○ 线 ○ 订 ○ 装 ○ 外 ○
学校:___________姓名:___________班级:___________考号:___________
○ 线 ○ 订 ○ 装 ○ 内 ○

绝密★启用前

贵州省黔东南州2019年中考数学试题

试卷副标题

考试范围：xxx；考试时间：100分钟；命题人：xxx

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

第I卷（选择题）

请点击修改第I卷的文字说明

评卷人	得分

一、单选题

1．下列四个数中，2019的相反数是(　　)

A．－2019　　**B．**$\frac{1}{2019}$　　**C．**$-\frac{1}{2019}$　　**D．**2019^{0}

【答案】A

【解析】

【分析】

根据只有符号不同的两个数互为相反数进行解答即可.

【详解】

2019与-2019只有符号不同，

所以2019的相反数是－2019，

故选A.

【点睛】

本题考查了相反数，熟练掌握相反数的概念以及求解方法是解题的关键.

2．举世瞩目的港珠澳大桥于2018年10月24日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约55000米.55000这个数用科学记数法可表示为(　　)

A．5.5×10^{3}　　**B．**55×10^{3}　　**C．**0.55×10^{5}　　**D．**5.5×10^{4}

【答案】D

【解析】

【分析】

科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看

把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值>1 时，n 是正数；当原数的绝对值<1 时，n 是负数．

【详解】

55000 的小数点向左移动 4 位得到 5.5，

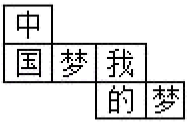
所以 55000 用科学记数法表示为 5.5×10^{4}，

故选 D.

【点睛】

本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3．由下面正方体的平面展开图可知，原正方体“中”字所在面的对面的汉字是(　　)



A．国　　B．的　　C．中　　D．梦

【答案】B

【解析】

【分析】

正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，根据这一特点作答．

【详解】

相对的面的中间要相隔一个面，“中”字所在的面的对面的汉字是“的”，

故选 B.

【点睛】

本题考查了正方体的展开图形，正方体相对两个面上的文字，解题关键是从相对面入手进行分析及解答问题．

4．观察下列图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的共有(　　)

A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

【答案】B

【解析】

【分析】

根据轴对称图形与中心对称图形的概念逐一进行分析判断即可．

【详解】

从左至右，第一个图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故不符合题意；

第二个图形是轴对称图形，也是中心对称图形，故符合题意；

第三个图形是轴对称图形，也是中心对称图形，故符合题意；

第四个图形是轴对称图形，也是中心对称图形，故符合题意，

综上有 3 个图形符合题意，.

故选 B.

【点睛】

本题主要考查轴对称图形和中心对称图形，在平面内，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形叫做轴对称图形；在平面内，如果把一个图形绕某个点旋转 180° 后，能与原图形重合，那么就说这个图形是中心对称图形.

5．下列四个运算中，只有一个是正确的.这个正确运算的序号是(　　)

①$3^0+3^{-1}=-3$；②$\sqrt{5}-\sqrt{2}=\sqrt{3}$；③$(2a^2)^3=8a^5$；④$-a^8\div a^4=-a^4$.

A．①　　B．②　　C．③　　D．④

【答案】D

【解析】

【分析】

直接利用负指数幂的性质以及二次根式的加减运算法则、积的乘方运算法则、同底数幂的除法运算法则分别化简即可得出答案.

【详解】

①$3^0+3^{-1}=1\frac{1}{3}$，故①错误；

②$\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 无法计算，故②错误；

③$(2a^2)^3=8a^6$，故③错误；

④$-a^8\div a^4=-a^4$，正确，

故选 D.

【点睛】

本题考查了实数的运算、二次根式的加减、积的乘方、同底数幂的乘法等，熟练掌握各运算的运算法则是解题的关键.

6．如果 $3ab^{2m-1}$ 与 ab^{m+1} 是同类项，那么 m 等于(　　)

A．2　　B．1　　C．－1　　D．0

【答案】A

【解析】

【分析】

根据同类项的定义，含有相同的字母，并且相同字母的指数也相同，列出等式，直接计算即可.

【详解】

解：根据题意，得：2m-1=m+1，

解得：m=2.

故答案为：A.

【点睛】

本题主要考查同类项的定义，熟记同类项的定义是解决此题的关键.

7．在下列长度的三条线段中，不能组成三角形的是(　　)

A．2*cm*，3*cm*，4*cm*　　B．3*cm*，6*cm*，76*cm*

C．2*cm*，2*cm*，6*cm*　　D．5*cm*，6*cm*，7*cm*

【答案】C

【解析】

【分析】

根据三角形任意两边的和大于第三边，进行分析判断即可.

【详解】

A、2+3＞4，能组成三角形；

B、3+6＞7，能组成三角形；

C、2+2＜6，不能组成三角形；

D、5+6＞7，能够组成三角形，

故选 C.

【点睛】

本题考查了三角形构成条件，熟练掌握三角形三边关系是解题的关键.

8．在平行四边形 *ABCD* 中，*AC*，*BD* 是两条对角线，现从以下四个关系：①*AB*＝*BC*，②*AC*＝*BD*，③*AC*⊥*BD*，④*AB*⊥*BC* 中任取一个作为条件，即可推出平行四边形 *ABCD* 是菱形的概率为(　　)

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．1

【答案】B

【解析】

【分析】

根据菱形的判定，要证平行四边形ABCD是菱形，可证一组邻边相等或对角线互相垂直即可.

【详解】

解：∵四边形ABCD是平行四边形，

∴①AB=BC，四边形ABCD是菱形；

②AC=BD，四边形ABCD是矩形；

③AC⊥BD，四边形ABCD是菱形；

④AB⊥BC，四边形ABCD是矩形.

只有①③可判定，所以可推出平行四边形ABCD是菱形的概率为$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

故选：B.

【点睛】

菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据，常用三种方法：

①定义；②四边相等；③对角线互相垂直平分．具体选择哪种方法需要根据已知条件来确定．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

9．若点 $A(-4,y_1)$、$B(-2,y_2)$、$C(2,y_3)$ 都在反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 的图象上，则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是（　　）

A. $y_1>y_2>y_3$　　　　**B.** $y_3>y_2>y_1$

C. $y_2>y_1>y_3$　　　　**D.** $y_1>y_3>y_2$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1、y_2、y_3的值，比较后即可得出结论.

【详解】

解：∵ $A(-4,y_1)$、$B(-2,y_2)$、$C(2,y_3)$ 都在反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 的图象上，

$\therefore y_1=-\frac{1}{-4}=\frac{1}{4}$， $y_2=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$ $y_3=-\frac{1}{2}$，

又∵ $-\frac{1}{2}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$，

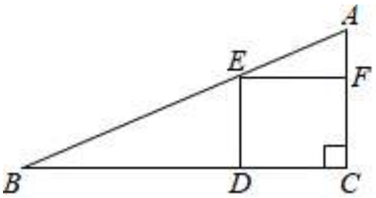
∴ $y_2>y_1>y_3$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，利用反比例函数图象上点的坐标特征求出y_1、y_2、y_3的值是解题的关键.

10. 如图，在一块斜边长30*cm*的直角三角形木板（Rt△ *ACB*）上截取一个正方形*CDEF*，点*D*在边*BC*上，点*E*在斜边*AB*上，点*F*在边*AC*上，若*AF*：*AC*＝1：3，则这块木板截取正方形*CDEF*后，剩余部分的面积为(　　)



A．100cm^2　　B．150cm^2　　C．170cm^2　　D．200cm^2

【答案】A

【解析】

【分析】

设AF＝x，根据正方形的性质用x表示出EF、CF，证明△AEF∽△ABC，根据相似三角形的性质求出BC，根据勾股定理列式求出x，根据三角形的面积公式、正方形的面积公式计算即可.

【详解】

设AF＝x，则AC＝3x，FC=2x，

∵四边形CDEF为正方形，

∴EF＝CF＝2x，EF∥BC，

∴△AEF∽△ABC，

∴$\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AC}=\frac{1}{3}$，

∴BC＝6x，

在Rt△ ABC中，$AB^2＝AC^2+BC^2$，即$30^2＝(3x)^2+(6x)^2$，

解得，x＝$2\sqrt{5}$，

∴AC＝$6\sqrt{5}$，BC＝$12\sqrt{5}$，

∴剩余部分的面积＝$\frac{1}{2}\times12\sqrt{5}\times6\sqrt{5}-4\sqrt{5}\times4\sqrt{5}$＝100($cm^2$)，

故选A.

【点睛】

本题考查了正方形的性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理，图形的面积等，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键.

……○……外……○……装……○……订……○……线……○……

学校：___________姓名：___________班级：___________考号：___________

……○……内……○……装……○……订……○……线……○……

第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

评卷人	得分

二、填空题

11．一组数据：2，1，2，5，3， 2 的众数是____.

【答案】2.

【解析】

【分析】

根据众数的定义即一组数据中出现次数最多的数，即可得出答案.

【详解】

在数据2，1， 2， 5， 3， 2 中2 出现3 次，次数最多， 所以众数为2， 故答案为：2 .

【点睛】

本题考查了众数，众数是一组数据中出现次数最多的数.

12．分解因式：$9x^2 - y^2 =$ **__.**

【答案】$(3x+y)(3x-y)$.

【解析】

【分析】

直接利用平方差公式进行分解即可.

【详解】

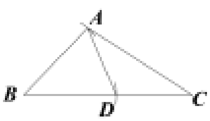
原式$=(3x+y)(3x-y)$，

故答案为：$(3x+y)(3x-y)$.

【点睛】

本题主要考查了公式法分解因式，熟练掌握平方差公式是解题的关键.

13．如图，在△*ABC* 中，以点 *B* 为圆心，以 *BA* 长为半径画弧交边 *BC* 与点 *D*，连结 *AD*，若∠*B*=40°，∠*C*=36°，则∠*DAC* 的度数是____________.



【答案】34°

【解析】

【分析】

根据作图过程得 BD=BA，在根据已知条件即可得出∠DAC 的角度.

【详解】

由作图过程可知 BD=BA，

∵∠B=40°，

∴∠BDA=∠BAD=$\frac{1}{2}$(180°-∠B)=70°，

∴∠DAC=∠BDA-∠C=70°-36°=34°.

故答案为 34°.

【点睛】

本题考查了三角形与圆的相关知识点，解题的关键是熟练的掌握三角形与圆的应用.

14．已知$\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$是方程组$\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=-3 \end{cases}$的解，则$a+b$的值为__.

【答案】1.

【解析】

【分析】

先把 x=a，y=b，代入原方程组，再解关于 a、b 的二元一次方程组，代入要求的代数式即可得出答案.

【详解】

把$\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$代入方程组$\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=-3 \end{cases}$得：$\begin{cases} 2a+b=6① \\ a+2b=-3② \end{cases}$，

①+②得：$3a+3b=3$，

$a+b=1$，

故答案为：1.

【点睛】

本题考查了二元一次方程组的解，先将 x，y 的值代入，再计算即可.

15．某品牌旗舰店平日将某商品按进价提高 40%后标价，在某次电商购物节中，为促销该商品，按标价 8 折销售，售价为 2240 元，则这种商品的进价是______元.

【答案】2000，

【解析】

【分析】

设这种商品的进价是 x 元，根据提价之后打八折，售价为 2240 元，列方程解答即可.

【详解】

设这种商品的进价是 x 元，

由题意得，(1+40%)x×0.8＝2240，

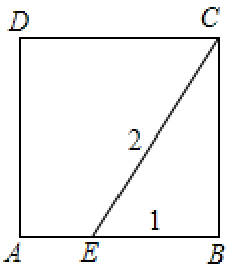
解得：x＝2000，

故答案为：2000.

【点睛】

本题考查了一元一次方程的应用——销售问题，弄清题意，熟练掌握标价、折扣、实际售价间的关系是解题的关键.

16. 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AB 上，若 $EB=1$，$EC=2$，那么正方形 $ABCD$ 的面积为_.



【答案】3.

【解析】

【分析】

根据勾股定理求出 BC，根据正方形的面积公式计算即可.

【详解】

解：由勾股定理得，$BC=\sqrt{EC^2-EB^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的面积 $=BC^2=3$，

故答案为：3.

【点睛】

本题考查了勾股定理，如果直角三角形的两条直角边长分别是 a，b，斜边长为 c，那么 $a^2+b^2=c^2$.

17. 下面摆放的图案，从第 2 个起，每一个都是前一个按顺时针方向旋转 90° 得到，第 2019 个图案与第 1 个至第 4 个中的第___个箭头方向相同（填序号）.

第 1 个　第 2 个　第 3 个　第 4 个　第 5 个　第 6 个

【答案】3.

【解析】

【分析】

根据图形可以看出 4 个图形一循环，然后再 2019÷4=504⋯3，从而确定是第 3 个图形.

【详解】

解：$2019 \div 4 = 504 \cdots 3$， 故第 2019 个图案中的指针指向与第 3 个图案相同， 故答案为：3

【点睛】

本题考查了图形的变化类，学生通过特例分析从而归纳总结出规律是解决问题的关键.

18．从一个不透明的口袋中随机摸出一球，再放回袋中，不断重复上述过程，一共摸了 150 次，其中有 50 次摸到黑球，已知口袋中仅有黑球 10 个和白球若干个，这些球除颜色外，其他都一样，由此估计口袋中有___个白球.

【答案】20.

【解析】

【分析】

先由频率=频数÷数据总数计算出频率，再由题意列出方程求解即可.

【详解】

解：摸了 150 次，其中有 50 次摸到黑球，则摸到黑球的频率是 $\frac{50}{150} = \frac{1}{3}$，

设口袋中大约有 x 个白球，则 $\frac{10}{x+10} = \frac{1}{3}$，

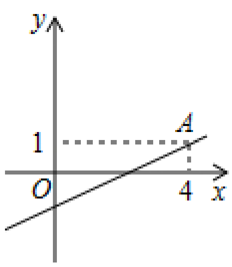
解得 $x = 20$.

故答案为：20 .

【点睛】

本题考查了利用频率估计概率．大量反复试验下频率稳定值即概率．关键是得到关于黑球的概率的等量关系.

19．如图所示，一次函数 $y = ax + b$（a、b 为常数，且 $a > 0$）的图象经过点 $A(4,1)$，则不等式 $ax + b < 1$ 的解集为___.



【答案】$x < 4$.

【解析】

【分析】

由于一次函数 y=ax+b（a、b 为常数，且 a＞0）的图象经过点 A（4，1），再根据图象得出函数的增减性，即可求出不等式 ax+b＜1 的解集.

【详解】

函数 $y=ax+b$ 的图象如图所示，图象经过点 $A(4,1)$，且函数值 y 随 x 的增大而增大，

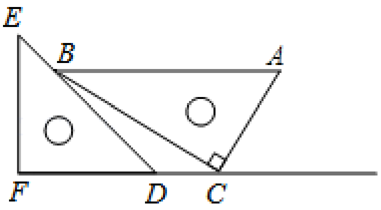
故不等式 $ax+b<1$ 的解集是 $x<4$.

故答案为：$x<4$.

【点睛】

本题考查了一次函数与不等式的关系及数形结合思想的应用. 解题的关键是仔细观察图形，注意几个关键点（交点、原点等），做到数形结合.

20．三角板是我们学习数学的好帮手.将一对直角三角板如图放置，点 *C* 在 *FD* 的延长线上，点 *B* 在 *ED* 上，*AB*∥*CF*，∠*F*＝∠*ACB*＝90°，∠*E*＝45°，∠*A*＝60°，*AC*＝10，则 *CD* 的长度是_____.



【答案】$15-5\sqrt{3}$.

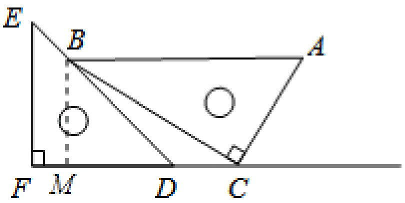
【解析】

【分析】

过点 B 作 BM⊥FD 于点 M，根据题意可求出 BC 的长度，然后在△EFD 中可求出∠EDF＝45°，进而可得出答案.

【详解】

过点 B 作 BM⊥FD 于点 M，



在△ACB 中，∠ACB＝90°，∠A＝60°，AC＝10，

∴∠ABC＝30°，BC＝10×tan60°＝$10\sqrt{3}$，

∵AB∥CF，

∴∠BCM=∠ABC=30°，

∴$BM=BC\times\sin30°=10\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=5\sqrt{3}$，

$CM=BC\times\cos30°=15$，

在△EFD中，∠F＝90°，∠E＝45°，

∴∠EDF＝45°，

∴$MD=BM=5\sqrt{3}$，

∴$CD=CM-MD=15-5\sqrt{3}$，

故答案是：$15-5\sqrt{3}$.

【点睛】

本题考查了解直角三角形，正确添加辅助线，构建直角三角形是解题的关键.

评卷人	得分

三、解答题

21.（1）计算：$\left|-\frac{1}{2}\right|+(-1)^{2019}+2^{-1}-(\pi-3)^{0}$**；**

（2）解方程： $1-\frac{x-2}{2x+2}=\frac{3x}{x+1}$

【答案】（1）-1；（2）x=$\frac{4}{5}$ 是分式方程的解.

【解析】

【分析】

（1）原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用有理数的乘方计算，第三项利用负指数幂法则计算，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果；

（2）分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】

（1）原式$=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}-1=-1$

（2）去分母得：$2x+2-x+2=6x$，

解得：x=$\frac{4}{5}$，

经检验x=$\frac{4}{5}$是分式方程的解.

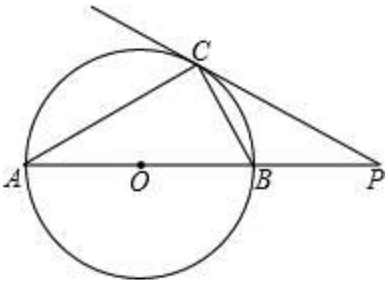
【点睛】

本题考查了实数的运算，以及解分式方程，熟练掌握运算法则是解题的关键.

22．如图，点 P 在⊙O 外，PC 是⊙O 的切线，C 为切点，直线 PO 与⊙O 相交于点 A、B.

（1）若$\angle A=30°$，求证：$PA=3PB$；

（2）小明发现，$\angle A$ 在一定范围内变化时，始终有$\angle BCP=\frac{1}{2}(90°-\angle P)$成立.请你写出推理过程.



【答案】（1）见解析；（2）推理过程见解析.

【解析】

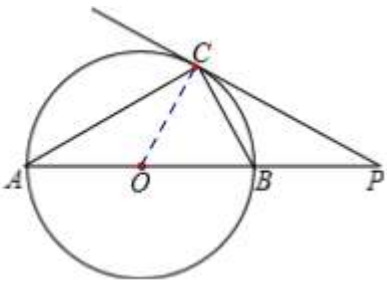
【分析】

(1)由直径所对的圆周角是直角，以及∠A=30°可得∠ABC=60°，从而可判断△OBC 是等边三角形，得到∠COB=60°，再结合切线的性质可求得∠P＝30°，继而可推得 PB=OB，再根据 AB=2OB，即可确定 AP 与 BP 的数量关系；

(2)连接 OC，由圆周角定理以及切线的性质结合等角对等边可以推导得出∠BCP＝∠A，再由三角形内角和定理即可确定出两角的关系.

【详解】

(1)连接 OC，



∵AB 是直径，

∴∠ACB＝90°，

又∵∠A=30°，

∴∠ABC=90°-30°=60°，

∵OB=OC，

∴△OBC 是等边三角形，

∴OB=BC=OC，∠COB=60°，

∵PC 是⊙O 的切线，OC 是半径，

∴$\angle OCP=90°$，

∴$\angle P=90°-\angle BOC=30°$，

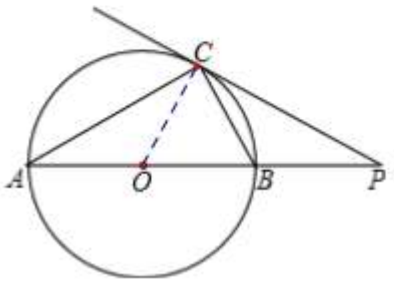
∴PO=2OC，

∴PB=OB，

∵AB=2OB，

∴AP=AB+PB=3PB；

(2)如图，连接 OC，



∵AB 是直径，

∴$\angle ACB=90°$，即$\angle ACO+\angle BCO=90°$，

∵PC 是⊙O 的切线，OC 是半径，

∴$\angle OCP=90°$，即$\angle BCP+\angle BCO=90°$，

∴$\angle BCP=\angle ACO$，

∵OA=OC，

∴$\angle A=\angle ACO$，

∴$\angle BCP=\angle A$，

∵$\angle A+\angle P+\angle ACB+\angle BCP=180°$，且$\angle ACB=90°$，

∴$2\angle BCP=180°-\angle P$，

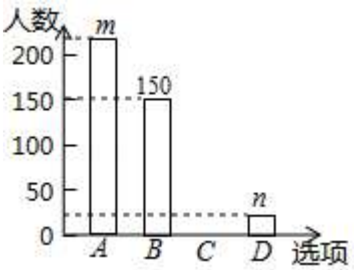
∴$\angle BCP=\frac{1}{2}(90°-\angle P)$.

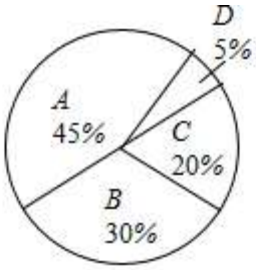
【点睛】

本题考查了切线的性质，等边三角形的判定与性质，含 30 度角的直角三角形的性质等知识，正确添加辅助线，灵活运用相关知识是解题的关键.

23．某地区在所有中学开展《老师，我想对你说》心灵信箱活动，为师生之间的沟通增设了一个书面交流的渠道.为了解两年来活动开展的情况，某课题组从全地区随机抽取部分中学生进行问卷调查.对“两年来，你通过心灵信箱给老师总共投递过封信？”这一调查项设有四个回答选项，选项 *A*：没有投过；选项 *B*：一封；选项 *C*：两；选项 *D*：三封及以上.根据接受问卷调查学生的回答，统计出各选项的人数以及所占百分比，分

别绘制成如下条形统计图和扇形统计图：





（1)此次抽样调查了_________名学生，条形统计图中 *m*＝__________，*n*＝_________；

（2）请将条形统计图补全；

（3）接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有__________封；

（4）全地区中学生共有 110000 名，由此次调查估算，在此项活动中，全地区给老师投过信件的学生约有多少名？

【答案】（1）500，225，25；（2）补全图形见解析；（3）425；（4）全地区给老师投过信件的学生约有 60500 名.

【解析】

【分析】

(1)由 B 选项人数及其所占百分比求得总人数，再用总人数乘以对应百分比可得 m、n 的值；

(2)先求出 C 选项的人数，继而可补全图形；

(3)各选项次数乘以对应人数，再求和即可得；

(4)利用样本估计总体思想求解可得.

【详解】

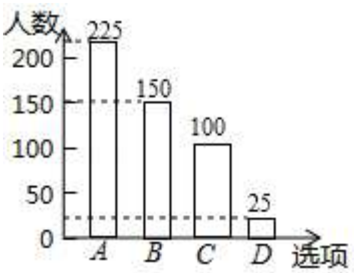
(1)此次调查的总人数为 150÷30%＝500(人)，

则 m＝500×45%＝225，n＝500×5%＝25，

故答案为：500，225，25；

(2)C 选项人数为 500×20%＝100(人)，

补全图形如下：



(3)1×150+2×100+3×25＝425，

答：接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有 425 封，

故答案为：425；

(4)由此次调查估算，在此项活动中，全地区给老师投过信件的学生约有 110000×(1﹣45%)＝60500(名).

【点睛】

本题考查了条形统计图，扇形统计图，用样本估计总体，准确识图，从中找到必要的信息是解题的关键.

24．某山区不仅有美丽风光，也有许多令人喜爱的土特产，为实现脱贫奔小康，某村组织村民加工包装土特产销售给游客，以增加村民收入.已知某种土特产每袋成本 10 元.试销阶段每袋的销售价 *x*（元）与该士特产的日销售量 *y*（袋）之间的关系如表：

x（元）	**15**	**20**	**30**	**…**
y（袋）	**25**	**20**	**10**	**…**

若日销售量 *y* 是销售价 *x* 的一次函数，试求：

（1）日销售量 *y*（袋）与销售价 *x*（元）的函数关系式；

（2）假设后续销售情况与试销阶段效果相同，要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为多少元？每日销售的最大利润是多少元？

【答案】（1）$y=-x+40$；（2）要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为 25 元，每日销售的最大利润是 225 元.

【解析】

【分析】

(1)根据表格中的数据，利用待定系数法，求出日销售量 y(袋)与销售价 x(元)的函数关系式即可

(2)利用每件利润×总销量＝总利润，进而求出二次函数最值即可.

【详解】

(1)依题意，根据表格的数据，设日销售量 y(袋)与销售价 x(元)的函数关系式为 y＝kx+b 得

$\begin{cases}25=15k+b\\20=20k+b\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\b=40\end{cases}$，

故日销售量 y(袋)与销售价 x(元)的函数关系式为：y＝﹣x+40；

(2)依题意，设利润为 w 元，得

$w=(x-10)(-x+40)=-x^2+50x+400$，

整理得 w＝－(x－25)^2+225，

∵－1＜0，

∴当 x＝2 时，w 取得最大值，最大值为 225，

故要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为 25 元，每日销售的最大利润是 225 元.

【点睛】

本题考查了一次函数的应用，二次函数的应用，正确分析得出各量间的关系并熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

25. 某中学数学兴趣小组在一次课外学习与探究中遇到一些新的数学符号，他们将其中某些材料摘录如下：

对于三个实，数 a，b，c，用 $M\{a,b,c\}$ 表示这三个数的平均数，用 $\min\{a,b,c\}$ 表示这三个数中最小的数，例如 $M\{1,2,9\}=\dfrac{1+2+9}{3}$=4，$\min\{1,2,-3\}=-3$，$\min\{3,1,1\}=1$．请结合上述材料，解决下列问题：

（1）①$M\{(-2)^2,2^2,-2^2\}=$______，

②$\min\{\sin30^\circ,\cos60^\circ,\tan45^\circ\}=$______；

（2）若 $\min\{3-2x,1+3x,-5\}=-5$，则 x 的取值范围为______；

（3）若 $M\{-2x,x^2,3\}=2$，求 x 的值；

（4）如果 $M\{2,1+x,2x\}=\min\{2,1+x,2x\}$，求 x 的值.

【答案】（1）①$\dfrac{4}{3}$，② $\dfrac{1}{2}$；（2）$-2\le x\le4$；（3）$x=-1$ 或 3；（4）$x=1$．

【解析】

【分析】

（1）①根据平均数的定义计算即可．②求出三个数中的最小的数即可.

（2）根据不等式解决问题即可.

（3）构建方程即可解决问题.

（4）把问题转化为不等式组解决即可.

【详解】

（1）①$M\{(-2)^2,2^2,-2^2\}=\dfrac{4}{3}$，

②$\min\{\sin30^\circ,\cos60^\circ,\tan45^\circ\}=\dfrac{1}{2}$；

故答案为：$\frac{4}{3}$，$\frac{1}{2}$．

（2）$\because \min\{3-2x,1+3x,-5\}=-5$，

$\therefore \begin{cases} 3-2x \ge -5 \\ 1+3x \ge -5 \end{cases}$，

解得$-2 \le x \le 4$，

故答案为$-2 \le x \le 4$．

（3）$\because M\{-2x,x^2,3\}=2$，

$\therefore \frac{-2x+x^2+3}{3}=2$，

解得$x=-1$或3．

（4）$\because M\{2,1+x,2x\}=\min\{2,1+x,2x\}$，

又$\because \frac{2+1+x+2x}{3}=x+1$，

$\therefore \begin{cases} x+1 \le 2 \\ x+1 \le 2x \end{cases}$，

解得$1 \le x \le 1$，

$\therefore x=1$．

【点睛】

本题考查了不等式组，平均数，最小值等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，学会用转化的思想思考问题.

26．已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 经过点 A（1，0）和点 B（－3，0），与 y 轴交于点 C，点 P 为第二象限内抛物线上的动点.

（1）抛物线的解析式为__________，抛物线的顶点坐标为__________；

（2）如图 1，连接 OP 交 BC 于点 D，当 $S_{\triangle CPD}$：$S_{\triangle BPD}=1$：2 时，请求出点 D 的坐标；

（3）如图 2，点 E 的坐标为（0，－1），点 G 为 x 轴负半轴上的一点，$\angle OGE=15°$，连接 PE，若 $\angle PEG=2\angle OGE$，请求出点 P 的坐标；

（4）如图 3，是否存在点 P，使四边形 $BOCP$ 的面积为 8？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

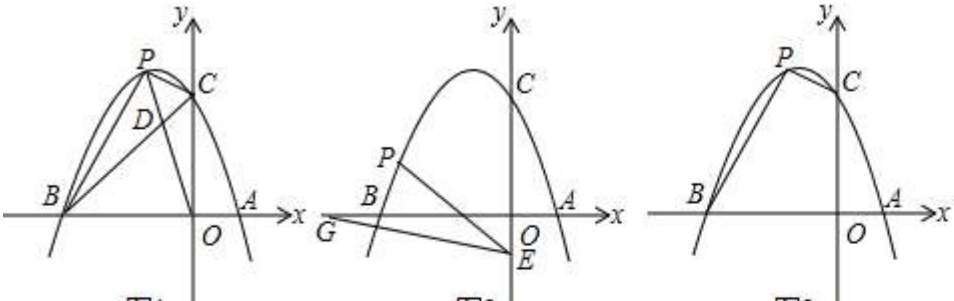


图1　图2　图3

【答案】（1）$y=-x^2-2x+3$，顶点坐标为（－1，4）；（2）点 D（－1，2）；（3）点 P（$\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$，$\frac{\sqrt{17}-1}{2}$）（4）不存在，理由见解析.

【解析】

【分析】

(1)利用待定系数法可求得函数的表达式，再通过配方即可求得顶点坐标；

(2)又 $S_{\triangle CPD}$：$S_{\triangle BPD}$＝1：2，可得 BD＝$\frac{2}{3}$BC＝$\frac{2}{3}\times3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，再利用解直角三角形的知识即可求得答案；

(3)设直线 PE 交 x 轴于点 H，∠OGE＝15°，∠PEG＝2∠OGE＝30°，则∠OHE＝45°，故 OH＝OE＝1，解由①②构成的方程组即可求得答案；

(4)连接 BC，过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 H，设点 P(x，$-x^2-2x+3$)，点 H(x，x+3)，则 $S_{四边形BOCP}=S_{\triangle OBC}+S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}\times3\times3+\frac{1}{2}(-x^2-2x+3-x-3)\times3=8$，得到关于 x 的一元二次方程，根据方程解的情况即可得结论.

【详解】

(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 经过点 A(1，0)和点 B(－3，0)，

$$\therefore\begin{cases}a+b+3=0\\9a-3b+3=0\end{cases},$$

$$\therefore\begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases},$$

∴抛物线的表达式为：$y=-x^2-2x+3$…①，

$y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$，

∴顶点坐标为(－1，4)；

(2)设点 D 坐标为(x_D，y_D)，∵OB＝OC，∠BOC=90°，

∴∠CBO＝45°，BC=$\sqrt{OB^2+OC^2}=3\sqrt{2}$，

∵$S_{\triangle CPD}$：$S_{\triangle BPD}$＝1：2，

∴BD：DC=2：1，

$\therefore BD=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\times3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore x_D=-3+BD\cdot\cos\angle CBO=-3+2=-1$， $y_D=BD\cdot\sin\angle CBO=2$，

∴点 D(－1，2)；

(3)如图 2，设直线 PE 交 x 轴于点 H，

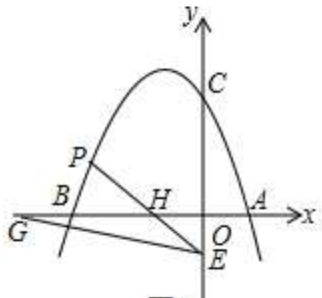


图2

$\because\angle OGE=15°$，$\angle EOG=90°$，

$\therefore\angle OEG=90°-15°=75°$，

$\because\angle PEG=2\angle OGE$，

$\therefore\angle PEG=2\angle OGE=30°$，

$\therefore\angle OHE=\angle OGE+\angle PEG=45°$，$\angle HEO=\angle OEG-\angle PEG=45°$，

∴OH＝OE＝1，

∴H(-1，0)，

设直线 HE 的解析式为 y=mx+n，把 H(-1，0)、E(0，-1)分别代入得$\begin{cases}-m+n=0\\n=-1\end{cases}$，

解得$\begin{cases}m=-1\\n=-1\end{cases}$，

∴直线 HE 的表达式为：y＝－x－1…②，

联立①②并解得：$\begin{cases}x_1=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}\\y_1=\frac{\sqrt{17}-1}{2}\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\\y_2=\frac{-\sqrt{17}-1}{2}\end{cases}$(舍去)，

故点 P($\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$，$\frac{\sqrt{17}-1}{2}$)；

(4)不存在，理由：

如图 3，连接 BC，过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 H，

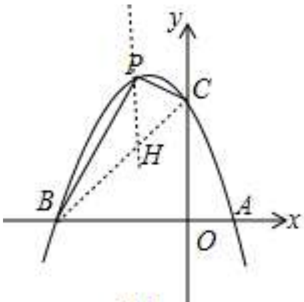


图3

直线 BC 的表达式为：$y=x+3$，

设点 $P(x,\ -x^2-2x+3)$，点 $H(x,\ x+3)$，

则 $S_{\text{四边形}BOCP}=S_{\triangle OBC}+S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}\times3\times3+\frac{1}{2}(-x^2-2x+3-x-3)\times3=8$，

整理得：$3x^2+9x+7=0$，

解得：$\Delta<0$，故方程无解，

则不存在满足条件的点 P.

【点睛】

本题考查了是二次函数的综合题，涉及了待定系数法，解直角三角形，解二元方程组，一元二次方程根的判别式等知识，综合性较强，熟练掌握相关知识是解题的关键.注意数形结合思想以及方程思想的应用.