2018年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)数学文

一.选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设集合A={1，2，3，4}，B={-1，0，2，3}，C={x∈R|-1≤x＜2}，则(A∪B)∩C=(　　)

A.{-1，1}

B.{0，1}

C.{-1，0，1}

D.{2，3，4}

解析：∵A={1，2，3，4}，B={-1，0，2，3}，

∴(A∪B)={1，2，3，4}∪{-1，0，2，3}={-1，0，1，2，3，4}，

又C={x∈R|-1≤x＜2}，∴(A∪B)∩C={-1，0，1}.

答案：C

2.设变量x，y满足约束条件$\begin{cases} x+y\le 5 \\ 2x-y\le 4 \\ -x+y\le 1 \\ y\ge 0, \end{cases}$则目标函数z=3x+5y的最大值为(　　)

A.6

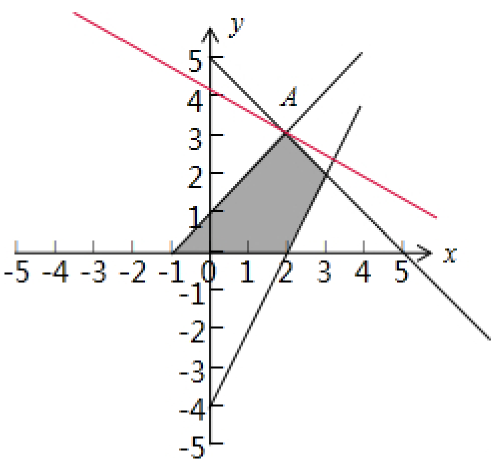
B.19

C.21

D.45

解析:由变量x,y满足约束条件$\begin{cases} x+y\le 5 \\ 2x-y\le 4 \\ -x+y\le 1 \\ y\ge 0, \end{cases}$得如图所示的可行域,由$\begin{cases} x+y=5, \\ -x+y=1, \end{cases}$解得A(2，3).

当目标函数z=3x+5y经过A时，直线的截距最大，z取得最大值.将其代入得z的值为21.



答案：C

3.设 $x\in R$，则“$x^3>8$”是“$|x|>2$”的(　　)

A.充分而不必要条件

B.必要而不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

解析：由 $x^3>8$，得 $x>2$，则 $|x|>2$，

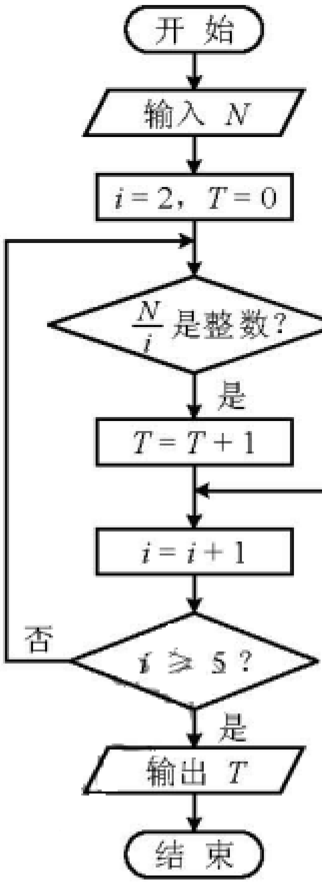
反之，由 $|x|>2$，得 $x<-2$ 或 $x>2$，

则 $x^3<-8$ 或 $x^3>8$.

即“$x^3>8$”是“$|x|>2$”的充分不必要条件.

答案：A

4.阅读如图的程序框图，运行相应的程序，若输入 N 的值为 20，则输出 T 的值为(　　)



A.1

B.2

C.3

D.4

解析：若输入 N=20，

则 i=2，T=0，$\frac{N}{i}=\frac{20}{2}$=10 是整数，满足条件.T=0+1=1，i=2+1=3，i≥5 不成立，

循环，$\frac{N}{i}=\frac{20}{3}$不是整数，不满足条件.i=3+1=4，i≥5 不成立，

循环，$\frac{N}{i}=\frac{20}{4}$=5 是整数，满足条件，T=1+1=2，i=4+1=5，i≥5 成立，输出 T=2.

答案：B.

5.已知 $a=\log_3\frac{7}{2}$，$b=\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$，$c=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{5}$，则 a，b，c 的大小关系为(　　)

A.a＞b＞c

B.b＞a＞c

C.c＞b＞a

D.c＞a＞b

解析：∵$a=\log_3\frac{7}{2}$，$c=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{5}=\log_3 5$，且 $5>\frac{7}{2}>3$，

∴$\log_3 5>\log_3\frac{7}{2}>1$，则 $b=\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{1}{4}\right)^0=1$，∴c＞a＞b.

答案：D

6.将函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{5})$的图象向右平移$\frac{\pi}{10}$个单位长度，所得图象对应的函数(　　)

A.在区间$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上单调递增

B.在区间$[-\frac{\pi}{4}，0]$上单调递减

C.在区间$[\frac{\pi}{4}，\frac{\pi}{2}]$上单调递增

D.在区间$[\frac{\pi}{2}，\pi]$上单调递减

解析：将函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{5})$的图象向右平移$\frac{\pi}{10}$个单位长度，

所得图象对应的函数解析式为 $y=\sin[2(x-\frac{\pi}{10})+\frac{\pi}{5}]=\sin 2x$.

当 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$时，$2x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，函数单调递增；

当 $x\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$时，$2x\in[\frac{\pi}{2}，\pi]$，函数单调递减；

当 $x\in[-\frac{\pi}{4}，0]$时，$2x\in[-\frac{\pi}{2}，0]$，函数单调递增；

当 $x\in[\frac{\pi}{2}，\pi]$时，$2x\in[\pi，2\pi]$，函数先减后增.

答案：A

7.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞0，b＞0)的离心率为 2，过右焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A，B 两点.设 A，B 到双曲线的同一条渐近线的距离分别为 d_1 和 d_2，且 $d_1+d_2=6$，则双曲线的方程为(　　)

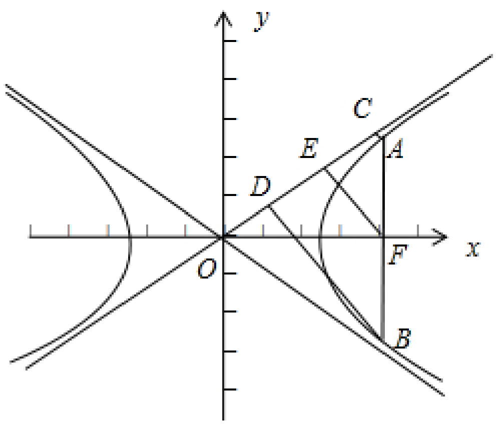
A. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$

B. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$

D. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$

解析：由题意可得图象如图，CD 是双曲线的一条渐近线 y=$\frac{b}{a}$x，即 bx-ay=0，F(c，0)，AC⊥CD，BD⊥CD，FE⊥CD，ACDB 是梯形，



F 是 AB 的中点，EF=$\frac{d_1+d_2}{2}$=3，EF=$\sqrt{a^2+b^2}$=b，

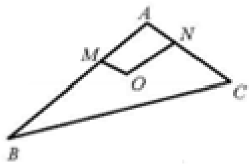
所以 b=3，双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞0，b＞0)的离心率为 2，可得$\frac{c}{a}$=2，

可得：$\frac{a^2+b^2}{a^2}$=4，解得 a=$\sqrt{3}$.则双曲线的方程为：$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$.

答案：A

8.在如图的平面图形中，已知 OM=1，ON=2，∠MON=120°，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$，$\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$，则

$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}$ 的值为(　　)



A.-15
B.-9
C.-6
D.0
解析：不妨设四边形 OMAN 是平行四边形，
由 OM=1，ON=2，∠MON=120°，

$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA},\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$，知 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AN}-3\overrightarrow{AM}=-3\overrightarrow{OM}+3\overrightarrow{ON}$，

∴

$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{OM}=\left(-3\overrightarrow{OM}+3\overrightarrow{ON}\right)\cdot\overrightarrow{OM}=-3\overrightarrow{OM}^2+3\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{OM}=-3\times1^2+3\times2\times1\times\cos120°=-6$

.

答案：C

二.填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.i 是虚数单位，复数 $\dfrac{6+7i}{1+2i}$=___________.

解析：$\dfrac{6+7i}{1+2i}=\dfrac{(6+7i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{6+14+7i-12i}{5}=\dfrac{20-5i}{5}=4-i$.

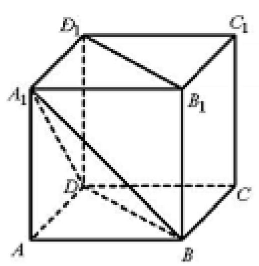
答案：4-i

10.已知函数 $f(x)=e^x\ln x$，f′(x)为 f(x)的导函数，则 f′(1)的值为___________.

解析：函数 $f(x)=e^x\ln x$，则 $f'(x)=e^x\ln x+\dfrac{1}{x}\cdot e^x$；∴f′(1)=e•ln1+1•e=e.

答案：e

11.如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，则四棱锥 $A_1-BB_1D_1D$ 的体积为___________.



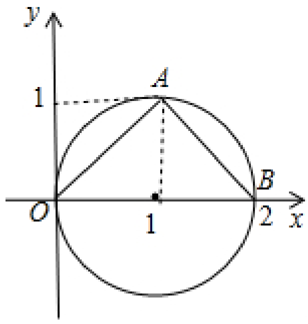
解析：由题意可知四棱锥 $A_1-BB_1D_1D$ 的底面是矩形，边长：1 和 $\sqrt{2}$，

四棱锥的高：$\frac{1}{2}A_1C_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 则四棱锥 A_1-BB_1D_1D 的体积为：$\frac{1}{3}\times 1\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$

12. 在平面直角坐标系中，经过三点(0，0)，(1，1)，(2，0)的圆的方程为__________.

解析：根据题意画出图形如图所示，



结合图形知经过三点(0，0)，(1，1)，(2，0)的圆，

其圆心为(1，0)，半径为 1，则该圆的方程为$(x-1)^2+y^2=1$.

答案：$(x-1)^2+y^2=1$

13. 已知 a，b∈R，且 a-3b+6=0，则 $2^a+\frac{1}{8^b}$ 的最小值为__________.

解析：a，b∈R，且 a-3b+6=0，可得：3b=a+6，

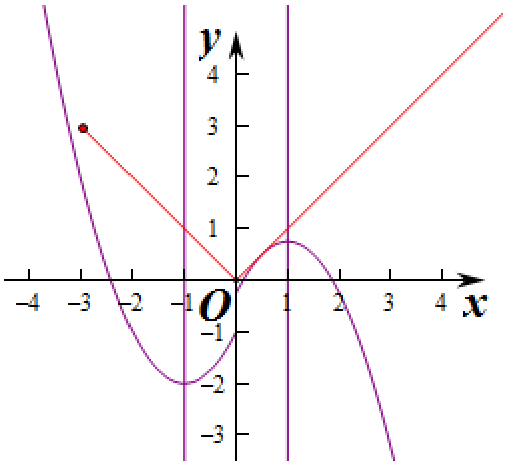
则 $2a+\frac{1}{8^b}=2^a+\frac{1}{2^{a+6}}=2^a+\frac{1}{2^6?2^a}\geq 2\sqrt{2^a\cdot\frac{1}{2^6 2^a}}=\frac{1}{4}$，

当且仅当 $2^a=\frac{1}{2^{a+6}}$. 即 a=-3 时取等号. 函数的最小值为：$\frac{1}{4}$.

答案：$\frac{1}{4}$

14. 已知 a∈R，函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+a-2, & x\leq 0,\\ -x^2+2x-2a, & x>0.\end{cases}$ 若对任意 x∈[-3，+∞)，f(x)≤|x|恒成立，则 a 的取值范围是__________.

解析：当 x≤0 时，函数 f(x)=x2+2x+a-2 的对称轴为 x=-1，抛物线开口向上，



要使 x≤0 时，对任意 x∈[-3，+∞)，f(x)≤|x|恒成立，
则只需要 f(-3)≤|-3|=3，即 9-6+a-2≤3，得 a≤2，
当 x>0 时，要使 f(x)≤|x|恒成立，即 $f(x)=-x^2+2x-2a$，则直线 y=x 的下方或在 y=x 上，
由 $-x^2+2x-2a=x$，即 $x^2-x+2a=0$，由判别式△=1-8a≤0，得 $a\geq\frac{1}{8}$，综上 $\frac{1}{8}\leq a\leq 2$.

答案：$[\frac{1}{8}，2]$

三.解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15.已知某校甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数分别为 240，160，160.现采用分层抽样的方法从中抽取 7 名同学去某敬老院参加献爱心活动.
(Ⅰ)应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿者中分别抽取多少人?
(Ⅱ)设抽出的 7 名同学分别用 A，B，C，D，E，F，G 表示，现从中随机抽取 2 名同学承担敬老院的卫生工作.
(i)试用所给字母列举出所有可能的抽取结果;
(ii)设 M 为事件“抽取的 2 名同学来自同一年级”，求事件 M 发生的概率.
解析：(Ⅰ)利用分层抽样的性质能求出应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿意者中分别抽取得人，2 人，2 人.
(Ⅱ)(i)从抽取的 7 名同学中抽取 2 名同学，利用列举法能求出所有可能结果.
(ii)设抽取的 7 名学生中，来自甲年级的是 A，B，C，来自乙年级的是 D，E，来自丙年级的是 F，G，M 为事件“抽取的 2 名同学来自同一年级”，利用列举法能求出事件 M 发生的概率.
答案：(Ⅰ)由已知得甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数之比为 3：2：2，由于采用分层抽样的方法从中抽取 7 名同学，
∴应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿意者中分别抽取得人，2 人，2 人.
(Ⅱ)(i)从抽取的 7 名同学中抽取 2 名同学的所有可能结果为：
{A，B}，{A，C}，{A，D}，{A，E}，{A，F}，{A，G}，{B，C}，{B，D}，
{B，E}，{B，F}，{B，G}，{C，D}，{C，E}，{C，F}，{C，G}，{D，E}，
{D，F}，{D，G}，{E，F}，{E，G}，{F，G}，共 21 个.
(i)设抽取的 7 名学生中，来自甲年级的是 A，B，C，
来自乙年级的是 D，E，来自丙年级的是 F，G，M 为事件“抽取的 2 名同学来自同一年级”，
则事件 M 包含的基本事件有：{A，B}，{A，C}，{B，C}，{D，E}，{F，G}，共 5 个基本事件，

∴事件 M 发生的概率 P(M)=$\frac{5}{21}$.

16.在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c.已知 bsinA=acos(B-$\frac{\pi}{6}$).

(Ⅰ)求角 B 的大小；

(Ⅱ)设 a=2，c=3，求 b 和 sin(2A-B)的值.

解析：(Ⅰ)由正弦定理得 $\frac{b}{\sin A}=\frac{a}{\sin B}$，与 bsinA=acos(B-$\frac{\pi}{6}$).由此能求出 B.

(Ⅱ)由余弦定理得 b=$\sqrt{7}$，由 bsinA=acos(B-$\frac{\pi}{6}$)，得 sinA=$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$，cosA=$\frac{2}{\sqrt{7}}$，由此能求出 sin(2A-B).

答案：(Ⅰ)在△ABC 中，由正弦定理得 $\frac{b}{\sin A}=\frac{a}{\sin B}$，得 bsinA=asinB，

又 bsinA=acos(B-$\frac{\pi}{6}$).∴asinB=acos(B-$\frac{\pi}{6}$)，

即 $\sin B=\cos(B-\frac{\pi}{6})=\cos B\cos\frac{\pi}{6}+\sin B\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B$，

∴tanB=$\sqrt{3}$，又 B∈(0，π)，∴B=$\frac{\pi}{3}$.

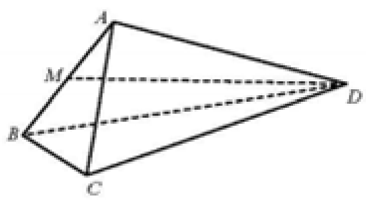
(Ⅱ)在△ABC 中，a=2，c=3，B=$\frac{\pi}{3}$，

由余弦定理得 b=$\sqrt{a^2+c^2-2ac\cos B}=\sqrt{7}$，由 bsinA=acos(B-$\frac{\pi}{6}$)，得 sinA=$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$，

∵a<c，∴cosA=$\frac{2}{\sqrt{7}}$，∴sin2A=2sinAcosA=$\frac{4\sqrt{3}}{7}$，cos2A=2cos^{2}A-1=$\frac{1}{7}$，

∴sin(2A-B)=sin2AcosB-cos2AsinB=$\frac{4\sqrt{3}}{7}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{14}$.

17.如图，在四面体 ABCD 中，△ABC 是等边三角形，平面 ABC⊥平面 ABD，点 M 为棱 AB 的中点，AB=2，AD=2$\sqrt{3}$，∠BAD=90°.



(Ⅰ)求证：AD⊥BC；

(Ⅱ)求异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦值;

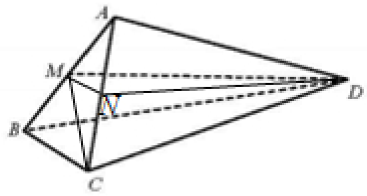
(Ⅲ)求直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值.

解析:(Ⅰ)由平面 ABC⊥平面 ABD,结合面面垂直的性质可得 AD⊥平面 ABC,则 AD⊥BC;

(Ⅱ)取棱 AC 的中点 N,连接 MN,ND,又 M 为棱 AB 的中点,可得∠DMN(或其补角)为异面直线 BC 与 MD 所成角,求解三角形可得异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦;

(Ⅲ)连接 CM,由△ABC 为等边三角形,M 为边 AB 的中点,可得 CM⊥AB,且 CM=$\sqrt{3}$,再由面面垂直的性质可得 CM⊥平面 ABD,则∠CDM 为直线 CD 与平面 ABD 所成角,求解三角形可得直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值.

答案:(Ⅰ)由平面 ABC⊥平面 ABD,平面 ABC∩平面 ABD=AB,AD⊥AB,



得 AD⊥平面 ABC,故 AD⊥BC;

(Ⅱ)取棱 AC 的中点 N,连接 MN,ND,

∵M 为棱 AB 的中点,故 MN∥BC,

∴∠DMN(或其补角)为异面直线 BC 与 MD 所成角,

在 Rt△DAM 中,AM=1,故 DM=$\sqrt{AD^2+AM^2}=\sqrt{13}$,

∵AD⊥平面 ABC,故 AD⊥AC,

在 Rt△DAN 中,AN=1,故 DN=$\sqrt{AD^2+AN^2}=\sqrt{13}$,

在等腰三角形 DMN 中,MN=1,可得 cos∠DMN=$\dfrac{\frac{1}{2}MN}{DM}=\dfrac{\sqrt{13}}{26}$.

∴异面直线 BC 与 MD 所成角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{13}}{26}$;

(Ⅲ)连接 CM,∵△ABC 为等边三角形,M 为边 AB 的中点,故 CM⊥AB,CM=$\sqrt{3}$,

又∵平面 ABC⊥平面 ABD,而 CM⊂平面 ABC,

故 CM⊥平面 ABD,则∠CDM 为直线 CD 与平面 ABD 所成角.

在 Rt△CAD 中,CD=$\sqrt{AC^2+AD^2}=4$,

在 Rt△CMD 中,sin∠CDM=$\dfrac{CM}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

∴直线 CD 与平面 ABD 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

18.设$\{a_n\}$是等差数列，其前n项和为$S_n(n\in N^*)$；$\{b_n\}$是等比数列，公比大于0，其前n项和为$T_n(n\in N^*)$.已知$b_1=1$，$b_3=b_2+2$，$b_4=a_3+a_5$，$b_5=a_4+2a_6$.

(Ⅰ)求S_n和T_n；

(Ⅱ)若$S_n+(T_1+T_2+\cdots\cdots+T_n)=a_n+4b_n$，求正整数n的值.

解析：(Ⅰ)设等比数列{bn}的公比为q，由已知列式求得q，则数列{bn}的通项公式与前n项和可求；等差数列{an}的公差为d，再由已知列关于首项与公差的方程组，求得首项与公差，代入等差数列的通项公式与前n项和公式可得S_n；

(Ⅱ)由(Ⅰ)求出$T_1+T_2+\cdots\cdots+T_n$，代入$S_n+(T_1+T_2+\cdots\cdots+T_n)=a_n+4b_n$，化为关于n的一元二次方程求解正整数n的值.

答案：(Ⅰ)设等比数列$\{b_n\}$的公比为q，由$b_1=1$，$b_3=b_2+2$，可得$q^2-q-2=0$.

∵$q>0$，可得$q=2$.故$b_n=2^{n-1}$，$T_n=\dfrac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$；

设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，由$b_4=a_3+a_5$，得$a_1+3d=4$，

由$b_5=a_4+2a_6$，得$3a_1+13d=16$，∴$a_1=d=1$.故$a_n=n$，$S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$；

(Ⅱ)由(Ⅰ)，可得$T_1+T_2+\cdots\cdots+T_n=(2^1+2^2+\cdots+2^n)-n=\dfrac{2\times(1-2^n)}{1-2}-n=2^{n+1}-n-2$.

由$Sn+(T_1+T_2+\cdots\cdots+T_n)=a_n+4bn$，可得$\dfrac{n(n+1)}{2}+2^{n+1}-n-2=n+2^{n+1}$，

整理得：$n^2-3n-4=0$，解得$n=-1$(舍)或$n=4$.∴n的值为4.

19.设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右顶点为A，上顶点为B.已知椭圆的离心率为$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，$|AB|=\sqrt{13}$.

(Ⅰ)求椭圆的方程；

(Ⅱ)设直线l：$y=kx(k<0)$与椭圆交于P，Q两点，l与直线AB交于点M，且点P，M均在第四象限.若△BPM的面积是△BPQ面积的2倍，求k的值.

解析：(1)设椭圆的焦距为2c，由已知可得$\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{5}{9}$，又$a^2=b^2+c^2$，解得$a=3$，$b=2$，即可.

(Ⅱ)设点$P(x_1，y_1)$，$M(x_2，y_2)$，$(x_2>x_1>0)$.则$Q(-x_1，-y_1)$.

由△BPM的面积是△BPQ面积的2倍，可得$x_2-x_1=2[x_1-(-x_1)]$，$x_2=5x_1$，

联立方程求出由$x_2=\dfrac{6}{3k+2}>0$，$x_1=\dfrac{6}{\sqrt{9k^2+4}}$,可得k.

答案：(1)设椭圆的焦距为2c，

由已知可得$\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{5}{9}$，又$a^2=b^2+c^2$，解得$a=3$，$b=2$，∴椭圆的方程为：$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$，

(Ⅱ)设点P(x_1，y_1)，M(x_2，y_2)，(x_2＞x_1＞0).则Q($-x_1$，$-y_1$).
∵△BPM的面积是△BPQ面积的2倍，∴|PM|=2|PQ|，从而$x_2-x_1=2[x_1-(-x_1)]$，∴$x_2=5x_1$，
易知直线AB的方程为：2x+3y=6.

由$\begin{cases}2x+3y=6,\\ y=kx,\end{cases}$可得$x_2=\dfrac{6}{3k+2}$＞0.由$\begin{cases}4x^2+9y^2=36,\\ y=kx,\end{cases}$可得$x_1=\dfrac{6}{\sqrt{9k^2+4}}$，

$\Rightarrow \sqrt{9k^2+4}=5(3k+2)$，$\Rightarrow$ $18k^2+25k+8=0$，解得$k=-\dfrac{8}{9}$或$k=-\dfrac{1}{2}$.

由$x_2=\dfrac{6}{3k+2}$＞0.可得$k>-\dfrac{2}{3}$，故$k=-\dfrac{1}{2}$，

20.设函数$f(x)=(x-t_1)(x-t_2)(x-t_3)$，其中$t_1$，$t_2$，$t_3\in R$，且$t_1$，$t_2$，$t_3$是公差为d的等差数列.
(Ⅰ)若$t_2=0$，d=1，求曲线y=f(x)在点(0，f(0))处的切线方程；
(Ⅱ)若d=3，求f(x)的极值；
(III)若曲线y=f(x)与直线$y=-(x-t_2)-6\sqrt{3}$有三个互异的公共点，求d的取值范围.

解析：(Ⅰ)求出t2=0，d=1时f(x)的导数，利用导数求斜率，再写出切线方程；
(Ⅱ)计算d=3时f(x)的导数，利用导数判断f(x)的单调性，求出f(x)的极值；
(III)曲线y=f(x)与直线$y=-(x-t_2)-6\sqrt{3}$有三个互异的公共点，

等价于关于x的方程$f(x)+(x-t_2)-6\sqrt{3}=0$有三个互异的实数根，

利用换元法研究函数的单调性与极值，求出满足条件的d的取值范围.
答案：(Ⅰ)函数$f(x)=(x-t_1)(x-t_2)(x-t_3)$，
$t_2=0$，d=1时，$f(x)=x(x+1)(x-1)=x^3-x$，
∴$f'(x)=3x^2-1$，f(0)=0，$f'(0)=-1$，
∴y=f(x)在点(0，f(0))处的切线方程为y-0=-1×(x-0)，即x+y=0；
(Ⅱ)d=3时，$f(x)=(x-t_2+3)(x-t_2)(x-t_2-3)=(x-t_2)^3-9(x-t_2)=x^3-3t_2x^2+(3t_2^2-9)x-t_2^3+9t_2$；
∴$f'(x)=3x^2-6t_2x+3t_2^2-9$，

令$f'(x)=0$，解得$x=t_2-\sqrt{3}$或$x=t_2+\sqrt{3}$；

当x变化时，$f'(x)$，f(x)的变化情况如下表；

x	$(-\infty, t_2-\sqrt{3})$	$t_2-\sqrt{3}$	$(t_2-\sqrt{3}, t_2+\sqrt{3})$	$t_2+\sqrt{3}$	$(t_2+\sqrt{3}, +\infty)$
f′(x)	+	0	-	0	+
f(x)	单调增	极大值	单调减	极小值	单调增

∴f(x)的极大值为 $f\left(t_2-\sqrt{3}\right)=\left(-\sqrt{3}\right)^3-9\times\left(-\sqrt{3}\right)=6\sqrt{3}$，

极小值为 $f\left(t_2+\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{3}\right)^3-9\times\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$；

(III)曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=-(x-t^2)-6\sqrt{3}$ 有三个互异的公共点，

等价于关于 x 的方程 $(x-t_2+d)(x-t_2)(x-t_2-d)+(x-t_2)-6\sqrt{3}=0$ 有三个互异的实数根，

令 $u=x-t_2$，可得 $u^3+(1-d^2)u+6\sqrt{3}=0$；

设函数 $g(x)=x^3+(1-d^2)x+6\sqrt{3}$，则曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=-(x-t_2)-6\sqrt{3}$ 有 3 个互异的公共点，

等价于函数 $y=g(x)$ 有三个不同的零点；
又 $g'(x)=3x^2+(1-d^2)$，
当 $d^2\leqslant1$ 时，$g'(x)\geqslant0$ 恒成立，此时 $g(x)$ 在 R 上单调递增，不合题意；

当 $d^2>1$ 时，令 $g'(x)=0$，解得 $x_1=-\frac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}}$，$x_2=\frac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}}$；

∴g(x)在$(-\infty, x1)$上单调递增，在(x_1, x_2)上单调递减，
在$(x_2, +\infty)$上也单调递增；

∴g(x)的极大值为 $g\left(x_1\right)=g\left(-\frac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}}\right)=\frac{2\sqrt{3}\left(d^2-1\right)^{\frac{3}{2}}}{9}+6\sqrt{3}>0$；

极小值为 $g(x_2)=g\left(\frac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}}\right)=-\frac{2\sqrt{3}\left(d^2-1\right)^{\frac{3}{2}}}{9}+6\sqrt{3}$；

若 $g(x_2)\geqslant0$，由 g(x)的单调性可知，
函数 g(x)至多有两个零点，不合题意；

若 $g(x_2)<0$，即 $\left(d^2-1\right)^{\frac{3}{2}}>27$，解得 $|d|>\sqrt{10}$，

此时 $|d|>x_2$，$g(|d|)=|d|+6\sqrt{3}>0$，且 $-2|d|<x_1$；$g(-2|d|)=-6|d|^3-2|d|+6\sqrt{3}<0$，

从而由 g(x)的单调性可知，
函数 $y=g(x)$ 在区间 $(-2|d|, x_1)$，(x_1, x_2)，$(x_2, |d|)$ 内各有一个零点，符合题意；

∴d 的取值范围是 $(-\infty, -\sqrt{10})\cup(\sqrt{10}, +\infty)$.