

## 2013 年四川省眉山市中考真题数学

### 一、选择题(12 小题, 每小题 3 分)

1. (3 分)-2 的倒数是( )

- A. 2
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $-\frac{1}{2}$
- D. -0.2

解析: -2 的倒数为 $-\frac{1}{2}$

答案: C.

2. (3 分)下列计算正确的是( )

- A.  $a^4+a^2=a^6$
- B.  $2a \cdot 4a=8a$
- C.  $a^5 \div a^2=a^3$
- D.  $(a^2)^3=a^5$

解析: A、 $a^4$ 与 $a^2$ 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

B、应为 $2a \cdot 4a=8a^2$ , 故本选项错误;

C、 $a^5 \div a^2=a^3$ , 正确;

D、应为 $(a^2)^3=a^6$ , 故本选项错误.

答案: C.

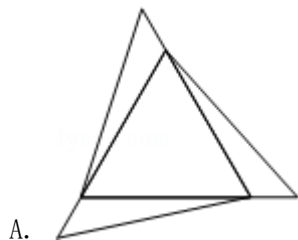
3. (3 分)某市地铁一号与地铁二号线接通后, 该市交通通行和转换能力成倍增长, 该工程投资预算约为 930000 万元, 这一数据用科学记数法表示为( )

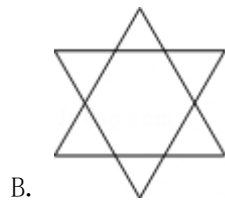
- A.  $9.3 \times 10^5$  万元
- B.  $9.3 \times 10^6$  万元
- C.  $0.93 \times 10^6$  万元
- D.  $9.3 \times 10^4$  万元

解析: 将 930000 用科学记数法表示为 $9.3 \times 10^5$ .

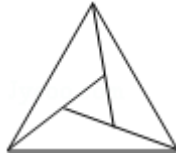
答案: A.

4. (3 分)下列图形是中心对称图形的是( )





B.



C.



D.

解析：A、不是中心对称图形，故本选项错误；

B、是中心对称图形，故本选项正确；

C、不是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项错误；

答案：B.

5. (3分) 一个正多边形的每个外角都是  $36^\circ$ ，这个正多边形的边数是( )

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

解析： $360^\circ \div 36^\circ = 10$ ，

则这个正多边形的边数是 10.

答案：B.

6. (3分) 下列命题，其中真命题是( )

A. 方程  $x^2=x$  的解是  $x=1$

B. 6 的平方根是  $\pm 3$

C. 有两边和一个角分别对应相等的两个三角形全等

D. 连接任意四边形各边中点的四边形是平行四边形

解析：A、方程  $x^2=x$  的解是  $x=1$  或  $0$ ，故原命题是假命题；

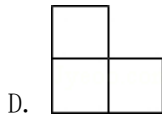
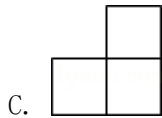
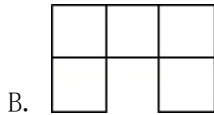
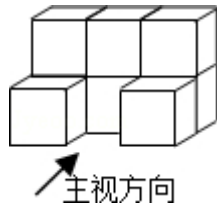
B、6 的平方根是  $\pm\sqrt{6}$ ，故原命题是假命题；

C、有两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等，故原命题是假命题；

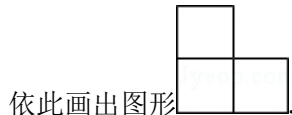
D、连接任意四边形各边中点的四边形是平行四边形，故原命题是真命题；

答案：D.

7. (3分) 如图是小强用八块相同的小正方体搭建的一个积木，它的左视图是( )



解析：左视图从左往右，2列正方形的个数依次为2，1；



答案：D.

8. (3分) 王明同学随机抽查某市10个小区所得到的绿化率情况，结果如下表：

小区绿化率 (%)	20	25	30	32
小区个数	2	4	3	1

则关于这10个小区的绿化率情况，下列说法错误的是( )

- A. 极差是13%
- B. 众数是25%
- C. 中位数是25%
- D. 平均数是26.2%

解析：由表格可知，极差为： $32\% - 20\% = 12\%$ ，

众数为：25%，

中位数为：25%，

平均数为： $\frac{20\% + 20\% + 25\% + 25\% + 25\% + 25\% + 30\% + 30\% + 30\% + 32\%}{10} = 26.2\%$ ，

答案：A.

9. (3分) 用一圆心角为  $120^\circ$ ，半径为6cm的扇形做成一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面的半径是( )

- A. 1cm
- B. 2cm
- C. 3cm

D. 4cm

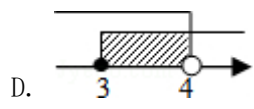
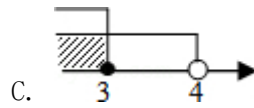
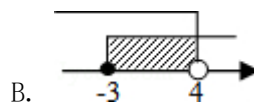
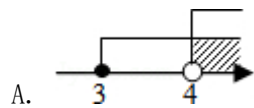
解析：设此圆锥的底面半径为  $r$ ，由题意，得

$$2\pi r = \frac{120\pi \times 6}{180},$$

解得  $r=2\text{cm}$ .

答案：B.

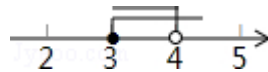
10. (3分) 不等式组  $\begin{cases} 3x < 2x+4 \\ \frac{x+3}{3} - x \leq -1 \end{cases}$  的解集在数轴上表示为( )



解析：  $\begin{cases} 3x < 2x+4 \text{ ①} \\ \frac{x+3}{3} - x \leq -1 \text{ ②} \end{cases}$ ，由①得， $x < 4$ ；由②得， $x \geq 3$ ，

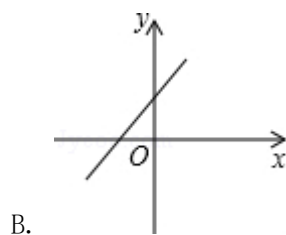
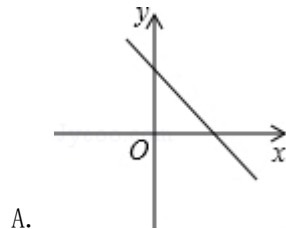
故此不等式组的解集为： $3 \leq x < 4$ ，

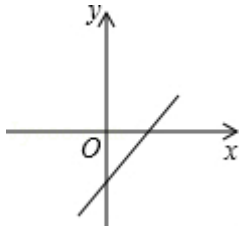
在数轴上表示为：



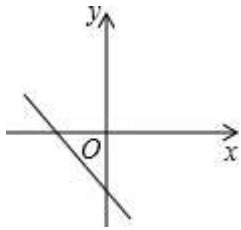
答案：D.

11. (3分) 若实数  $a, b, c$  满足  $a+b+c=0$ ，且  $a < b < c$ ，则函数  $y=cx+a$  的图象可能是( )





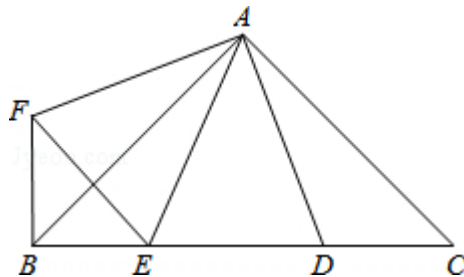
C.



D.

解析：∵  $a+b+c=0$ ，且  $a < b < c$ ，  
 ∴  $a < 0$ ， $c > 0$ ，(b 的正负情况不能确定)，  
 ∴  $a < 0$ ，  
 ∴ 函数  $y=cx+a$  的图象与 y 轴负半轴相交，  
 ∴  $c > 0$ ，  
 ∴ 函数  $y=cx+a$  的图象经过第一、三、四象限。  
 答案：C.

12. (3 分) 如图， $\angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD = AF$ ，点 D、E 为 BC 边上的两点，且  $\angle DAE = 45^\circ$ ，连接 EF、BF，则下列结论：  
 ①  $\triangle AED \cong \triangle AEF$ ；②  $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ ；③  $BE + DC > DE$ ；④  $BE^2 + DC^2 = DE^2$ ，  
 其中正确的有( )个。



- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

解析：① ∵  $\angle DAF = 90^\circ$ ， $\angle DAE = 45^\circ$ ，  
 ∴  $\angle FAE = \angle DAF - \angle DAE = 45^\circ$ 。  
 在  $\triangle AED$  与  $\triangle AEF$  中，  

$$\begin{cases} AD = AF \\ \angle DAE = \angle FAE = 45^\circ \\ AE = AE \end{cases}$$
  
 ∴  $\triangle AED \cong \triangle AEF$  (SAS)，①正确；  
 ② ∵  $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，  
 ∴  $\angle ABE = \angle C = 45^\circ$ 。

∵点 D、E 为 BC 边上的两点， $\angle DAE=45^\circ$ ，  
 ∴AD 与 AE 不一定相等， $\angle AED$  与  $\angle ADE$  不一定相等，  
 ∴ $\angle AED=45^\circ + \angle BAE$ ， $\angle ADE=45^\circ + \angle CAD$ ，  
 ∴ $\angle BAE$  与  $\angle CAD$  不一定相等，  
 ∴ $\triangle ABE$  与  $\triangle ACD$  不一定相似，②错误；  
 ③∵ $\angle BAC=\angle DAF=90^\circ$ ，  
 ∴ $\angle BAC-\angle BAD=\angle DAF-\angle BAD$ ，即  $\angle CAD=\angle BAF$ 。

在  $\triangle ACD$  与  $\triangle ABF$  中，

$$\begin{cases} AC=AB \\ \angle CAD=\angle BAF, \\ AD=AF \end{cases}$$

∴ $\triangle ACD \cong \triangle ABF$  (SAS)，

∴ $CD=BF$ ，

由①知  $\triangle AED \cong \triangle AEF$ ，

∴ $DE=EF$ 。

在  $\triangle BEF$  中，∵ $BE+BF > EF$ ，

∴ $BE+DC > DE$ ，③正确；

④由③知  $\triangle ACD \cong \triangle ABF$ ，

∴ $\angle C=\angle ABF=45^\circ$ ，

∴ $\angle ABE=45^\circ$ ，

∴ $\angle EBF=\angle ABE+\angle ABF=90^\circ$ 。

在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中，由勾股定理，得  $BE^2+BF^2=EF^2$ ，

∵ $BF=DC$ ， $EF=DE$ ，

∴ $BE^2+DC^2=DE^2$ ，④正确。

所以正确的结论有①③④。

答案：C。

## 二、填空题(6 小题，每小题 3 分)

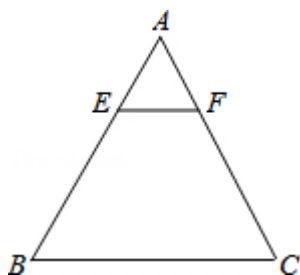
13. (3 分) 函数  $y=\frac{1}{x-2}$  中，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

解析：要使分式有意义，即： $x-2 \neq 0$ ，

解得： $x \neq 2$ 。

答案： $x \neq 2$ 。

14. (3 分) 如图， $\triangle ABC$  中，E、F 分别是 AB、AC 上的两点，且  $\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}=\frac{1}{2}$ ，若  $\triangle AEF$  的面积为 2，则四边形 EBCF 的面积为\_\_\_\_\_。



解析:  $\because \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore EF \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$ ,

$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ ,

$\therefore S_{\triangle ABC} = 18$ ,

则  $S_{\text{四边形 EBCF}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} = 18 - 2 = 16$ .

答案: 16.

15. (3分) 为筹备班级里的新年晚会, 班长对全班同学爱吃哪几种水果作了民意调查, 最终买什么水果, 该由调查数据的\_\_\_\_\_ 决定(在横线上填写: 平均数或中位数或众数).

解析: 平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量; 既然是为筹备班级的初中毕业联欢会做准备, 那么买的水果肯定是大多数人爱吃的才行, 故最值得关注的是众数.

答案: 众数.

16. (3分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x - 3 = 0$  的两个实数根分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ , 则

$(\alpha + 3)(\beta + 3) = \underline{\quad}$ .

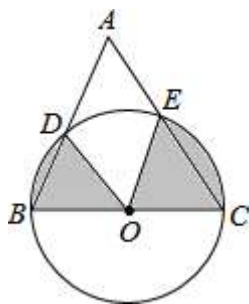
解析:  $\because x$  的一元二次方程  $x^2 - x - 3 = 0$  的两个实数根分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ ,

$\therefore \alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -3$ ,

$\therefore (\alpha + 3)(\beta + 3) = \alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 9 = \alpha\beta + 3(\alpha + \beta) + 9 = -3 + 3 \times 1 + 9 = 9$ ;

答案: 9.

17. (3分) 如图, 以  $BC$  为直径的  $\odot O$  与  $\triangle ABC$  的另两边分别相交于点  $D$ 、 $E$ . 若  $\angle A = 60^\circ$ ,  $BC = 4$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_. (结果保留  $\pi$ )



解析:  $\because \triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ,

$\because \triangle OBD$ 、 $\triangle OCE$  是等腰三角形,

$\therefore \angle BDO + \angle CEO = \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ$ ,

$\therefore \angle BOD + \angle COE = 360^\circ - (\angle BDO + \angle CEO) - (\angle ABC + \angle ACB) = 360^\circ - 120^\circ - 120^\circ = 120^\circ$ ,

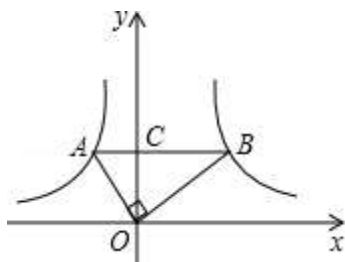
$\because BC = 4$ ,

$\therefore OB = OC = 2$ ,

$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{120\pi \times 2^2}{360} = \frac{4}{3}\pi$ .

答案:  $\frac{4}{3}\pi$ .

18. (3分) 如图, 在函数  $y_1 = \frac{k_1}{x}$  ( $x < 0$ ) 和  $y_2 = \frac{k_2}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上, 分别有 A、B 两点, 若  $AB \parallel x$  轴, 交  $y$  轴于点 C, 且  $OA \perp OB$ ,  $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}$ ,  $S_{\triangle BOC} = \frac{9}{2}$ , 则线段 AB 的长度 = \_\_\_\_.



解析: 根据反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 系数  $k$  的几何意义易得两反比例解析式为  $y = -\frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{9}{x}$ , 设 B 点坐标为  $(\frac{9}{t}, t)$  ( $t > 0$ ), 则可表示出 A 点坐标为  $(-\frac{1}{t}, t)$ , 然后证明  $\text{Rt}\triangle AOC \sim \text{Rt}\triangle OBC$ , 得到  $OC: BC = AC: OC$ , 即  $t: \frac{9-1}{t} = t: t$ , 解得  $t = \sqrt{3}$ , 再确定 A、B 点的坐标, 最后用两点的横坐标之差来得到线段 AB 的长.

答案:  $\because S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}, S_{\triangle BOC} = \frac{9}{2}$ ,

$$\therefore \frac{1}{2}|k_1| = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}|k_2| = \frac{9}{2},$$

$$\therefore k_1 = -1, k_2 = 9,$$

$\therefore$  两反比例解析式为  $y = -\frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{9}{x}$ ,

设 B 点坐标为  $(\frac{9}{t}, t)$  ( $t > 0$ ),

$\because AB \parallel x$  轴,

$\therefore$  A 点的纵坐标为  $t$ ,

把  $y = t$  代入  $y = -\frac{1}{x}$  得  $x = -\frac{1}{t}$ ,

$\therefore$  A 点坐标为  $(-\frac{1}{t}, t)$ ,

$\because OA \perp OB$ ,

$\therefore \angle AOC = \angle OBC$ ,

$\therefore \text{Rt}\triangle AOC \sim \text{Rt}\triangle OBC$ ,

$\therefore OC: BC = AC: OC$ , 即  $t: \frac{9-1}{t} = t: t$ ,

$$\therefore t = \sqrt{3},$$

$\therefore$  A 点坐标为  $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3})$ , B 点坐标为  $(3\sqrt{3}, \sqrt{3})$ ,



$$\therefore \text{线段 AB 的长度} = 3\sqrt{3} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{故答案为 } \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

### 三、计算题(2 小题, 每小题 6 分)

19. (6 分) 计算:  $2\cos 45^\circ - \sqrt{16} + \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} + (\pi - 3.14)^0$ .

解析: 分别进行特殊角的三角函数值、二次根式的化简、负整数指数幂、零指数幂等运算, 然后按照实数的运算法则计算即可.

答案: 原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 4 - 4 + 1 = \sqrt{2} - 7$ .

20. (6 分) 先化简, 再求值:  $\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{1}{x^2 - 1} + (x - 2)$ , 其中  $x = \sqrt{6}$ .

解析: 这道求代数式值的题目, 不应考虑把  $x$  的值直接代入, 通常做法是先把代数式去括号, 把除法转换为乘法化简, 然后再代入求值.

答案: 原式  $= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{1} + (x-2)$  (3 分)

$= x(x-1) + (x-2) = x^2 - 2$ ; (2 分)

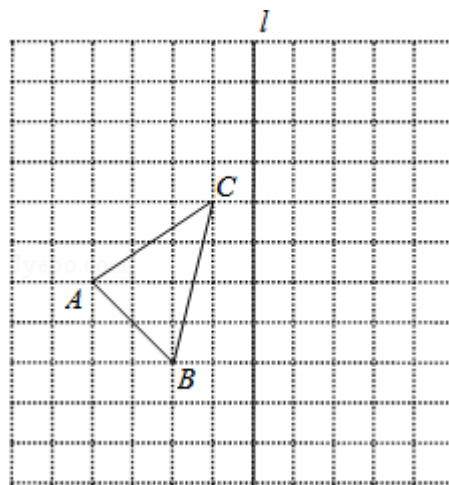
当  $x = \sqrt{6}$  时, 则原式的值为  $(\sqrt{6})^2 - 2 = 4$ . (2 分)

21. (8 分) 如图, 在  $11 \times 11$  的正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 网格中有一个格点  $\triangle ABC$  (即三角形的顶点都在格点上).

(1) 在图中作出  $\triangle ABC$  关于直线  $l$  对称的  $\triangle A_1B_1C_1$ ; (要求  $A$  与  $A_1$ ,  $B$  与  $B_1$ ,  $C$  与  $C_1$  相对应)

(2) 作出  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针方向旋转  $90^\circ$  后得到的  $\triangle A_2B_2C$ ;

(3) 在 (2) 的条件下直接写出点  $B$  旋转到  $B_2$  所经过的路径的长. (结果保留  $\pi$ )



解析: (1) 根据网格结构找出点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  关于直线  $l$  的对称点  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  的位置, 然后顺次连接即可;

(2) 根据网格结构找出点 A、B 绕点 C 顺时针旋转  $90^\circ$  后的  $A_2$ 、 $B_2$  的位置，然后顺次连接即可；

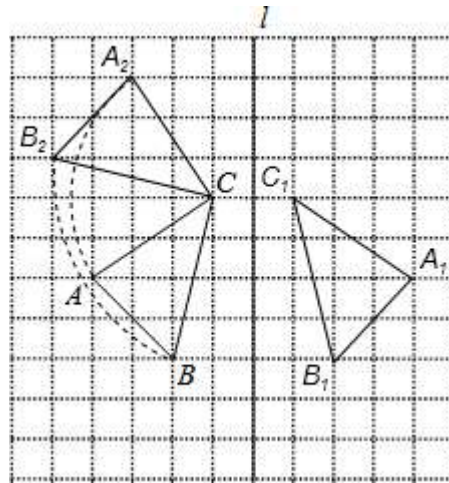
(3) 利用勾股定理列式求出 BC 的长，再根据弧长公式列式计算即可得解.

答案：(1)  $\triangle A_1B_1C_1$  如图所示；

(2)  $\triangle A_2B_2C$  如图所示；

(3) 根据勾股定理， $BC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ ，

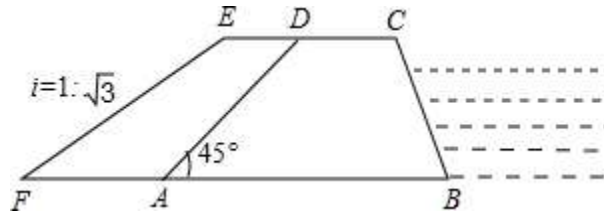
所以，点 B 旋转到  $B_2$  所经过的路径的长  $= \frac{90 \cdot \pi \cdot \sqrt{17}}{180} = \frac{\sqrt{17}}{2} \pi$ .



22. (8分) 如图，某防洪指挥部发现长江边一处长 500 米，高 10 米，背水坡的坡角为  $45^\circ$  的防洪大堤(横断面为梯形 ABCD) 急需加固. 经调查论证，防洪指挥部专家组制定的加固方案是：背水坡面用土石进行加固，并使上底加宽 3 米，加固后背水坡 EF 的坡比  $i=1:\sqrt{3}$ .

(1) 求加固后坝底增加的宽度 AF；

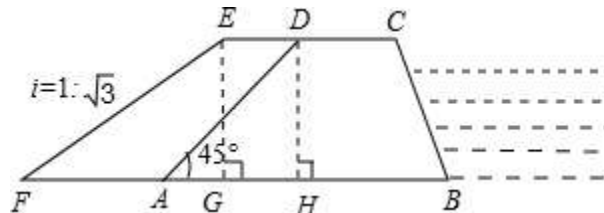
(2) 求完成这项工程需要土石多少立方米？(结果保留根号)



解析：(1) 分别过 E、D 作 AB 的垂线，设垂足为 G、H. 在  $Rt\triangle EFG$  中，根据坡面的铅直高度(即坝高)及坡比，即可求出水平宽 FG 的长；同理可在  $Rt\triangle ADH$  中求出 AH 的长；由  $AF=FG+GH-AH$  求出 AF 的长.

(2) 已知了梯形 AFED 的上下底和高，易求得其面积. 梯形 AFED 的面积乘以坝长即为所需的土石的体积.

答案：(1) 分别过点 E、D 作  $EG \perp AB$ 、 $DH \perp AB$  交 AB 于 G、H. (1分)



$\because$  四边形 ABCD 是梯形，且  $AB \parallel CD$ ,

∴DH 平行且等于 EG. (2分)

故四边形 EGH D 是矩形. (3分)

∴ED=GH. (4分)

在 Rt△ADH 中,

$$AH=DH \div \tan \angle DAH=10 \div \tan 45^\circ =10(\text{米}). \quad (5分)$$

在 Rt△FGE 中,

$$i=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{EG}{FG},$$

$$\therefore FG=\sqrt{3}EG=10\sqrt{3}(\text{米}). \quad (6分)$$

$$\therefore AF=FG+GH-AH=10\sqrt{3}+3-10=10\sqrt{3}-7(\text{米}); \quad (7分)$$

(2) 加宽部分的体积  $V=S_{\text{梯形 AFED}} \times \text{坝长}$  (8分)

$$=\frac{1}{2} \times (3+10\sqrt{3}-7) \times 10 \times 500$$

$$=25000\sqrt{3}-10000(\text{立方米}). \quad (9分)$$

答: (1) 加固后坝底增加的宽度 AF 为  $(10\sqrt{3}-7)$  米;

(2) 完成这项工程需要土石  $(25000\sqrt{3}-10000)$  立方米. (10分)

### 五、(2 个小题, 每小题 9 分)

23. (9分) 我市某中学艺术节期间, 向学校学生征集书画作品. 九年级美术李老师从全年级 14 个班中随机抽取了 A、B、C、D 4 个班, 对征集到的作品的数量进行了分析统计, 制作了如下两幅不完整的统计图.

(1) 李老师采取的调查方式是\_\_\_\_(填“普查”或“抽样调查”), 李老师所调查的 4 个班征集到作品共\_\_\_\_件, 其中 B 班征集到作品\_\_\_\_, 请把图 2 补充完整.

(2) 如果全年级参展作品中有 4 件获得一等奖, 其中有 2 名作者是男生, 2 名作者是女生. 现在要在抽两人去参加学校总结表彰座谈会, 求恰好抽中一男一女的概率. (要求用树状图或列表法写出分析过程)

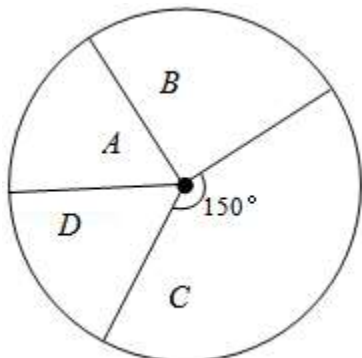


图 1

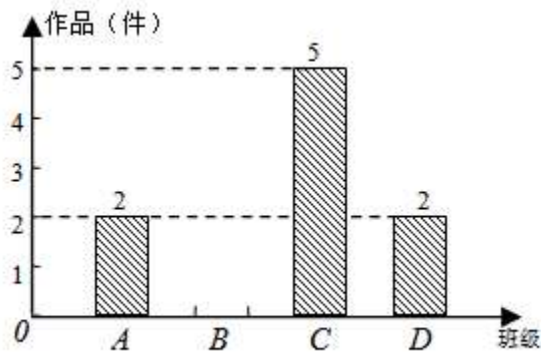


图 2

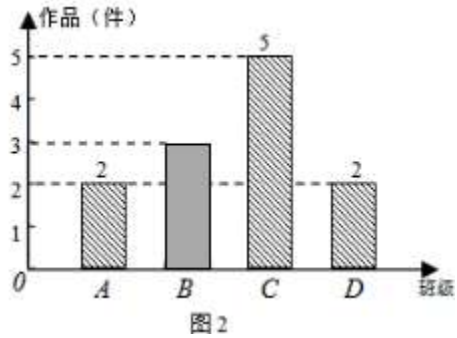
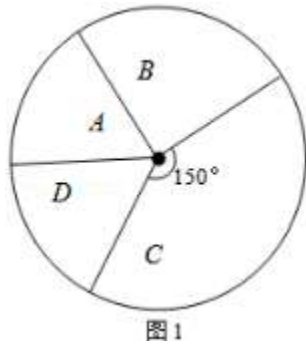
解析: (1) 根据题意得到此次调查为抽样调查, 用 C 的度数除以 360 度求出所占的百分比, 由 C 的件数除以所占的百分比即可得到调查的总件数; 进而求出 B 的件数;

(2) 画树状图得出所有等可能的情况数, 找出一男一女的情况数, 即可求出所求的概率.

答案: (1) 此次调查为抽样调查;

根据题意得调查的总件数为:  $5 \div \frac{150}{360} = 12(\text{件}),$

B 的件数为  $12 - (2+5+2) = 3(\text{件});$  补全图 2, 如图所示:



故答案为：抽样调查；12；3；  
 (2)画树状图如下：



所有等可能的情况有 12 种，其中一男一女有 8 种，  
 则  $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

24. (9分) 2013年4月20日，雅安发生7.0级地震，某地需550顶帐篷解决受灾群众临时住宿问题，现由甲、乙两个工厂来加工生产. 已知甲工厂每天的加工生产能力是乙工厂每天加工生产能力的1.5倍，并且加工生产240顶帐篷甲工厂比乙工厂少用4天.

- ①求甲、乙两个工厂每天分别可加工生产多少顶帐篷？
- ②若甲工厂每天的加工生产成本为3万元，乙工厂每天的加工生产成本为2.4万元，要使这批救灾帐篷的加工生产总成本不高于60万元，至少应安排甲工厂加工生产多少天？

解析：①先设乙工厂每天可加工生产  $x$  顶帐篷，则甲工厂每天可加工生产  $1.5x$  顶帐篷，根据加工生产240顶帐篷甲工厂比乙工厂少用4天列出方程，求出  $x$  的值，再进行检验即可求出答案；

②设甲工厂加工生产  $y$  天，根据加工生产总成本不高于60万元，列出不等式，求出不等式的解集即可.

答案：①设乙工厂每天可加工生产  $x$  顶帐篷，则甲工厂每天可加工生产  $1.5x$  顶帐篷，根据题意得：

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{1.5x} = 4,$$

解得：  $x=20$ ,

经检验  $x=20$  是原方程的解，

则甲工厂每天可加工生产  $1.5 \times 20 = 30$  (顶)，

答：甲、乙两个工厂每天分别可加工生产30顶和20顶帐篷；

②设甲工厂加工生产  $y$  天，根据题意得：

$$3y + 2.4 \times \frac{550 - 30y}{20} \leq 60,$$

解得：  $y \geq 10$ ,

则至少应安排甲工厂加工生产10天.

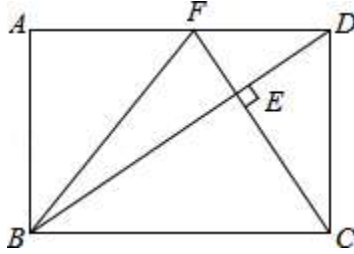
答：至少应安排甲工厂加工生产 10 天.

一、(B 卷、本题 9 分)

25. (9 分) 在矩形 ABCD 中,  $DC=2\sqrt{3}$ ,  $CF \perp BD$  分别交 BD、AD 于点 E、F, 连接 BF.

(1) 求证:  $\triangle DEC \sim \triangle FDC$ ;

(2) 当 F 为 AD 的中点时, 求  $\sin \angle FBD$  的值及 BC 的长度.



解析: (1) 根据题意可得  $\angle DEC = \angle FDC$ , 利用两角法即可进行相似的判定;

(2) 根据 F 为 AD 的中点, 可得  $FB=FC$ , 根据  $AD \parallel BC$ , 可得  $FE:EC=FD:BC=1:2$ , 再由  $\sin \angle FBD = \frac{EF}{BF} = \frac{EF}{FC}$ , 即可得出答案, 设  $EF=x$ , 则  $EC=2x$ , 利用 (1) 的结论求出  $x$ , 在  $Rt\triangle CFD$  中求出  $FD$ , 继而得出  $BC$ .

答案: (1)  $\because \angle DEC = \angle FDC = 90^\circ$ ,  $\angle DCE = \angle FCD$ ,

$\therefore \triangle DEC \sim \triangle FDC$ .

(2)  $\because F$  为 AD 的中点,  $AD \parallel BC$ ,

$\therefore FE:EC=FD:BC=1:2$ ,  $FB=FC$ ,

$\therefore FE:FC=1:3$ ,

$\therefore \sin \angle FBD = \frac{EF}{BF} = \frac{EF}{FC} = \frac{1}{3}$ ;

设  $EF=x$ , 则  $FC=3x$ ,

$\because \triangle DEC \sim \triangle FDC$ ,

$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{CD}{FC}$ , 即可得:  $6x^2=12$ ,

解得:  $x=\sqrt{2}$ ,

则  $CF=3\sqrt{2}$ ,

在  $Rt\triangle CFD$  中,  $DF=\sqrt{FC^2 - CD^2}=\sqrt{6}$ ,

$\therefore BC=2DF=2\sqrt{6}$ .

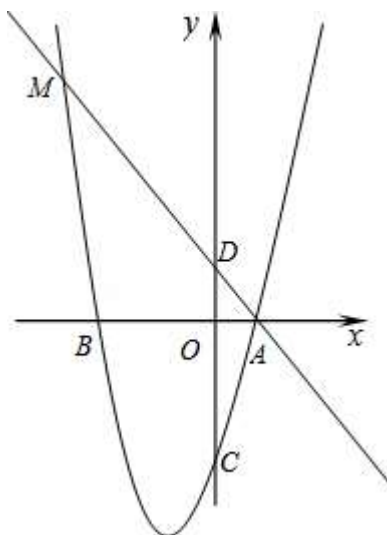
二、本题 11 分

26. (11 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A、B 在 x 轴上, 点 C、D 在 y 轴上, 且  $OB=OC=3$ ,  $OA=OD=1$ , 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 经过 A、B、C 三点, 直线 AD 与抛物线交于另一点 M.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) P 为抛物线上一动点, E 为直线 AD 上一动点, 是否存在点 P, 使以点 A、P、E 为顶点的三角形为等腰直角三角形? 若存在, 请求出所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 请直接写出将该抛物线沿射线 AD 方向平移  $\sqrt{2}$  个单位后得到的抛物线的解析式.



解析：(1)利用待定系数法求出抛物线的解析式；

(2) $\triangle APE$ 为等腰直角三角形，有三种可能的情形，需要分类讨论：

①以点A为直角顶点.过点A作直线AD的垂线，与抛物线的交点即为所求点P.首先求出直线PA的解析式，然后联立抛物线与直线PA的解析式，求出点P的坐标；

②以点P为直角顶点.此时点P只能与点B重合；

③以点E为直角顶点.此时点P亦只能与点B重合.

(3)抛物线沿射线AD方向平移 $\sqrt{2}$ 个单位，相当于向左平移1个单位，并向上平移一个单位.据此，按照“左加右减”的原则，确定平移后抛物线的解析式.

答案：(1)根据题意得， $A(1, 0)$ ， $D(0, 1)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(0, -3)$ .

抛物线经过点 $A(1, 0)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(0, -3)$ ，则有：

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ 9a-3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为： $y=x^2+2x-3$ .

(2)存在.

$\triangle APE$ 为等腰直角三角形，有三种可能的情形：

①以点A为直角顶点.

如解答图，过点A作直线AD的垂线，与抛物线交于点P，与y轴交于点F.

$\because OA=OD=1$ ，则 $\triangle AOD$ 为等腰直角三角形，

$\because PA \perp AD$ ，则 $\triangle OAF$ 为等腰直角三角形， $\therefore OF=1$ ， $F(0, -1)$ .

设直线PA的解析式为 $y=kx+b$ ，将点 $A(1, 0)$ ， $F(0, -1)$ 的坐标代入得：

$$\begin{cases} k+b=0 \\ b=-1 \end{cases}$$

解得 $k=1$ ， $b=-1$ ，

$\therefore y=x-1$ .

将 $y=x-1$ 代入抛物线解析式 $y=x^2+2x-3$ 得， $x^2+2x-3=x-1$ ，

整理得： $x^2+x-2=0$ ，

解得  $x=-2$  或  $x=1$ ，

当  $x=-2$  时， $y=x-1=-3$ ，

$\therefore P(-2, -3)$ ；

②以点 P 为直角顶点.

此时  $\angle PAE=45^\circ$ ，因此点 P 只能在 x 轴上或过点 A 与 y 轴平行的直线上.

过点 A 与 y 轴平行的直线，只有点 A 一个交点，故此种情形不存在；

因此点 P 只能在 x 轴上，而抛物线与 x 轴交点只有点 A、点 B，故点 P 与点 B 重合.

$\therefore P(-3, 0)$ ；

③以点 E 为直角顶点. 此时  $\angle EAP=45^\circ$ ，由②可知，此时点 P 只能与点 B 重合，点 E 位于直线 AD 与对称轴的交点上，即  $P(-3, 0)$ ；

综上所述，存在点 P，使以点 A、P、E 为顶点的三角形为等腰直角三角形. 点 P 的坐标为  $(-2, -3)$  或  $(-3, 0)$ .

(3) 抛物线的解析式为： $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$ .

抛物线沿射线 AD 方向平移  $\sqrt{2}$  个单位，相当于向左平移 1 个单位，并向上平移一个单位，

$\therefore$  平移后的抛物线的解析式为： $y=(x+1+1)^2-4+1=x^2+4x+1$ .

