲选用方案 B，乙选用方案 A.(上网流量在 200M 以下的选用方案 A，上网流量在 200M 和 750M 之间的选用方案 B，上网流量在 750M 和 1200M 之间的选用方案 A，上网流量在 1200M 以上的选用方案 C，上网流量在 200M 或 750M 的选用方案 A 或 B 费用一样，上网流量是 1200M 的选用方案 A 或 C 费用一样.）

22.在等腰直角三角形 ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC，D 是 AB 边上的中点，Rt△EFG 的直角顶点 E 在 AB 边上移动.



(1)如图 1，若点 D 与点 E 重合且 EG⊥AC、DF⊥BC，分别交 AC、BC 于点 M、N，
易证 EM=EN；如图 2，若点 D 与点 E 重合，将△EFG 绕点 D 旋转，则线段 EM 与 EN 的长度还相等吗？若相等请给出证明，不相等请说明理由；
(2)将图 1 中的 Rt△EGF 绕点 D 顺时针旋转角度α（0°＜α＜45°）.如图 2,在旋转过程中，当∠MDC=15°时，连接 MN，若 AC=BC=2，请求出写出线段 MN 的长；
(3)图 3，旋转后，若 Rt△EGF 的顶点 E 在线段 AB 上移动(不与点 D、B 重合)，当 AB=3AE 时，线段 EM 与 EN 的数量关系是__________；当 AB=m·AE 时，线段 EM 与 EN 的数量关系是__________.

解析：(1)由等腰直角三角形的性质，得出结论进而判断出△CDM≌△BDN，即可得出结论；
(2)先求出 CP=DP=AP=1，再求出∠MDP=30°，即可得出结论；
(3)先判断出 BE=2PE，再判断出△PME∽△BNE 即可得出结论.
答案：(1)EM=EN；理由：
∵∠ACB=90°，AC=BC，D 是 AB 边上的中点
∴DC=DB，∠ACD=∠B=45°，∠CDB=90°，∴∠CDF+∠FDB=90°
∵∠GDF=90°，∴∠GDC+∠CDF=90°，∴∠CDM=∠BDN
在△CDM 和△BDN 中，$\begin{cases}\angle MCD=\angle B,\\ CD=DB,\\ \angle MDC=\angle BDN,\end{cases}$ ∴△CDM≌△BDN，∴DM=DN，即 EM=EN；
(2)如图 2，作 DP⊥AC 于 P，

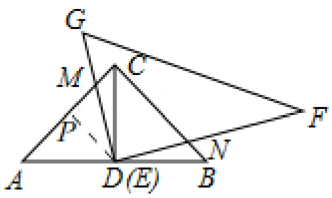


图2

则∠CDP=45°，CP=DP=AP=1，
∵∠CDG=15°，∴∠MDP=30°，∵$\cos\angle MDP=\dfrac{PD}{MD}$，∴$DM=\dfrac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}$，DM=DN，
∵△MND 为等腰直角三角形，∴$MN=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$；
(3)NE=2ME，EN=(m-1)ME.
证明：如图 3，过点 E 作 EP⊥AB 交 AC 于点 P，

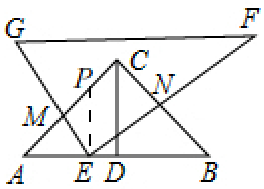


图3

则△AEP 为等腰直角三角形，∠PEB=90°，∴AE=PE，
∵AB=3AE，∴BE=2AE，∴BE=2PE，
又∵∠MEP+∠PEN=90°，∠PEN+∠NEB=90°，∴∠MEP=∠NEB，
又∵∠MPE=∠B=45°，∴△PME∽△BNE，∴$\dfrac{ME}{NE}=\dfrac{PE}{EB}=\dfrac{1}{2}$，即 EN=2EM，
由此规律可知，当 AB=m·AE 时，EN=(m-1)·ME.