

2018 年上海市杨浦区中考一模数学

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 如果 $5x=6y$ ，那么下列结论正确的是（ ）

- A. $x: 6=y: 5$
- B. $x: 5=y: 6$
- C. $x=5, y=6$
- D. $x=6, y=5$

解析：直接利用比例的性质将原式变形，

$$\because 5x=6y,$$

$$\therefore \frac{x}{6} = \frac{y}{5}.$$

故选项 A 正确.

答案：A

2. 下列条件中，一定能判断两个等腰三角形相似的是（ ）

- A. 都含有一个 40° 的内角
- B. 都含有一个 50° 的内角
- C. 都含有一个 60° 的内角
- D. 都含有一个 70° 的内角

解析：因为 A, B, D 给出的角 40° , 50° , 70° 可能是顶角也可能是底角，所以不对应，则不能判定两个等腰三角形相似；故 A, B, D 错误；

C、有一个 60° 的内角的等腰三角形是等边三角形，所有的等边三角形相似，故 C 正确.

答案：C

3. 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, A、B 分别对应 D、E, 且 $AB: DE=1: 2$, 那么下列等式一定成立的是（ ）

- A. $BC: DE=1: 2$
- B. $\triangle ABC$ 的面积: $\triangle DEF$ 的面积=1: 2
- C. $\angle A$ 的度数: $\angle D$ 的度数=1: 2
- D. $\triangle ABC$ 的周长: $\triangle DEF$ 的周长=1: 2

解析：A、BC 与 EF 是对应边，所以， $BC: DE=1: 2$ 不一定成立，故本选项错误；

B、 $\triangle ABC$ 的面积: $\triangle DEF$ 的面积=1: 4，故本选项错误；

C、 $\angle A$ 的度数: $\angle D$ 的度数=1: 1，故本选项错误；

D、 $\triangle ABC$ 的周长: $\triangle DEF$ 的周长=1: 2 正确，故本选项正确.

答案：D

4. 如果 $\vec{a}=2\vec{b}$ (\vec{a}, \vec{b} 均为非零向量)，那么下列结论错误的是（ ）

A. $\vec{a} \parallel 2\vec{b}$

B. $\vec{a} - 2\vec{b} = 0$

C. $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$

D. $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$

解析：A、正确. 因为 $\vec{a} = 2\vec{b}$ (\vec{a}, \vec{b} 均为非零向量), 所以 \vec{a} 与 \vec{b} 是方向相同的向量, 即 $\vec{a} \parallel \vec{b}$;

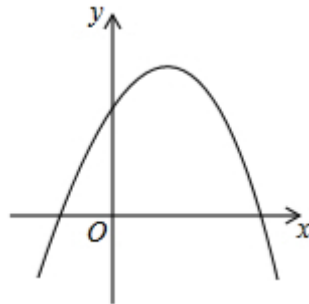
B、错误. 应该是 $\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{0}$;

C、正确. 由 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 可得 $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$;

D、正确. 因为 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 所以 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$.

答案：B

5. 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么下列不等式成立的是()



A. $a > 0$

B. $b < 0$

C. $ac < 0$

D. $bc < 0$.

解析：∵ 抛物线开口向下,

∴ $a < 0$,

∵ 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧,

∴ $x = -\frac{b}{2a} > 0$,

∴ $b > 0$,

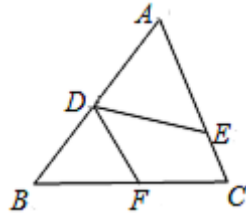
∵ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方,

∴ $c > 0$,

∴ $ac < 0$, $bc > 0$.

答案：C

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上, 且 $\angle AED = \angle B$, 再将下列四个选项中的一个作为条件, 不一定能使得 $\triangle ADE \sim \triangle BDF$ 的是()



- A. $\frac{EA}{BD} = \frac{ED}{BF}$
 B. $\frac{EA}{BF} = \frac{ED}{BD}$
 C. $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BF}$
 D. $\frac{BD}{BF} = \frac{BA}{BC}$.

解析：A、 $\because \angle AED = \angle B$, $\frac{EA}{BD} = \frac{ED}{BF}$, $\therefore \triangle ADE \sim \triangle BDF$, 正确；

B、 $\because \angle AED = \angle B$, $\frac{EA}{BF} = \frac{ED}{BD}$, $\therefore \triangle ADE \sim \triangle BDF$, 正确；

C、 $\because \angle AED = \angle B$, $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BF}$, 不是夹角, \therefore 不能得出 $\triangle ADE \sim \triangle BDF$, 错误；

D、 $\because \angle AED = \angle B$, $\frac{BD}{BF} = \frac{AB}{BC}$, $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDF$, $\because \angle A = \angle A$, $\angle B = \angle AED$, $\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BDF$, 正确；

答案：C

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 抛物线 $y = x^2 - 3$ 的顶点坐标是_____.

解析： \because 抛物线 $y = x^2 - 3$,

\therefore 抛物线 $y = x^2 - 3$ 的顶点坐标是：(0, -3),

答案：(0, -3)

8. 化简： $2\left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right) =$ _____.

解析： $2\left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right)$

$$= 2\vec{a} - \vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{b}$$

答案： $\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{b}$

9. 点A(-1, m)和点B(-2, n)都在抛物线 $y=(x-3)^2+2$ 上, 则 m 与 n 的大小关系为 m _____ n (填“<”或“>”).

解析: \because 二次函数的解析式为 $y=(x-3)^2+2$,

\therefore 该抛物线开口向上, 对称轴为 $x=3$, 在对称轴 y 的左侧 y 随 x 的增大而减小,

$\because -1 > -2$,

$\therefore m < n$.

答案: <

10. 请写出一个开口向下, 且与 y 轴的交点坐标为(0, 4)的抛物线的表达式_____.

解析: 因为抛物线的开口向下,

则可设 $a = -1$,

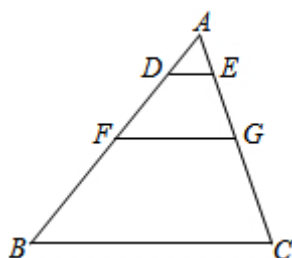
又因为抛物线与 y 轴的交点坐标为(0, 4),

则可设顶点为(0, 4),

所以此时抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 4$.

答案: $y = -x^2 + 4$

11. 如图, $DE \parallel FG \parallel BC$, $AD: DF: FB = 2: 3: 4$, 如果 $EG = 4$, 那么 $AC =$ _____.



解析: $\because DE \parallel FG \parallel BC$,

$\therefore AE: EG: GC = AD: DF: FB = 2: 3: 4$,

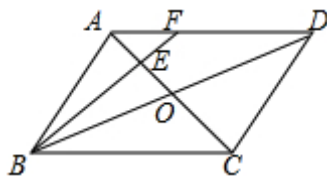
$\because EG = 4$,

$\therefore AE = \frac{8}{3}$, $GC = \frac{16}{3}$,

$\therefore AC = AE + EG + GC = 12$,

答案: 12

12. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC、BD 相交于点 O, 点 E 是 OA 的中点, 联结 BE 并延长交 AD 于点 F, 如果 $\triangle AEF$ 的面积是 4, 那么 $\triangle BCE$ 的面积是_____.



解析: \because 在 $\square ABCD$ 中, $AO = \frac{1}{2} AC$,

\because 点 E 是 OA 的中点,

$\therefore AE = \frac{1}{3} CE$,

∵AD//BC,

∴△AFE∽△CBE,

$$\therefore \frac{AF}{BC} = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{3},$$

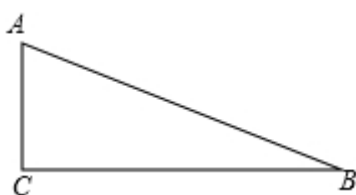
$$\because S_{\triangle AEF}=4, \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCE}} = \left(\frac{AF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

∴S_{△BCE}=36.

答案: 36

13. Rt△ABC 中, ∠C=90°, 如果 AC=9, cosA= $\frac{1}{3}$, 那么 AB=_____.

解析: 如图.



∵在 Rt△ABC 中, ∠C=90°, AC=9, cosA= $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{3}$,

$$\therefore \frac{9}{AB} = \frac{1}{3},$$

∴AB=27.

答案: 27

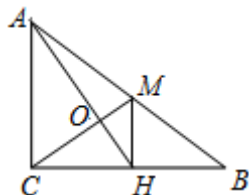
14. 如果某人滑雪时沿着一斜坡下滑了 130 米的同时, 在铅垂方向上下降了 50 米, 那么该斜坡的坡度是 1: _____.

解析: 由题意得, 水平距离= $\sqrt{130^2 - 50^2} = 120$,

则该斜坡的坡度 i=50: 120=1: 2.4.

答案: 2.4

15. 如图, Rt△ABC 中, ∠C=90°, M 是 AB 中点, MH⊥BC, 垂足为点 H, CM 与 AH 交于点 O, 如果 AB=12, 那么 CO=_____.



解析: ∵∠C=90°,
CM 是 AB 边上的中线,

$$\therefore CM = \frac{1}{2} AB = 6,$$

∵MH⊥BC,

∴H 是 BC 的中点，
 ∴AH 是 BC 边上的中线，
 ∴AH 与 CM 交于点 O，
 ∴O 是△ABC 的重心，

$$\therefore \frac{CO}{CM} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore CO = \frac{2}{3} CM = 4,$$

答案：4

16. 已知抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ ，那么点 $P(-3, 4)$ 关于该抛物线的对称轴对称的点的坐标是_____.

解析：∵ $y = ax^2 + 2ax + c$ ，

$$\therefore \text{抛物线对称轴为 } x = -\frac{2a}{a} = -1,$$

∴ $P(-3, 4)$ 关于对称轴对称的点的坐标为 $(1, 4)$ ，

答案：(1, 4)

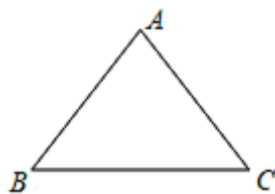
17. 在平面直角坐标系中，将点 $(-b, -a)$ 称为点 (a, b) 的“关联点”（例如点 $(-2, -1)$ 是点 $(1, 2)$ 的“关联点”）. 如果一个点和它的“关联点”在同一象限内，那么这一点在第_____象限.

解析：若 a, b 同号，则 $-b, -a$ 也同号且符号改变，此时点 $(-b, -a)$ ，点 (a, b) 分别在一三象限，不合题意；

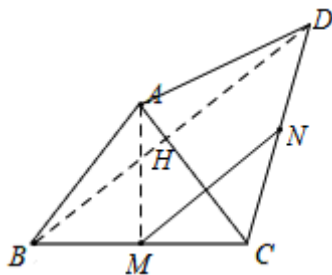
若 a, b 异号，则 $-b, -a$ 也异号，此时点 $(-b, -a)$ ，点 (a, b) 都在第二或第四象限，符合题意；

答案：二、四

18. 如图，在△ABC 中， $AB = AC$ ，将△ABC 绕点 A 旋转，当点 B 与点 C 重合时，点 C 落在点 D 处，如果 $\sin B = \frac{2}{3}$ ， $BC = 6$ ，那么 BC 的中点 M 和 CD 的中点 N 的距离是_____.



解析：如图所示，连接 BD, AM,



∵ $AB = AC$ ，M 是 BC 的中点， $BC = 6$ ，

∴AM⊥BC,

$$\because \sin B = \frac{2}{3}, \quad BM=3,$$

∴Rt△ABM中, 由勾股定理可得: $AM = \frac{6}{5}\sqrt{5}$, $AB = \frac{9}{5}\sqrt{5} = AC$,

∵∠ACB=∠ACD, BC=DC,

∴BD⊥AC, BH=DH,

$$\therefore \frac{1}{2}BC \times AM = \frac{1}{2}AC \times BH,$$

$$\therefore BH = \frac{BC \times AM}{AC} = 4,$$

∴BD=2BH=8,

又∵M是BC的中点, N是CD的中点,

$$\therefore MN = \frac{1}{2}BD = 4,$$

答案: 4

三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

19. 计算: $\frac{\cos 45^\circ \cdot \tan 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \cot 60^\circ}{\cot 45^\circ + 2 \sin 30^\circ}$.

解析: 直接将特殊角的三角函数值代入求出答案.

$$\text{答案: 原式} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 2 \times \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}}{2}$$

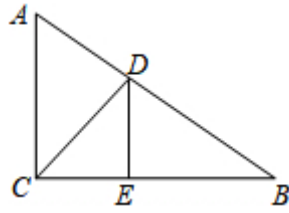
$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{4}.$$

20. 已知: 如图, Rt△ABC中, ∠ACB=90°, $\sin B = \frac{3}{5}$, 点D、E分别在边AB、BC上, 且AD:

DB=2:3, DE⊥BC.

(1) 求∠DCE的正切值;

(2) 如果设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 试用 \vec{a}, \vec{b} 表示 \overrightarrow{AC} .



解析：(1) 设 $AC=3a$, $AB=5a$. 则 $BC=4a$. 想办法求出 DE 、 CE , 根据 $\tan\angle DCE = \frac{DE}{CE}$ 即可解决问题;

(2) 根据 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$, 只要求出 \overrightarrow{AD} 、 \overrightarrow{DC} 即可解决问题;

答案：(1) $\because \angle ACB=90^\circ$, $\sin B = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5},$$

\therefore 设 $AC=3a$, $AB=5a$. 则 $BC=4a$.

$\because AD:DB=2:3$, $\therefore AD=2a$, $DB=3a$.

$\because \angle ACB=90^\circ$ 即 $AC \perp BC$, 又 $DE \perp BC$,

$\therefore AC \parallel DE$.

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB}, \frac{CE}{CB} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\therefore \frac{DE}{3a} = \frac{3a}{5a}, \frac{CE}{4a} = \frac{2a}{5a}.$$

$$\therefore DE = \frac{9}{5}a, CE = \frac{8}{5}a,$$

$\because DE \perp BC$,

$$\therefore \tan\angle DCE = \frac{DE}{CE} = \frac{9}{8}.$$

(2) $\because AD:DB=2:3$,

$\therefore AD:AB=2:5$,

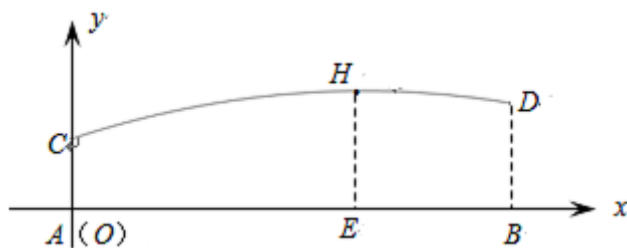
$\because \overrightarrow{AB}=a, \overrightarrow{CD}=b$,

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}a, \overrightarrow{DC} = -b,$$

$\because \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$,

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}a - b.$$

21. 甲、乙两人分别站在相距 6 米的 A、B 两点练习打羽毛球, 已知羽毛球飞行的路线为抛物线的一部分, 甲在离地面 1 米的 C 处发出一球, 乙在离地面 1.5 米的 D 处成功击球, 球飞行过程中的最高点 H 与甲的水平距离 AE 为 4 米, 现以 A 为原点, 直线 AB 为 x 轴, 建立平面直角坐标系 (如图所示). 求羽毛球飞行的路线所在的抛物线的表达式及飞行的最高高度.



解析：首先利用函数对称轴以及图象上点的坐标，进而求出解析式，进而得出答案.

答案：由题意得：C(0, 1), D(6, 1.5)，抛物线的对称轴为直线 $x=4$ ，

设抛物线的表达式为： $y=ax^2+bx+1$ ($a \neq 0$)，

$$\text{则据题意得：} \begin{cases} -\frac{b}{2a}=4 \\ 1.5=36a+6b+1 \end{cases},$$

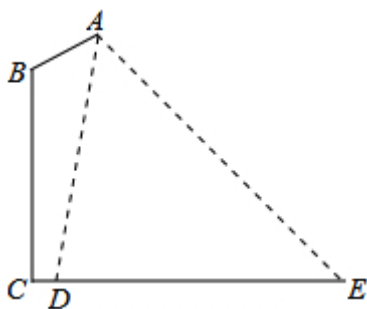
$$\text{解得：} \begin{cases} a=-\frac{1}{24} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases},$$

\therefore 羽毛球飞行的路线所在的抛物线的表达式为： $y=-\frac{1}{24}x^2+\frac{1}{3}x+1$ ，

$$\therefore y=-\frac{1}{24}(x-4)^2+\frac{5}{3},$$

\therefore 飞行的最高高度为： $\frac{5}{3}$ 米.

22. 如图是某路灯在铅垂面内的示意图，灯柱 BC 的高为 10 米，灯柱 BC 与灯杆 AB 的夹角为 120° . 路灯采用锥形灯罩，在地面上的照射区域 DE 的长为 13.3 米，从 D、E 两处测得路灯 A 的仰角分别为 α 和 45° ，且 $\tan \alpha = 6$. 求灯杆 AB 的长度.

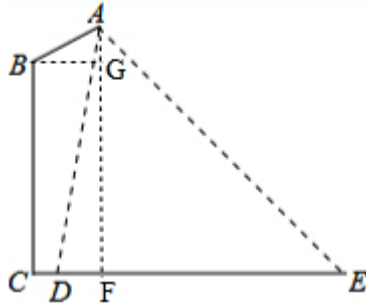


解析：过点 A 作 $AF \perp CE$ ，交 CE 于点 F，过点 B 作 $BG \perp AF$ ，交 AF 于点 G，则 $FG=BC=10$. 设 $AF=x$

知 $EF=AF=x$ 、 $DF = \frac{AF}{\tan \angle ADF} = \frac{x}{6}$ ，由 $DE=13.3$ 求得 $x=11.4$ ，据此知 $AG=AF - GF=1.4$ ，再

求得 $\angle ABG = \angle ABC - \angle CBG = 30^\circ$ 可得 $AB=2AG=2.8$.

答案：过点 A 作 $AF \perp CE$ ，交 CE 于点 F，过点 B 作 $BG \perp AF$ ，交 AF 于点 G，则 $FG=BC=10$.



由题意得 $\angle ADE = \alpha$, $\angle E = 45^\circ$.

设 $AF = x$.

$\because \angle E = 45^\circ$,

$\therefore EF = AF = x$.

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\because \tan \angle ADF = \frac{AF}{DF}$,

$\therefore DF = \frac{AF}{\tan \angle ADF} = \frac{x}{\tan \alpha} = \frac{x}{6}$,

$\because DE = 13.3$,

$\therefore x + \frac{x}{6} = 13.3$.

$\therefore x = 11.4$.

$\therefore AG = AF - GF = 11.4 - 10 = 1.4$.

$\because \angle ABC = 120^\circ$,

$\therefore \angle ABG = \angle ABC - \angle CBG = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$.

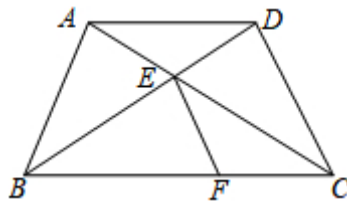
$\therefore AB = 2AG = 2.8$,

答: 灯杆 AB 的长度为 2.8 米.

23. 已知: 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AD = AB$, 对角线 AC、BD 交于点 E, 点 F 在边 BC 上, 且 $\angle BEF = \angle BAC$.

(1) 求证: $\triangle AED \sim \triangle CFE$;

(2) 当 $EF \parallel DC$ 时, 求证: $AE = DE$.



解析: (1) 首先根据已知得出 $\angle ABD = \angle FEC$, 以及 $\angle DAE = \angle ECF$, 进而求出 $\triangle AED \sim \triangle CFE$,

(2) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle AEB \sim \triangle DEC$, 再利用相似三角形的性质解答即可.

答案: 证明: (1) $\because \angle BEC = \angle BAC + \angle ABD$,

$\angle BEC = \angle BEF + \angle FEC$,

又 $\because \angle BEF = \angle BAC$,

$\therefore \angle ABD = \angle FEC$,

$\because AD = AB$,

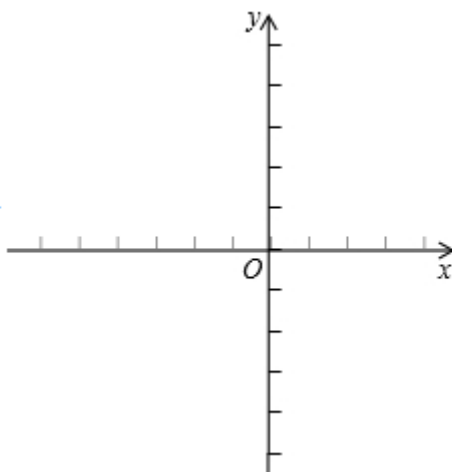
$\therefore \angle ABD = \angle ADB$,

$\therefore \angle FEC = \angle ADB$,

$\because AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle DAE = \angle ECF,$
 $\therefore \triangle AED \sim \triangle CFE;$
 (2) $\because EF \parallel DC,$
 $\therefore \angle FEC = \angle ECD,$
 $\because \angle ABD = \angle FEC,$
 $\therefore \angle ABD = \angle ECD,$
 $\because \angle AEB = \angle DEC.$
 $\therefore \triangle AEB \sim \triangle DEC,$
 $\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE},$
 $\because AD \parallel BC,$
 $\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE},$
 $\therefore \frac{AE}{DE} \times \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{CE} \times \frac{DE}{BE}.$ 即 $AE^2 = DE^2,$
 $\therefore AE = DE.$

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$ 交 y 轴于点 A , 顶点为 D , 对称轴与 x 轴交于点 H .

- (1) 求顶点 D 的坐标 (用含 m 的代数式表示);
- (2) 当抛物线过点 $(1, -2)$, 且不经过第一象限时, 平移此抛物线到抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的位置, 求平移的方向和距离;
- (3) 当抛物线顶点 D 在第二象限时, 如果 $\angle ADH = \angle AHO$, 求 m 的值.



解析: (1) 利用配方法将函数关系式变形为 $y = -(x - m)^2 - m + 1$, 从而可得到点 D 的坐标;
 (2) 将点 $(1, -2)$ 代入抛物线的解析式可求得 m 的值, 然后求得平移前后的抛物线的顶点坐标, 从而可得到抛物线平移的方向和距离;
 (3) 分为点 A 在 y 轴的正半轴上和负半轴上两种情况画出图形, 然后过点 A 作 $AG \perp DH$, 垂足为 G , 由 $\angle ADH = \angle AHO$ 可得到 $\frac{AG}{DG} = \frac{AO}{HO}$, 然后依据比例关系列出关于 m 的方程求解即可.

答案: (1) $\because y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1 = -(x - m)^2 - m + 1,$
 \therefore 顶点 $D(m, 1 - m).$

(2) ∵ 抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$ 过点 $(1, -2)$,

∴ $-2 = -1 + 2m - m^2 - m + 1$. 整理得: $m^2 - m - 2 = 0$.

∴ $m = -1$ (舍) 或 $m = 2$.

当 $m = 2$ 时, 抛物线的顶点是 $(2, -1)$,

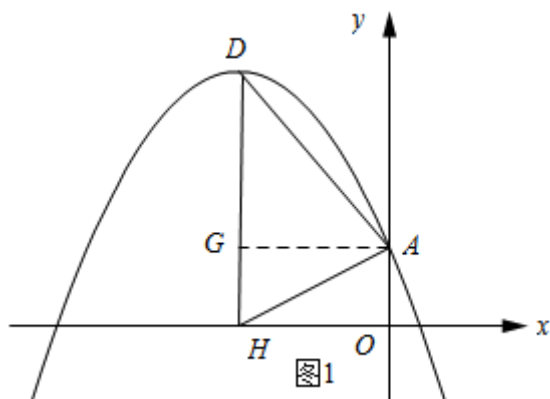
∴ 向左平移了 1 个单位, 向上平移了 2 个单位.

(3) ∵ 顶点 D 在第二象限,

∴ $m < 0$.

当点 A 在 y 轴的正半轴上,

如图(1)作 $AG \perp DH$ 于点 G,



∵ $A(0, -m^2 - m + 1)$, $D(m, -m + 1)$,

∴ $H(m, 0)$, $G(m, -m^2 - m + 1)$

∵ $\angle ADH = \angle AHO$,

∴ $\tan \angle ADH = \tan \angle AHO$,

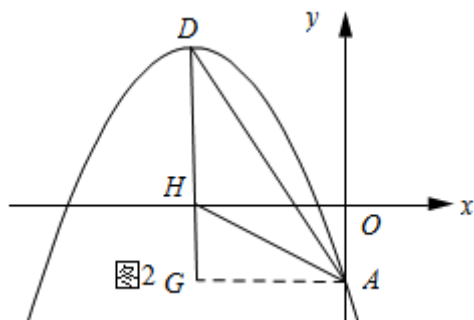
$$\therefore \frac{AG}{DG} = \frac{AO}{HO}.$$

$$\therefore \frac{-m}{1 - m - (-m^2 - m + 1)} = \frac{-m^2 - m + 1}{-m}.$$

整理得: $m^2 + m = 0$.

∴ $m = -1$ 或 $m = 0$ (舍).

当点 A 在 y 轴的负半轴上, 如图(2). 作 $AG \perp DH$ 于点 G,



∵ $A(0, -m^2 - m + 1)$, $D(m, -m + 1)$,

∴ $H(m, 0)$, $G(m, -m^2 - m + 1)$

∵ $\angle ADH = \angle AHO$,

∴ $\tan \angle ADH = \tan \angle AHO$,

$$\therefore \frac{AG}{DG} = \frac{AO}{HO}.$$

$$\therefore \frac{-m}{1-m-(-m^2-m+1)} = \frac{m^2+m-1}{-m}.$$

整理得： $m^2+m-2=0$.

$\therefore m=-2$ 或 $m=1$ (舍).

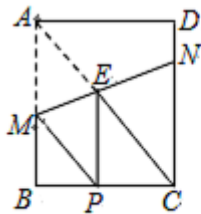
综上所述， m 的值为 -1 或 -2 .

25. 已知：矩形 ABCD 中， $AB=4$ ， $BC=3$ ，点 M、N 分别在边 AB、CD 上，直线 MN 交矩形对角线 AC 于点 E，将 $\triangle AME$ 沿直线 MN 翻折，点 A 落在点 P 处，且点 P 在射线 CB 上.

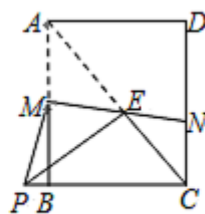
(1) 如图 1，当 $EP \perp BC$ 时，求 CN 的长；

(2) 如图 2，当 $EP \perp AC$ 时，求 AM 的长；

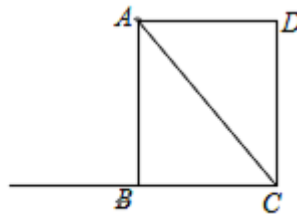
(3) 请写出线段 CP 的长的取值范围，及当 CP 的长最大时 MN 的长.



(图 1)



(图 2)



(备用图)

解析：(1) 先由折叠得出 $\angle AEM = \angle PEM$ ， $AE = PE$ ，再判断出 $AB \parallel EP$ ，进而判断出 $CN = CE$ ，最后用锐角三角函数即可得出结论；

(2) 先由锐角三角函数求出 AE ， CE ，再用勾股定理求出 PC ，最后勾股定理建立方程即可得出结论；

(3) 先确定出 PC 最大和最小时的位置，即可得出 PC 的范围，最后用折叠的性质和勾股定理即可得出结论.

答案：(1) $\because \triangle AME$ 沿直线 MN 翻折，点 A 落在点 P 处，

$\therefore \triangle AME \cong \triangle PME$.

$\therefore \angle AEM = \angle PEM$ ， $AE = PE$.

$\because ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB \perp BC$.

$\because EP \perp BC$ ，

$\therefore AB \parallel EP$.

$\therefore \angle AEM = \angle PEM$.

$\therefore \angle AEM = \angle AEM$.

$\therefore AM = AE$ ，

$\because ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB \parallel DC$.

$$\therefore \frac{AM}{CN} = \frac{AE}{CE}.$$

$\therefore CN = CE$ ，

设 $CN = CE = x$.

$\because ABCD$ 是矩形， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore AC=5.$$

$$\therefore PE=AE=5-x.$$

$$\therefore EP \perp BC,$$

$$\therefore \frac{EP}{CE} = \sin \angle ACB = \frac{4}{5} \therefore \frac{5-x}{x} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore x = \frac{25}{9},$$

$$\text{即 } CN = \frac{25}{9}$$

(2) $\therefore \triangle AME$ 沿直线 MN 翻折, 点 A 落在点 P 处,

$$\therefore \triangle AME \cong \triangle PME.$$

$$\therefore AE=PE, AM=PM.$$

$$\therefore EP \perp AC,$$

$$\therefore \frac{EP}{CE} = \tan \angle ACB = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore AC=5,$$

$$\therefore AE = \frac{20}{7}, CE = \frac{15}{7}.$$

$$\therefore PE = \frac{20}{7},$$

$$\therefore EP \perp AC,$$

$$\therefore PC = \sqrt{PE^2 + EC^2} = \frac{25}{7}.$$

$$\therefore PB = PC - BC = \frac{4}{7},$$

在 $\text{Rt}\triangle PMB$ 中, $\therefore PM^2 = PB^2 + MB^2$, $AM=PM$.

$$\therefore AM^2 = \left(\frac{4}{7}\right)^2 + (4-AM)^2.$$

$$\therefore AM = \frac{100}{49};$$

(3) \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $BC=3$, 根据勾股定理得, $AC=5$,

由折叠知, $AE=PE$,

由三角形的三边关系得, $PE+CE > PC$,

$$\therefore AC > PC,$$

$$\therefore PC < 5,$$

\therefore 点 E 是 AC 中点时, PC 最小为 0 , 当点 E 和点 C 重合时, PC 最大为 $AC=5$,

$$\therefore 0 \leq PC \leq 5,$$

如图, 当点 C, N, E 重合时, $PC=BC+BP=5$,

$$\therefore BP=2,$$

由折叠知, $PM=AM$,

在 $\text{Rt}\triangle PBM$ 中, $PM=4 - BM$, 根据勾股定理得, $PM^2 - BM^2=BP^2$,

$$\therefore (4 - BM)^2 - BM^2=4,$$

$$\therefore BM=\frac{3}{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中, 根据勾股定理得, $MN=\sqrt{BM^2 + BC^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

当 CP 最大时 $MN=\frac{3\sqrt{5}}{2}$,

