

2018 年江苏省苏州市中考真题数学

一、选择题(每题只有一个正确选项, 本题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

1. 在下列四个实数中, 最大的数是()

- A. -3
- B. 0
- C. $\frac{3}{2}$
- D. $\frac{3}{4}$

解析: 将各数按照从小到大顺序排列, 找出最大的数即可.

答案: C.

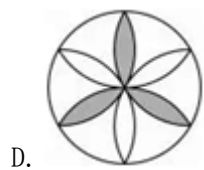
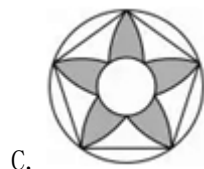
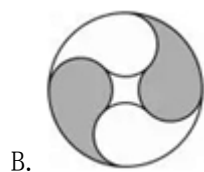
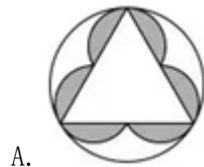
2. 地球与月球之间的平均距离大约为 384000km, 384000 用科学记数法可表示为()

- A. 3.84×10^3
- B. 3.84×10^4
- C. 3.84×10^5
- D. 3.84×10^6

解析: $384\ 000 = 3.84 \times 10^5$.

答案: C.

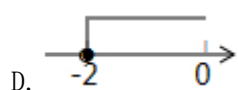
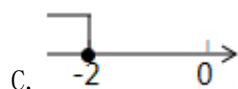
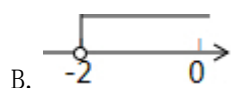
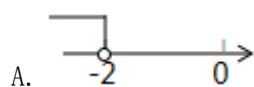
3. 下列四个图案中, 不是轴对称图案的是()



解析: 根据轴对称的概念对各选项分析判断利用排除法求解.

答案：B.

4. 若 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围在数轴上表示正确的是()



解析：根据二次根式有意义的条件列出不等式，解不等式，把解集在数轴上表示即可.

答案：D.

5. 计算 $(1 + \frac{1}{x}) \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$ 的结果是()

A. $x+1$

B. $\frac{1}{x+1}$

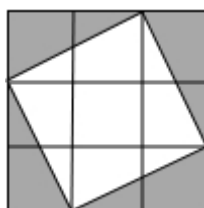
C. $\frac{x}{x+1}$

D. $\frac{x+1}{x}$

解析：先计算括号内分式的加法、将除式分子因式分解，再将除法转化为乘法，约分即可.

答案：B.

6. 如图，飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同. 若某人向游戏板投掷飞镖一次(假设飞镖落在游戏板上)，则飞镖落在阴影部分的概率是()



A. $\frac{1}{2}$

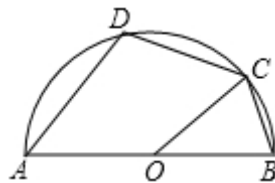
B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{5}{9}$

解析：根据几何概率的求法：飞镖落在阴影部分的概率就是阴影区域的面积与总面积的比值。
答案：C.

7. 如图，AB 是半圆的直径，O 为圆心，C 是半圆上的点，D 是 AC 上的点，若 $\angle BOC=40^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为()



A. 100°

B. 110°

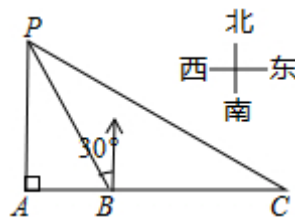
C. 120°

D. 130°

解析：根据互补得出 $\angle AOC$ 的度数，再利用圆周角定理解答即可.

答案：B.

8. 如图，某海监船以 20 海里/小时的速度在某海域执行巡航任务，当海监船由西向东航行至 A 处时，测得岛屿 P 恰好在其正北方向，继续向东航行 1 小时到达 B 处，测得岛屿 P 在其北偏西 30° 方向，保持航向不变又航行 2 小时到达 C 处，此时海监船与岛屿 P 之间的距离(即 PC 的长)为()



A. 40 海里

B. 60 海里

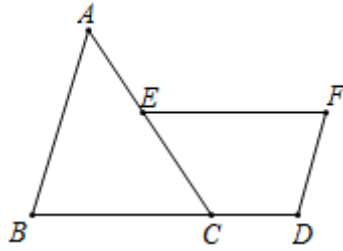
C. $20\sqrt{3}$ 海里

D. $40\sqrt{3}$ 海里

解析：首先证明 $PB=BC$ ，推出 $\angle C=30^\circ$ ，可得 $PC=2PA$ ，求出 PA 即可解决问题.

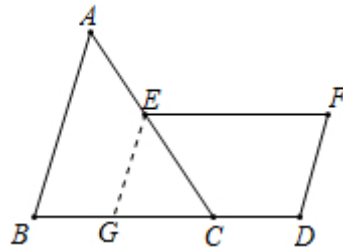
答案：D.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，延长 BC 至 D，使得 $CD=\frac{1}{2}BC$ ，过 AC 中点 E 作 $EF\parallel CD$ (点 F 位于点 E 右侧)，且 $EF=2CD$ ，连接 DF. 若 $AB=8$ ，则 DF 的长为()



- A. 3
- B. 4
- C. $2\sqrt{3}$
- D. $3\sqrt{2}$

解析：取 BC 的中点 G，连接 EG，

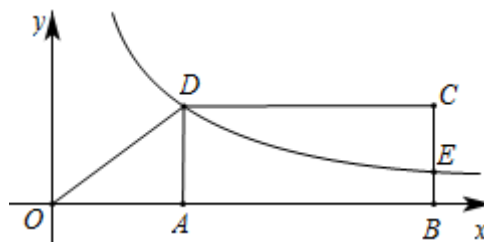


∵ E 是 AC 的中点，
 ∴ EG 是 $\triangle ABC$ 的中位线，
 $\therefore EG = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ ，
 设 $CD = x$ ，则 $EF = BC = 2x$ ，
 $\therefore BG = CG = x$ ，
 $\therefore EF = 2x = DG$ ，
 $\therefore EF \parallel CD$ ，
 \therefore 四边形 EGDF 是平行四边形，
 $\therefore DF = EG = 4$ 。

答案：B.

10. 如图，矩形 ABCD 的顶点 A, B 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象

经过点 D，交 BC 于点 E. 若 $AB = 4$ ， $CE = 2BE$ ， $\tan \angle AOD = \frac{3}{4}$ ，则 k 的值为()



- A. 3

B. $2\sqrt{3}$

C. 6

D. 12

解析：由 $\tan \angle AOD = \frac{AD}{OA} = \frac{3}{4}$ 可设 $AD=3a$ 、 $OA=4a$ ，在表示出点 D、E 的坐标，由反比例函数

经过点 D、E 列出关于 a 的方程，解之求得 a 的值即可得出答案.

答案：A.

二、填空题(每题只有一个正确选项，本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分)

11. 计算： $a^4 \div a = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析：根据同底数幂的除法解答即可.

答案： a^3 .

12. 在“献爱心”捐款活动中，某校 7 名同学的捐款数如下(单位：元)：5，8，6，8，5，10，8，这组数据的众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解析：根据众数的概念解答.

答案：8.

13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+2n=0$ 有一个根是 2，则 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析： $\because 2(n \neq 0)$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx+2n=0$ 的一个根，

$$\therefore 4+2m+2n=0,$$

$$\therefore n+m=-2.$$

答案：-2.

14. 若 $a+b=4$ ， $a-b=1$ ，则 $(a+1)^2-(b-1)^2$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解析： $\because a+b=4$ ， $a-b=1$ ，

$$\therefore (a+1)^2-(b-1)^2$$

$$=(a+1+b-1)(a+1-b+1)$$

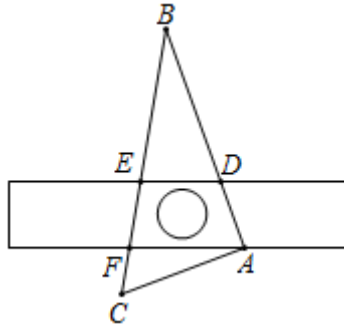
$$=(a+b)(a-b+2)$$

$$=4 \times (1+2)$$

$$=12.$$

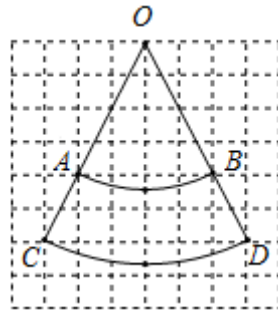
答案：12.

15. 如图， $\triangle ABC$ 是一块直角三角板， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，现将三角板叠放在一把直尺上，使得点 A 落在直尺的一边上，AB 与直尺的另一边交于点 D，BC 与直尺的两边分别交于点 E，F. 若 $\angle CAF=20^\circ$ ，则 $\angle BED$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



解析：如图所示， $\because DE \parallel AF$ ，
 $\therefore \angle BED = \angle BFA$ ，
 又 $\because \angle CAF = 20^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BFA = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$ ，
 $\therefore \angle BED = 80^\circ$ 。
 答案：80.

16. 如图， 8×8 的正方形网格纸上有扇形 OAB 和扇形 OCD，点 O，A，B，C，D 均在格点上。若用扇形 OAB 围成一个圆锥的侧面，记这个圆锥的底面半径为 r_1 ；若用扇形 OCD 围成另一个圆锥的侧面，记这个圆锥的底面半径为 r_2 ，则 $\frac{r_1}{r_2}$ 的值为_____。

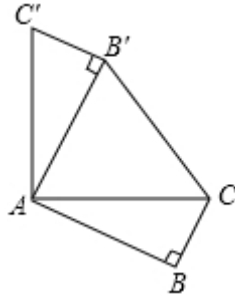


解析：由 $2\pi r_1 = \frac{\angle AOB \pi OA}{180}$ 、 $2\pi r_2 = \frac{\angle AOB \pi OC}{180}$ 知 $r_1 = \frac{\angle AOB OA}{360}$ 、 $r_2 = \frac{\angle AOB OC}{360}$ ，

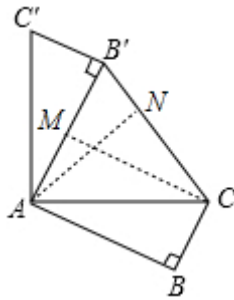
据此可得 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{OA}{OC}$ ，利用勾股定理计算可得。

答案： $\frac{2}{3}$ 。

17. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{5}$ ， $BC = \sqrt{5}$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle AB'C'$ ，连接 $B'C$ ，则 $\sin \angle ACB' =$ _____。

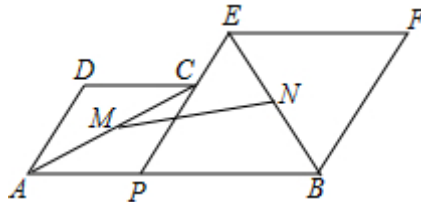


解析：根据勾股定理求出 AC ，过 C 作 $CM \perp AB'$ 于 M ，过 A 作 $AN \perp CB'$ 于 N ，求出 $B'M$ 、 CM ，根据勾股定理求出 $B'C$ ，根据三角形面积公式求出 AN ，解直角三角形求出即可。

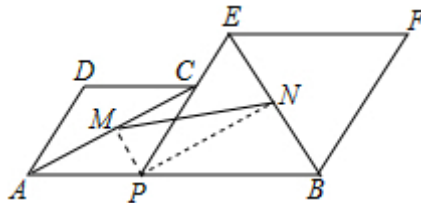


答案： $\frac{4}{5}$.

18. 如图，已知 $AB=8$ ， P 为线段 AB 上的一个动点，分别以 AP ， PB 为边在 AB 的同侧作菱形 $APCD$ 和菱形 $PBFE$ ，点 P ， C ， E 在一条直线上， $\angle DAP=60^\circ$. M ， N 分别是对角线 AC ， BE 的中点. 当点 P 在线段 AB 上移动时，点 M ， N 之间的距离最短为_____ (结果留根号).



解析：连接 PM 、 PN . 首先证明 $\angle MPN=90^\circ$ 设 $PA=2a$ ，则 $PB=8-2a$ ， $PM=a$ ， $PN=\sqrt{3}(4-a)$ ，构建二次函数，利用二次函数的性质即可解决问题.



答案： $2\sqrt{3}$.

三、解答题(每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，共 76 分)

19. 计算： $|- \frac{1}{2}| + \sqrt{9} - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2$.

解析：根据二次根式的运算法则即可求出答案.

答案：原式= $\frac{1}{2}+3-\frac{1}{2}=3$.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x \geq x + 2 \\ x + 4 < 2(2x - 1) \end{cases}$$

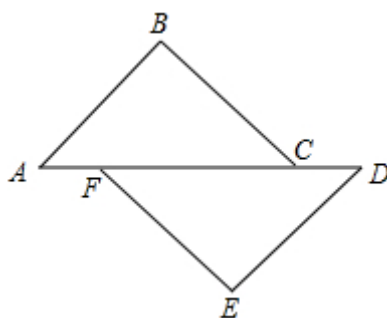
解析：首先分别求出每一个不等式的解集，然后确定它们解集的公共部分即可.

答案：由 $3x \geq x + 2$ ，解得 $x \geq 1$ ，

由 $x + 4 < 2(2x - 1)$ ，解得 $x > 2$ ，

所以不等式组的解集为 $x > 2$.

21. 如图，点 A, F, C, D 在一条直线上， $AB \parallel DE$ ， $AB = DE$ ， $AF = DC$. 求证： $BC \parallel EF$.



解析：由全等三角形的性质 SAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，则对应角 $\angle ACB = \angle DFE$ ，故证得结论.

答案：∵ $AB \parallel DE$,

∴ $\angle A = \angle D$,

∵ $AF = DC$,

∴ $AC = DF$.

∴ 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，

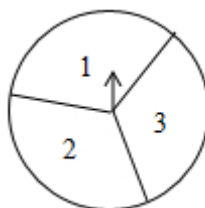
$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle A = \angle D \\ AC = DF \end{cases}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS),

∴ $\angle ACB = \angle DFE$,

∴ $BC \parallel EF$.

22. 如图，在一个可以自由转动的转盘中，指针位置固定，三个扇形的面积都相等，且分别标有数字 1, 2, 3.



(1) 小明转动转盘一次，当转盘停止转动时，指针所指扇形中的数字是奇数的概率为_____；

(2) 小明先转动转盘一次，当转盘停止转动时，记录下指针所指扇形中的数字；接着再转动转盘一次，当转盘停止转动时，再次记录下指针所指扇形中的数字，求这两个数字之和是 3 的倍数的概率(用画树状图或列表等方法求解)。

解析：(1) 由标有数字 1、2、3 的 3 个转盘中，奇数的有 1、3 这 2 个，利用概率公式计算可得；

(2) 根据题意列表得出所有等可能的情况数，得出这两个数字之和是 3 的倍数的情况数，再根据概率公式即可得出答案。

答案：(1) ∵ 在标有数字 1、2、3 的 3 个转盘中，奇数的有 1、3 这 2 个，

∴ 指针所指扇形中的数字是奇数的概率为 $\frac{2}{3}$ ；

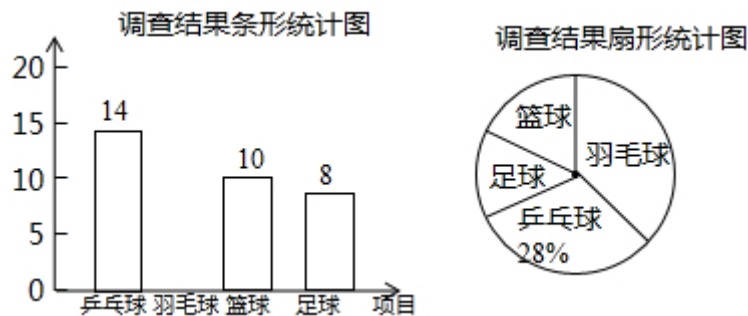
(2) 列表如下：

	1	2	3
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)

由表可知，所有等可能的情况数为 9 种，其中这两个数字之和是 3 的倍数的有 3 种，

所以这两个数字之和是 3 的倍数的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

23. 某学校计划在“阳光体育”活动课程中开设乒乓球、羽毛球、篮球、足球四个体育活动项目供学生选择. 为了估计全校学生对这四个活动项目的选择情况，体育老师从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查(规定每人必须并且只能选择其中的一个项目)，并把调查结果绘制成如图所示的不完整的条形统计图和扇形统计图，请你根据图中信息解答下列问题：



(1) 求参加这次调查的学生人数，并补全条形统计图；

(2) 求扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数；

(3) 若该校共有 600 名学生，试估计该校选择“足球”项目的学生有多少人？

解析：(1) 由“乒乓球”人数及其百分比可得总人数，根据各项目人数之和等于总人数求出“羽毛球”的人数，补全图形即可；

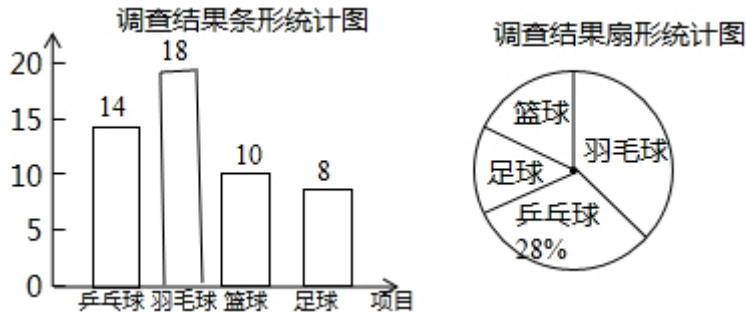
(2) 用“篮球”人数占被调查人数的比例乘以 360° 即可；

(3) 用总人数乘以样本中足球所占百分比即可得。

答案：(1) $\frac{14}{28\%} = 50$ ，

答：参加这次调查的学生人数是 50 人；

补全条形统计图如下：



$$(2) \frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ,$$

答：扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数是 72° ；

$$(3) 600 \times \frac{8}{50} = 96,$$

答：估计该校选择“足球”项目的学生有 96 人.

24. 某学校准备购买若干台 A 型电脑和 B 型打印机. 如果购买 1 台 A 型电脑, 2 台 B 型打印机, 一共需要花费 5900 元; 如果购买 2 台 A 型电脑, 2 台 B 型打印机, 一共需要花费 9400 元.

(1) 求每台 A 型电脑和每台 B 型打印机的价格分别是多少元?

(2) 如果学校购买 A 型电脑和 B 型打印机的预算费用不超过 20000 元, 并且购买 B 型打印机的台数要比购买 A 型电脑的台数多 1 台, 那么该学校至多能购买多少台 B 型打印机?

解析: (1) 设每台 A 型电脑的价格为 x 元, 每台 B 型打印机的价格为 y 元, 根据“1 台 A 型电脑的钱数+2 台 B 型打印机的钱数=5900, 2 台 A 型电脑的钱数+2 台 B 型打印机的钱数=9400”列出二元一次方程组, 解之可得;

(2) 设学校购买 a 台 B 型打印机, 则购买 A 型电脑为 $(a-1)$ 台, 根据“ $(a-1)$ 台 A 型电脑的钱数+ a 台 B 型打印机的钱数 ≤ 20000 ”列出不等式, 解之可得.

答案: (1) 设每台 A 型电脑的价格为 x 元, 每台 B 型打印机的价格为 y 元,

根据题意, 得:
$$\begin{cases} x + 2y = 5900 \\ 2x + 2y = 9400 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 3500 \\ y = 1200 \end{cases},$$

答: 每台 A 型电脑的价格为 3500 元, 每台 B 型打印机的价格为 1200 元;

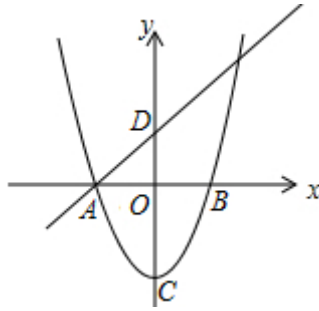
(2) 设学校购买 a 台 B 型打印机, 则购买 A 型电脑为 $(a-1)$ 台,

根据题意, 得: $3500(a-1) + 1200a \leq 20000,$

解得: $a \leq 5,$

答: 该学校至多能购买 5 台 B 型打印机.

25. 如图, 已知抛物线 $y = x^2 - 4$ 与 x 轴交于点 A, B (点 A 位于点 B 的左侧), C 为顶点, 直线 $y = x + m$ 经过点 A, 与 y 轴交于点 D.



(1) 求线段 AD 的长;

(2) 平移该抛物线得到一条新抛物线, 设新抛物线的顶点为 C' . 若新抛物线经过点 D, 并且新抛物线的顶点和原抛物线的顶点的连线 CC' 平行于直线 AD, 求新抛物线对应的函数表达式.

解析: (1) 解方程求出点 A 的坐标, 根据勾股定理计算即可;

(2) 设新抛物线对应的函数表达式为: $y=x^2+bx+2$, 根据二次函数的性质求出点 C' 的坐标, 根据题意求出直线 CC' 的解析式, 代入计算即可.

答案: (1) 由 $x^2-4=0$ 得, $x_1=-2, x_2=2$,

\because 点 A 位于点 B 的左侧,

$\therefore A(-2, 0)$,

\because 直线 $y=x+m$ 经过点 A,

$\therefore -2+m=0$,

解得, $m=2$,

\therefore 点 D 的坐标为 $(0, 2)$,

$\therefore AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = 2\sqrt{2}$;

(2) 设新抛物线对应的函数表达式为: $y=x^2+bx+2$,

$$y=x^2+bx+2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + 2 - \frac{b^2}{4},$$

则点 C' 的坐标为 $\left(-\frac{b}{2}, 2 - \frac{b^2}{4}\right)$,

$\because CC'$ 平行于直线 AD, 且经过 $C(0, -4)$,

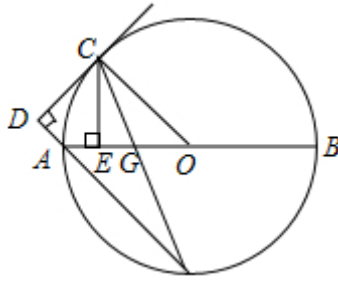
\therefore 直线 CC' 的解析式为: $y=x-4$,

$$\therefore 2 - \frac{b^2}{4} = -\frac{b}{2} - 4,$$

解得, $b_1=-4, b_2=6$,

\therefore 新抛物线对应的函数表达式为: $y=x^2-4x+2$ 或 $y=x^2+6x+2$.

26. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, AD 垂直于过点 C 的切线, 垂足为 D, CE 垂直 AB, 垂足为 E. 延长 DA 交 $\odot O$ 于点 F, 连接 FC, FC 与 AB 相交于点 G, 连接 OC.



(1) 求证: $CD=CE$;

(2) 若 $AE=GE$, 求证: $\triangle CEO$ 是等腰直角三角形.

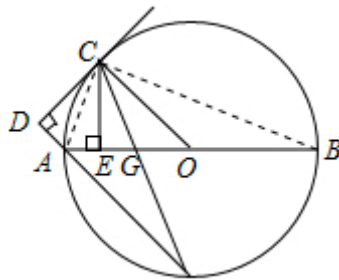
解析: (1) 连接 AC , 根据切线的性质和已知得: $AD \parallel OC$, 得 $\angle DAC = \angle ACO$, 根据 AAS 证明 $\triangle CDA \cong \triangle CEA$ (AAS), 可得结论;

(2) 介绍两种证法:

证法一: 根据 $\triangle CDA \cong \triangle CEA$, 得 $\angle DCA = \angle ECA$, 由等腰三角形三线合一得: $\angle F = \angle ACE = \angle DCA = \angle ECG$, 在直角三角形中得: $\angle F = \angle DCA = \angle ACE = \angle ECG = 22.5^\circ$, 可得结论;

证法二: 设 $\angle F = x$, 则 $\angle AOC = 2\angle F = 2x$, 根据平角的定义得: $\angle DAC + \angle EAC + \angle OAF = 180^\circ$, 则 $3x + 3x + 2x = 180$, 可得结论.

答案: (1) 连接 AC ,



$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OC \perp CD$,

$\because AD \perp CD$,

$\therefore \angle DCO = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore AD \parallel OC$,

$\therefore \angle DAC = \angle ACO$,

$\because OC = OA$,

$\therefore \angle CAO = \angle ACO$,

$\therefore \angle DAC = \angle CAO$,

$\because CE \perp AB$,

$\therefore \angle CEA = 90^\circ$,

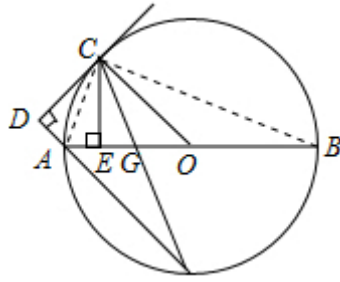
在 $\triangle CDA$ 和 $\triangle CEA$ 中,

$$\because \begin{cases} \angle D = \angle CEA \\ \angle DAC = \angle EAC \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDA \cong \triangle CEA$ (AAS),

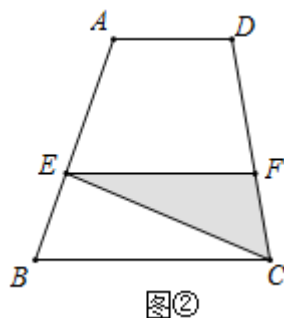
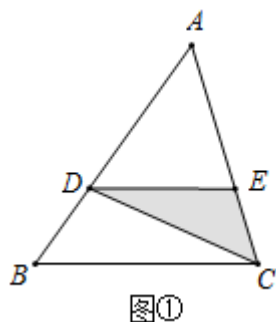
$\therefore CD = CE$;

(2) 证法一: 连接 BC ,



$\because \triangle CDA \cong \triangle CEA,$
 $\therefore \angle DCA = \angle ECA,$
 $\because CE \perp AG, AE = EG,$
 $\therefore CA = CG,$
 $\therefore \angle ECA = \angle ECG,$
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ,$
 $\because CE \perp AB,$
 $\therefore \angle ACE = \angle B,$
 $\because \angle B = \angle F,$
 $\therefore \angle F = \angle ACE = \angle DCA = \angle ECG,$
 $\because \angle D = 90^\circ,$
 $\therefore \angle DCF + \angle F = 90^\circ,$
 $\therefore \angle F = \angle DCA = \angle ACE = \angle ECG = 22.5^\circ,$
 $\therefore \angle AOC = 2\angle F = 45^\circ,$
 $\therefore \triangle CEO$ 是等腰直角三角形;
 证法二: 设 $\angle F = x,$ 则 $\angle AOC = 2\angle F = 2x,$
 $\because AD \parallel OC,$
 $\therefore \angle OAF = \angle AOC = 2x,$
 $\therefore \angle CGA = \angle OAF + \angle F = 3x,$
 $\because CE \perp AG, AE = EG,$
 $\therefore CA = CG,$
 $\therefore \angle EAC = \angle CGA,$
 $\because CE \perp AG, AE = EG,$
 $\therefore CA = CG,$
 $\therefore \angle EAC = \angle CGA,$
 $\therefore \angle DAC = \angle EAC = \angle CGA = 3x,$
 $\because \angle DAC + \angle EAC + \angle OAF = 180^\circ,$
 $\therefore 3x + 3x + 2x = 180,$
 $x = 22.5^\circ,$
 $\therefore \angle AOC = 2x = 45^\circ,$
 $\therefore \triangle CEO$ 是等腰直角三角形.

27. 问题 1: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4,$ D 是 AB 上一点 (不与 A, B 重合), $DE \parallel BC,$ 交 AC 于点 $E,$ 连接 $CD.$ 设 $\triangle ABC$ 的面积为 $S,$ $\triangle DEC$ 的面积为 $S'.$



(1) 当 $AD=3$ 时, $\frac{S'}{S} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 设 $AD=m$, 请你用含字母 m 的代数式表示 $\frac{S'}{S}$.

问题 2: 如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD \parallel BC$, $AD = \frac{1}{2}BC$, E 是 AB 上一点(不与 A, B 重合), $EF \parallel BC$, 交 CD 于点 F , 连接 CE . 设 $AE=n$, 四边形 $ABCD$ 的面积为 S , $\triangle EFC$ 的面积为 S' . 请你利用问题 1 的解法或结论, 用含字母 n 的代数式表示 $\frac{S'}{S}$.

解析: 问题 1:

(1) 先根据平行线分线段成比例定理可得: $\frac{CE}{EA} = \frac{BD}{AD} = \frac{1}{3}$, 由同高三角形面积的比等于对

应底边的比, 则 $\frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, 根据相似三角形面积比等于相似比的平方得:

$$\frac{S_{\square ADE}}{S_{\square ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}, \text{ 可得结论;}$$

(2) 解法一: 同理根据(1)可得结论;

解法二: 作高线 DF, BH , 根据三角形面积公式可得: $\frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ABC}} = \frac{\frac{1}{2}CE \cdot DF}{\frac{1}{2}CA \cdot BH}$, 分别表示 $\frac{CE}{CA}$ 和

$\frac{DF}{BH}$ 的值, 代入可得结论;

问题 2:

解法一: 如图 2, 作辅助线, 构建 $\triangle OBC$, 证明 $\triangle OAD \sim \triangle OBC$, 得 $OB=8$, 由问题 1 的解法可

知: $\frac{S_{\square CEF}}{S_{\square OBC}} = \frac{S_{\square CEF} \cdot S_{\square OEF}}{S_{\square OEF} \cdot S_{\square OBC}} = \frac{4-n}{4+n} \times \left(\frac{4+n}{8}\right)^2 = \frac{16-n^2}{64}$, 根据相似三角形的性质得:

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{\square OBC}} = \frac{3}{4}, \text{ 可得结论;}$$

解法二: 如图 3, 连接 AC 交 EF 于 M , 根据 $AD = \frac{1}{2}BC$, 可得 $\frac{S_{\square ADC}}{S_{\square ABC}} = \frac{1}{2}$, 得: $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S$, $S_{\triangle ABC} =$

$\frac{2}{3}S$, 由问题 1 的结论可知: $\frac{S_{\square EMC}}{S_{\square ABC}} = \frac{-n^2 + 4n}{16}$, 证明 $\triangle CFM \sim \triangle CDA$, 根据相似三角形面积

比等于相似比的平方, 根据面积和可得结论.

答案: 问题 1:

(1) $\because AB=4, AD=3,$

$\therefore BD=4-3=1,$

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \frac{CE}{EA} = \frac{BD}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9},$$

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{S_{\square ADE}}{S_{\square ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16},$$

$$\therefore \frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ABC}} = \frac{3}{16}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{3}{16};$$

(2) 解法一: $\because AB=4, AD=m,$

$\therefore BD=4-m,$

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \frac{CE}{EA} = \frac{BD}{AD} = \frac{4-m}{m},$$

$$\therefore \frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ADE}} = \frac{CE}{AE} = \frac{4-m}{m},$$

$\because DE \parallel BC,$

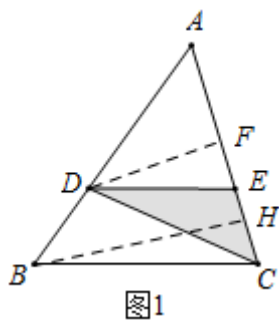
$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{S_{\square ADE}}{S_{\square ABC}} = \left(\frac{m}{4}\right)^2 = \frac{m^2}{16},$$

$$\therefore \frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ABC}} = \frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ADE}} \cdot \frac{S_{\square ADE}}{S_{\square ABC}} = \frac{4-m}{m} \cdot \frac{m^2}{16} = \frac{-m^2 + 4m}{16},$$

$$\text{即 } \frac{S'}{S} = \frac{-m^2 + 4m}{16};$$

解法二: 如图 1, 过点 B 作 $BH \perp AC$ 于 H, 过 D 作 $DF \perp AC$ 于 F, 则 $DF \parallel BH,$



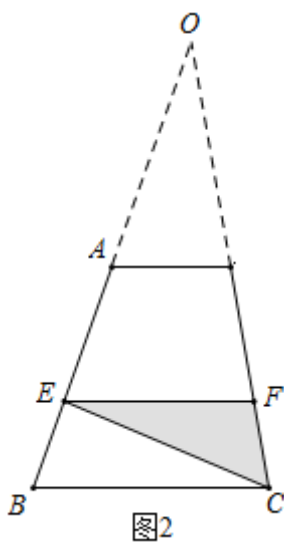
$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABH$,

$$\therefore \frac{DF}{BH} = \frac{AD}{AB} = \frac{m}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\square DEC}}{S_{\square ABC}} = \frac{\frac{1}{2} CE \cdot DF}{\frac{1}{2} CA \cdot BH} = \frac{4-m}{4} \times \frac{m}{4} = \frac{-m^2 + 4m}{16},$$

即 $\frac{S'}{S} = \frac{-m^2 + 4m}{16}$;

问题 2: 解法一: 如图 2, 分别延长 BD、CE 交于点 O,



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle OAD \sim \triangle OBC$,

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore OA = AB = 4$,

$\therefore OB = 8$,

$\because AE = n$,

$\therefore OE = 4 + n$,

$\because EF \parallel BC$,

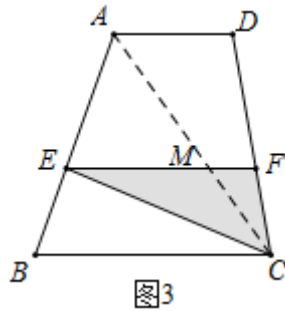
由问题 1 的解法可知: $\frac{S_{\square CEF}}{S_{\square OBC}} = \frac{S_{\square CEF}}{S_{\square OEF}} \cdot \frac{S_{\square OEF}}{S_{\square OBC}} = \frac{4-n}{4+n} \times \left(\frac{4+n}{8}\right)^2 = \frac{16-n^2}{64}$,

$$\therefore \frac{S_{\square OAD}}{S_{\square OBC}} = \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{ABCD}}{S_{\square OBC}} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\square CEF}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\square CEF}}{\frac{3}{4}S_{\square OBC}} = \frac{4}{3} \times \frac{16-n^2}{64} = \frac{16-n^2}{48}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{16-n^2}{48};$$

解法二：如图 3，连接 AC 交 EF 于 M，



$$\because AD \parallel BC, \text{ 且 } AD = \frac{1}{2} BC,$$

$$\therefore \frac{S_{\square ADC}}{S_{\square ABC}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3} S, \quad S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} S,$$

由问题 1 的结论可知： $\frac{S_{\square EMC}}{S_{\square ABC}} = \frac{-n^2 + 4n}{16},$

$$\because MF \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle CFM \sim \triangle CDA,$$

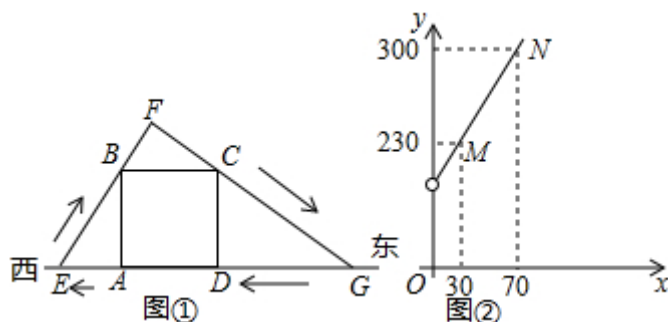
$$\therefore \frac{S_{\square CFM}}{S_{\square CDA}} = \frac{S_{\square CFM}}{\frac{1}{3}S} = 3 \times \frac{S_{\square CFM}}{S} = \left(\frac{4-n}{4}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle CFM} = \frac{(4-n)^2}{48} \times S,$$

$$\therefore S_{\triangle EFC} = S_{\triangle EMC} + S_{\triangle CFM} = \frac{-n^2 + 4n}{16} \times \frac{2}{3} S + \frac{(4-n)^2}{48} \times S = \frac{16-n^2}{48} \times S,$$

$$\therefore \frac{S'}{S} = \frac{16-n^2}{48}.$$

28. 如图①, 直线 1 表示一条东西走向的笔直公路, 四边形 ABCD 是一块边长为 100 米的正方形草地, 点 A, D 在直线 1 上, 小明从点 A 出发, 沿公路 1 向西走了若干米后到达点 E 处, 然后转身沿射线 EB 方向走到点 F 处, 接着又改变方向沿射线 FC 方向走到公路 1 上的点 G 处, 最后沿公路 1 回到点 A 处. 设 AE=x 米(其中 x>0), GA=y 米, 已知 y 与 x 之间的函数关系如图②所示,



- (1) 求图②中线段 MN 所在直线的函数表达式;
 (2) 试问小明从起点 A 出发直至最后回到点 A 处, 所走过的路径(即 $\triangle EFG$) 是否可以是一个等腰三角形? 如果可以, 求出相应 x 的值; 如果不可以, 说明理由.

解析: (1) 根据点 M、N 的坐标, 利用待定系数法即可求出图②中线段 MN 所在直线的函数表达式;

(2) 分 $FE=FG$ 、 $FG=EG$ 及 $EF=EG$ 三种情况考虑: ①考虑 $FE=FG$ 是否成立, 连接 EC, 通过计算可得出 $ED=GD$, 结合 $CD \perp EG$, 可得出 $CE=CG$, 根据等腰三角形的性质可得出 $\angle CGE = \angle CEG$ 、 $\angle FEG > \angle CGE$, 进而可得出 $FE \neq FG$; ②考虑 $FG=EG$ 是否成立, 由正方形的性质可得出 $BC \parallel EG$, 进而可得出 $\triangle FBC \sim \triangle FEG$, 根据相似三角形的性质可得出若 $FG=EG$ 则 $FC=BC$, 进而可得出 CG、DG 的长度, 在 $Rt\triangle CDG$ 中, 利用勾股定理即可求出 x 的值; ③考虑 $EF=EG$ 是否成立, 同理可得出若 $EF=EG$ 则 $FB=BC$, 进而可得出 BE 的长度, 在 $Rt\triangle ABE$ 中, 利用勾股定理即可求出 x 的值. 综上即可得出结论.

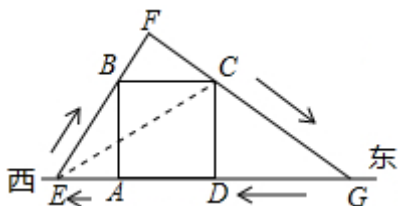
答案: (1) 设线段 MN 所在直线的函数表达式为 $y=kx+b$,
 将 M(30, 230)、N(100, 300) 代入 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} 30k + b = 230 \\ 100k + b = 300 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = 200 \end{cases},$$

\therefore 线段 MN 所在直线的函数表达式为 $y=x+200$.

(2) 分三种情况考虑:

①考虑 $FE=FG$ 是否成立, 连接 EC, 如图所示.



$\because AE=x$, $AD=100$, $GA=x+200$,

$$\therefore ED=GD=x+100.$$

又 $\because CD \perp EG$,

$$\therefore CE=CG,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle CEG,$$

$$\therefore \angle FEG > \angle CGE,$$

$$\therefore FE \neq FG;$$

②考虑 $FG=EG$ 是否成立.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore BC \parallel EG,$$

$$\therefore \triangle FBC \sim \triangle FEG.$$

假设 $FG=EG$ 成立, 则 $FC=BC$ 成立,

$$\therefore FC=BC=100.$$

$$\because AE=x, GA=x+200,$$

$$\therefore FG=EG=AE+GA=2x+200,$$

$$\therefore CG=FG-FC=2x+200-100=2x+100.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDG$ 中, $CD=100$, $GD=x+100$, $CG=2x+100$,

$$\therefore 100^2 + (x+100)^2 = (2x+100)^2,$$

解得: $x_1=-100$ (不合题意, 舍去), $x_2=\frac{100}{3}$;

③考虑 $EF=EG$ 是否成立.

同理, 假设 $EF=EG$ 成立, 则 $FB=BC$ 成立,

$$\therefore BE=EF-FB=2x+200-100=2x+100.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AE=x$, $AB=100$, $BE=2x+100$,

$$\therefore 100^2 + x^2 = (2x+100)^2,$$

解得: $x_1=0$ (不合题意, 舍去), $x_2=-\frac{400}{3}$ (不合题意, 舍去).

综上所述: 当 $x=\frac{100}{3}$ 时, $\triangle EFG$ 是一个等腰三角形.