2014年山东省中考模拟数学

一、选择题（本大题共12小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得3分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

1.（3分）下列运算正确的是（　　）

A. $\sqrt{4}=\pm 2$

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=-4$

C. $\sqrt[3]{-8}=-2$

D. $-|-2|=2$

解析：　A、根据算术平方根的定义即可判定；

B、根据负整数指数幂的法则即可判定；

C、根据立方根的定义即可判定；

D、根据绝对值的定义即可判定.

答案：C.

2.（3分）下列运算正确的是（　　）

A. $a^3+a^3=3a^6$

B. $(-a)^3\cdot(-a)^5=-a^8$

C. $(-2a^2b)^3\cdot 4a=-24a^6b^3$

D. $\left(-\frac{1}{3}a-4b\right)\left(\frac{1}{3}a-4b\right)=16b^2-\frac{1}{9}a^2$

解析：　根据合并同类项，只把系数相加减，字母与字母的次数不变；同底数幂相乘，底数不变指数相加；积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘，单项式的乘法法则；平方差公式，对各选项解析判断后利用排除法求解.

答案：D.

3.(3分)若一个圆锥的母线长是它底面半径的3倍,则它的侧面展开图的圆心角等于(　　)

A. 120°

B. 135°

C. 150°

D. 180°

解析：　根据圆锥的侧面展开图扇形的弧长等于圆锥底面周长可得.

设底面半径为r，则母线为3r，

则$2\pi r=\frac{n\pi\cdot 3r}{180}$,

解得n=120.

答案：A.

4.（3分）将$y=(2x-1)\cdot(x+2)+1$化成$y=a(x+m)^2+n$的形式为（　　）

A. $y=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{25}{16}$

B. $y=2(x-\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$

C. $y=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$

D. $y=2(x+\frac{3}{4})^2+\frac{17}{8}$

解析： 化为一般式后，利用配方法先提出二次项系数，再加上一次项系数的一半的平方来凑完全平方式，把一般式转化为顶点式.

$y=(2x-1)(x+2)+1$

$=2x^2+3x-1$

$=2(x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16})-\frac{9}{8}-1$

$=2(x+\frac{3}{4})^2-\frac{17}{8}$.

答案：C.

5.（3 分）计算 $(1-\frac{1}{1-a})(\frac{1}{a^2}-1)$ 的结果为（　　）

A. $-\frac{a+1}{a}$

B. $\frac{a-1}{a}$

C. $\frac{a}{1-a}$

D. $\frac{a+1}{1-a}$

解析： 先计算括号里的，再相乘.

$(1-\frac{1}{1-a})(\frac{1}{a^2}-1)$

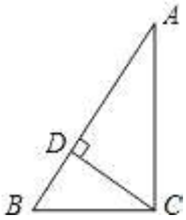
$=\frac{1-a-1}{1-a}\cdot\frac{1-a^2}{a^2}$

$=-\frac{a}{1-a}\cdot\frac{(1+a)(1-a)}{a^2}$

$=-\frac{a+1}{a}$.

答案：A.

6.（3 分）如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，CD⊥AB 于 D，若 AC=$2\sqrt{3}$，AB=$3\sqrt{2}$，则 tan∠BCD 的值为（　　）



A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

解析： 证明∠BCD=∠A，求 tanA 即可.根据三角函数的定义求解.由勾股定理知，$c^2=a^2+b^2$

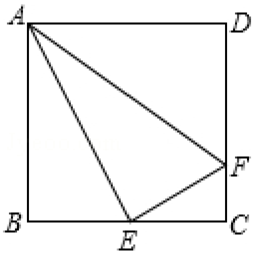
∴$BC=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$.

根据同角的余角相等，∠BCD=∠A.

∴$\tan\angle BCD=\tan\angle A=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：B.

7.（3 分）如图，在正方形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且 $CF=\frac{1}{4}CD$，下列结论:①∠BAE=30°，②△ABE∽△AEF,③AE⊥EF,④△ADF∽△ECF.其中正确的个数为(　　)



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

解析： 本题主要掌握相似三角形的定义，根据已知条件判定相似的三角形.

∵在正方形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且 $CF=\frac{1}{4}CD$，

∴∠B=∠C=90°，AB：EC=BE：CF=2：1.

∴△ABE∽△ECF.

∴AB：EC=AE：EF，∠AEB=∠EFC.

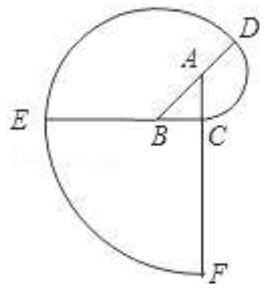
∵BE=CE，∠FEC+∠EFC=90°，

∴AB：AE=BE：EF，∠AEB+∠FEC=90°.

∴∠AEF=∠B=90°.

∴△ABE∽△AEF，AE⊥EF.
∴②③正确.
答案：B.

8.（3 分）如图，△ABC 是等腰直角三角形，且∠ACB=90 度.曲线 CDEF…叫做“等腰直角三角形的渐开线”，其中 $\overset{\frown}{CD}$，$\overset{\frown}{DE}$，$\overset{\frown}{EF}$，…的圆心依次按 A，B，C 循环.如果 AC=1，那么曲线 CDEF 和线段 CF 围成图形的面积为（　　）



A. $\dfrac{(12+7\sqrt{2})\pi}{4}$

B. $\dfrac{(9+5\sqrt{2})\pi+2}{4}$

C. $\dfrac{(12+7\sqrt{2})\pi+2}{4}$

D. $\dfrac{(9+5\sqrt{2})\pi}{4}$

解析：　曲线 CDEF 和线段 CF 围成图形的面积为半径分别为 1，$\sqrt{2}+1$，$\sqrt{2}+2$，圆心角分别为 135°，135°，90°的扇形以及△ABC 组成的，代入扇形面积公式相加即可.
曲线 CDEF 和线段 CF 围成图形的面积是由三个圆心不同，半径不同的扇形以及△ABC 组成，

所以根据面积公式可得：$\dfrac{135\pi\times1+135\pi\times(\sqrt{2}+1)^2+90\pi\times(\sqrt{2}+2)^2}{360}$

$+1\times1\div2=\dfrac{(12+7\sqrt{2})\pi+2}{4}$.
答案：C.

9.（3 分）已知三点 $P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$，$P_3(1, -2)$都在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$的图象上，若 $x_1<0$，$x_2>0$，则下列式子正确的是（　　）
A.　$y_1<y_2<0$
B.　$y_1<0<y_2$
C.　$y_1>y_2>0$
D.　$y_1>0>y_2$
解析：　根据 k=xy 即横纵坐标相乘得比例系数 k，再由反比例函数图象上点的坐标特征即可解答.

∵点 P_3（1，－2）都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

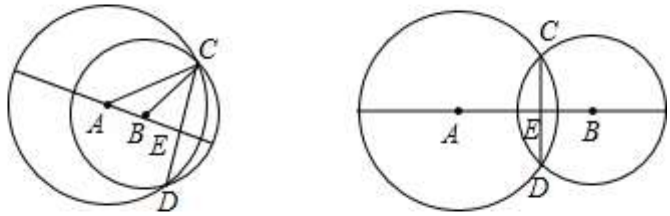
∴$k=1\times(-2)=-2<0$，
函数图象在二，四象限，
又∵$x_1<0$，$x_2>0$，
∴P_1 在第二象限，P_2 在第四象限，
∴$y_1>0$，$y_2<0$，
∴$y_1>0>y_2$.
答案：D.

10．（3 分）（2007•泰安）半径分别为 13 和 15 的两圆相交，且公共弦长为 24，则两圆的圆心距为（　　）

A. $\frac{65}{4}$或 14

B. $\frac{65}{4}$或 4

C. 14
D. 4 或 14
解析：　利用了连心线垂直平分公共弦，勾股定理求解，注意两圆相交的情况有两种情况.

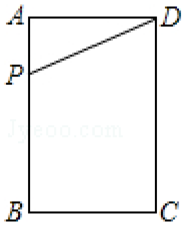


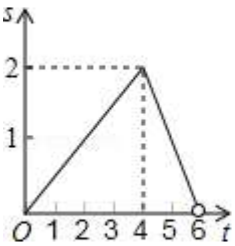
如图，圆 A 与圆 B 相交于点 C，D，CD 与 AB 交于点 E，AC=15，BC=13，
由于连心线 AB 垂直平分 CD，有 CE=12，△ACE，△BCE 是直角三角形，
由勾股定理得，AE=9，BE=5，
而两圆相交的情况有两种，当为左图时，AB=AE－BE=9－5=4，
当为右图时，AB=AE+BE=14.
答案：D.

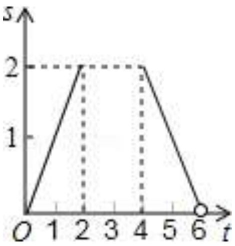
11．（3 分）若 x_1，x_2 是方程 $x^2-2x-4=0$ 的两个不相等的实数根，则代数式 $2x_1^2-2x_1+x_2^2+3$ 的值是（　　）
A. 19
B. 15
C. 11
D. 3
解析：　欲求 $2x_1^2-2x_1+x_2^2+3$ 的值，先把此代数式变形为两根之积或两根之和的形式，代入数值计算即可.
∵x_1，x_2 是方程 $x^2-2x-4=0$ 的两个不相等的实数根.
∴$x_1^2-2x_1=4$，$x_1x_2=-4$，$x_1+x_2=2$.
∴$2x_1^2-2x_1+x_2^2+3$
$=x_1^2-2x_1+x_1^2+x_2^2+3$
$=x_1^2-2x_1+(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+3$

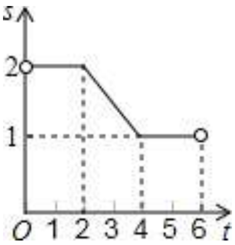
=4+4+8+3=19.
答案：A.

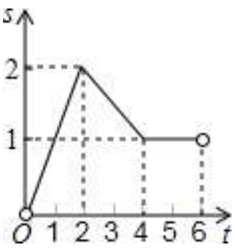
12.（3 分）（2007•泰安）如图，四边形 ABCD 是边长为 2cm 的正方形，动点 P 在 ABCD 的边上沿 A﹣B﹣C﹣D 的路径以 1cm/s 的速度运动（点 P 不与 A，D 重合）. 在这个运动过程中，△APD 的面积 S（cm）^{2}随时间 t（s）的变化关系用图象表示，正确的为（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：　本题考查动点函数图象的问题.
点 P 在 AB 上运动时，△APD 的面积 S 将随着时间的增多而不断增大，排除 C.
点 P 在 BC 上运动时，△APD 的面积 S 将随着时间的增多而不再变化，应排除 A，D.
答案：B.

二、填空题（本大题共 7 小题，满分 21 分. 只要求填写最后结果，每小题填对得 3 分）

13.（3 分）方程（x+2）（x+3）=20 的解是_____.

解析： 此题很容易出错，解题时要注意方程右边为 0 才可用因式分解法，因此解此题时先要变形：（x+2）（x+3）－20=0，再化简得：$x^2+5x-14=0$，用因式分解法即可求得.

∵（x+2）（x+3）=20，

∴（x+2）（x+3）－20=0，

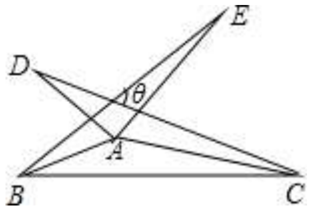
∴$x^2+5x-14=0$，

即（x－2）（x+7）=0

解得 $x_1=2$，$x_2=-7$.

答案：2 或－7

14.（3 分）如图，△ABE 和△ACD 是△ABC 分别沿着 AB，AC 边翻折 180°形成的，若∠BAC=150°，则∠θ 的度数是_____度.



解析：解题关键是把所求的角转移成与已知角有关的角.

根据对顶角相等，翻折得到的∠E=∠ACB 可得到∠θ=∠EAC，

∵△ABE 和△ACD 是△ABC 分别沿着 AB，AC 边翻折 180°形成的，∠BAC=150°，

∴∠DAC=∠BAE=∠BAC=150°.

∴∠DAE=∠DAC+∠BAE+∠BAC－360°=150°+150°+150°－360°=90°.

∴∠θ=∠EAC=∠DAC－∠DAE=60°.

答案：60.

15.（3 分）若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2)<2 \\ \frac{a+2x}{4}>x \end{cases}$ 有解，则实数 a 的取值范围是_____.

解析： 解出不等式组的解集，根据已知不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2)<2 \\ \frac{a+2x}{4}>x \end{cases}$ 有解比较，可求出 a 的取值范围.

由（1）得 x＞2，

由（2）得 $x<\frac{a}{2}$,

∵不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2)<2 \\ \frac{a+2x}{4}>x \end{cases}$ 有解，

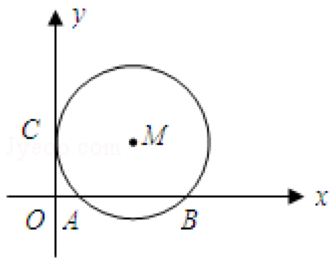
∴解集应是 $2<x<\frac{a}{2}$, 则 $\frac{a}{2}>2$，

即 a＞4

实数 a 的取值范围是 a＞4.

答案：a＞4.

16.（3 分）如图所示，⊙M 与 x 轴相交于点 A（2，0），B（8，0），与 y 轴相切于点 C，则圆心 M 的坐标是_____.



解析： 连接 AM,作 MN⊥x 轴于点 N,则根据垂径定理即可求得 AN 的长,从而球儿 ON 的长,即圆的半径，然后在直角△AMN 中，利用勾股定理即可求得 MN 的长，则 M 的坐标即可求出.
连接 AM，作 MN⊥x 轴于点 N. 则 AN=BN.

∵点 A（2，0），B（8，0），

∴OA=2，OB=8，

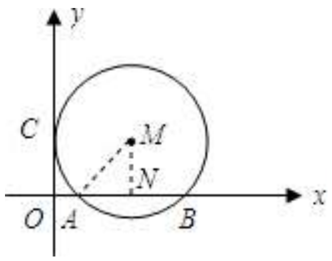
∴AB=OB－OA=6.

∴AN=BN=3.

∴ON=OA+AN=2+3=5，则 M 的横坐标是 5，圆的半径是 5.

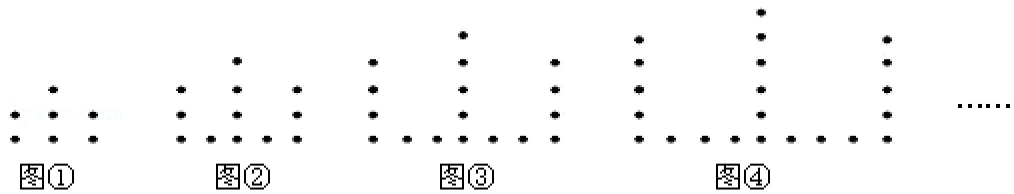
在直角△AMN 中，MN=$\sqrt{AM^2-AN^2}$=$\sqrt{5^2-3^2}$=4，

则 M 的纵坐标是 4.
故 M 的坐标是（5，4）.



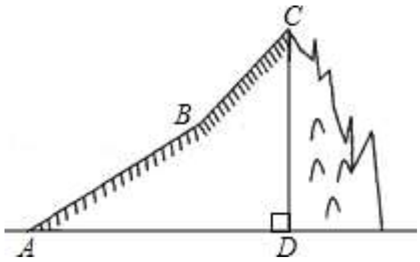
答案：（5，4）

17.（3 分）如图，图 1，图 2，图 3，…是用围棋棋子摆成的一列具有一定规律的“山”字.则第 n 个“山”字中的棋子个数是_____.



解析： 由题目得,第 1 个“山”字中的棋子个数是 7;第 2 个“山”字中的棋子个数是 12;第 3 个“山”字中的棋子个数是 17;第 4 个“山”字中的棋子个数是 22;进一步发现规律:第 n 个“山”字中的棋子个数是 5n+2.
答案： 5n+2.

18.（3 分）如图，一游人由山脚 A 沿坡角为 30° 的山坡 AB 行走 600m，到达一个景点 B，再由 B 沿山破 BC 行走 200m 到达山顶 C，若在山顶 C 处观测到景点 B 的俯角为 45°，则山高 CD 等于_____m.（结果用根号表示）



解析： 解此题时需两次用到三角函数，即求出 ED 和 CE 后相加即可.

过 B 作 BF⊥AD 于 F，BE⊥CD 于 E，如图，

∵在山顶 C 处观测到景点 B 的俯角为 45°，

∴△BEC 为等腰直角三角形，

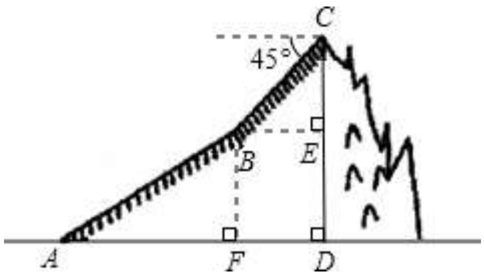
而 BC=200m，

∴$CE=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=100\sqrt{2}$m；

∵∠A=30°，AB=600m，

∴$BF=\frac{1}{2}AB=300$m，

∴CD=CE+ED=（$100\sqrt{2}+300$）m.



答案： （$300+100\sqrt{2}$）.

19.（3 分）为确保信息安全，信息需加密传输，发送方由明文→密文（加密），接收方由密文→明文（解密）. 已知加密规则为：明文 x，y，z 对应密文 2x+3y，3x+4y，3z. 例如：明文 1，2，3 对应密文 8，11，9. 当接收方收到密文 12，17，27 时，则解密得到的明文为_____.

解析： 建立关于 x，y，z 的三元一次方程组，求解即可.

根据题意列方程组得：$\begin{cases}2x+3y=12\\3x+4y=17\\3z=27\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=3\\y=2\\z=9\end{cases}$.

答案： 3，2，9.

三、解答题（本大题共 7 小题，满分 63 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤）

20.（6 分）灌云县实验中学为了解毕业年级 800 名学生每学期参加社会实践活动的时间，随机对该年级 60 名学生每学期参加社会实践活动的时间进行了统计，结果如下表：

时间/天	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
人数	3	3	5	7	8	13	8	7	4	2

（1）补全右面的频率分布表；

分组	频数	频率
3.5～5.5	6	0.1
5.5～7.5	12	0.2
7.5～9.5		
9.5～11.5		
11.5～13.5	6	0.1
合计	60	1

（2）请你估算这所学校该年级的学生中，每学期参加社会实践活动的时间大于 7 天的约有多少人？

解析： 由统计表可以看出：7.5－9.5 的频数为 8+13=21，频率为 21÷60=0.35；9.5－11.5 的频数为 8+7=15，频率为 15÷60=0.25；所学校该年级的学生中，每学期参加社会实践活动的时间大于 7 天的约有 $800\times\frac{42}{60}$=560.

答案：（1）补全频数分布表：

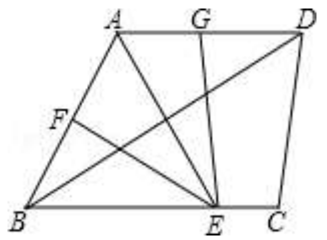
分组	频数	频率
3.5～5.5	6	0.1
5.5～7.5	12	0.2
7.5～9.5	21	0.35
9.5～11.5	15	0.25
11.5～13.5	6	0.1
合计	60	1

（2）每学期参加社会实践活动的时间大于 7 天的人数=$800\times\frac{42}{60}$=560 人.

21.（8 分）如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，对角线 BD 平分∠ABC，∠BAD 的平分线 AE 交 BC 于 E，F，G 分别是 AB，AD 的中点.

（1）求证：EF=EG；

（2）当 AB 与 EC 满足怎样的数量关系时，EG∥CD？并说明理由.



解析： 1、易证得△ABD 是等腰三角形，再由 SAS 证得△AFE≌△AGE⇒EF=EG.

2、若 EG∥CD，则四边形 GDCE 为平行四边形，则应有 CE=GD=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$AB.

答案： （1）证明：∵AD∥BC，

∴∠DBC=∠ADB.

又∵∠ABD=∠DBC，

∴∠ABD=∠ADB.

∴AB=AD.

又∵AF=$\frac{1}{2}$AB，AG=$\frac{1}{2}$AD，

∴AF=AG.

又∵∠BAE=∠DAE，AE=AE，

∴△AFE≌△AGE.

∴EF=EG.

（2）解：当 AB=2EC 时，EG∥CD，

证明：∵AB=2EC，

∴AD=2EC.

∴GD=$\frac{1}{2}$AD=EC.

又∵GD∥EC，

∴四边形 GECD 是平行四边形.

∴EG∥CD.

22.（9 分）某书店老板去图书批发市场购买某种图书.第一次用 1200 元购书若干本，并按该书定价 7 元出售，很快售完.由于该书畅销，第二次购书时，每本书的批发价已比第一次提高了 20%，他用 1500 元所购该书数量比第一次多 10 本.当按定价售出 200 本时，出现滞销，便以定价的 4 折售完剩余的书.试问该老板这两次售书总体上是赔钱了，还是赚钱了（不考虑其它因素）？若赔钱，赔多少？若赚钱，赚多少？

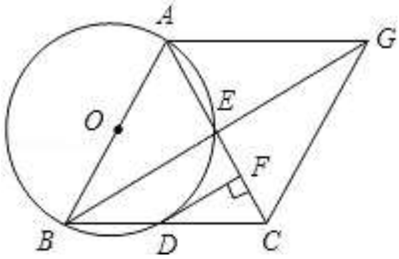
解析： 先考虑购书的情况，设第一次购书的单价为 x 元，则第二次购书的单价为 1.2x 元，第一次购书款 1200 元，第二次购书款 1500 元，第一次购书数目$\frac{1200}{x}$，第二次购书数目$\frac{1500}{1.2x}$，第二次购书数目多 10 本.关系式是：第一次购书数目+10=第二次购书数目.

再计算两次购书数目，赚钱情况：卖书数目×（实际售价﹣当次进价），两次合计，就可以回答问题了.

答案： 解：设第一次购书的单价为 x 元，

∵第二次每本书的批发价已比第一次提高了 20%，
∴第二次购书的单价为 1.2x 元.
根据题意得：$\frac{1200}{x}+10=\frac{1500}{(1+20\%)x}$.（4 分）
解得：x=5.
经检验，x=5 是原方程的解.（6 分）
所以第一次购书为 1200÷5=240（本）.
第二次购书为 240+10=250（本）.
第一次赚钱为 240×（7﹣5）=480（元）.
第二次赚钱为 200×（7﹣5×1.2）+50×（7×0.4﹣5×1.2）=40（元）.
所以两次共赚钱 480+40=520（元）（8 分）.
答：该老板两次售书总体上是赚钱了，共赚了 520 元.（9 分）

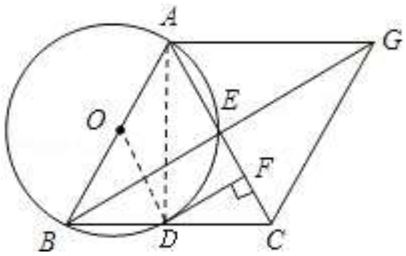
23.（9 分）如图，在△ABC 中，AB=AC，以 AB 为直径的圆 O 交 BC 于点 D，交 AC 于点 E，过点 D 作 DF⊥AC，垂足为 F.
（1）求证：DF 为⊙O 的切线；
（2)若过 A 点且与 BC 平行的直线交 BE 的延长线于 G 点，连接 CG. 当△ABC 是等边三角形时，求∠AGC 的度数.



解析：　（1）连接 AD，OD，根据等腰三角形的性质与平行线的性质，可得 DF⊥OD，故得到证明；
（2）根据题意，△ABC 是等边三角形，可得 BG 是 AC 的垂直平分线，再根据平行线的性质，可得△ACG 是等边三角形，故∠AGC=60°.
答案：　（1）证明：连接 AD，OD，
∵AB 是⊙O 的直径，
∴AD⊥BC.（2 分）
∵△ABC 是等腰三角形，
∴BD=DC，
又∵AO=BO，
∴OD 是△ABC 的中位线，
∴OD∥AC.
∵DF⊥AC，（4 分）
∴DF⊥OD，
∴DF 是⊙O 的切线.（5 分）

（2）解：∵AB 是⊙O 的直径，
∴BG⊥AC.
∵△ABC 是等边三角形，

∴BG 是 AC 的垂直平分线，
∴GA=GC.（7 分）
又∵AG∥BC，∠ACB=60°，
∴∠CAG=∠ACB=60°.
∴△ACG 是等边三角形.
∴∠AGC=60°.（9 分）



24.（9 分）市园林处为了对一段公路进行绿化，计划购买 A，B 两种风景树共 900 棵.A，B 两种树的相关信息如下表：

品种　项目	单价（元/棵）	成活率
A	80	92%
B	100	98%

若购买 A 种树 x 棵，购树所需的总费用为 y 元.
（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；
（2）若购树的总费用不超过 82 000 元，则购 A 种树不少于多少棵？
（3）若希望这批树的成活率不低于 94%，且使购树的总费用最低，应选购 A，B 两种树各多少棵？此时最低费用为多少？
解析：（1）根据购树的总费用=买 A 种树的费用+买 B 种树的费用，化简后便可得出 y 与 x 的函数关系式；
（2）根据（1）得到的关系式，然后将所求的条件代入其中，然后判断出购买 A 种树的数量；
（3）先用 A 种树的成活的数量+B 种树的成活的数量≥树的总量×平均成活率来判断出 x 的取值，然后根据函数的性质判断出最佳的方案.
答案：　解：（1）y=80x+100（900﹣x）
=﹣20x+90000（0≤x≤900 且为整数）；

（2）由题意得：﹣20x+90000≤82000，
解得：x≥400，
又因为计划购买 A，B 两种风景树共 900 棵，
所以 x≤900，
即购 A 种树为：400≤x≤900 且为整数.

（3）92%x+98%（900﹣x）≥94%×900
92x+98×900﹣98x≥94×900
﹣6x≥﹣4×900
x≤600
∵y=﹣20x+90000 随 x 的增大而减小.
∴当 x=600 时，购树费用最低为 y=﹣20×600+90000=78000（元）.

当 $x=600$ 时，$900-x=300$，

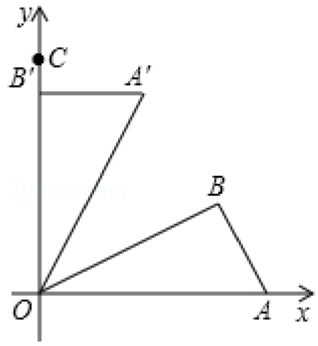
∴此时应购 A 种树 600 棵，B 种树 300 棵.

25.（10 分）如图，在△OAB 中，∠B=90°，∠BOA=30°，OA=4，将△OAB 绕点 O 按逆时针方向旋转至△OA′B′，C 点的坐标为（0，4）.

（1）求 A′ 点的坐标；

（2）求过 C，A′，A 三点的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的解析式；

（3）在（2）中的抛物线上是否存在点 P，使以 O，A，P 为顶点的三角形是等腰直角三角形？若存在，求出所有点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



解析：（1）由题意可知，∠A′OA 的度数和旋转角的度数相同，可过 A′ 作 x 轴的垂线，在构建的直角三角形中可根据 OA′ 的长和∠A′OA 的度数求出 A′ 的坐标；

（2）已知了 C，A′，A 三点的坐标，可用待定系数法求出抛物线的解析式；

（3）本题要分三种情况进行讨论：

①以 O 为直角顶点，OA=OP=4，而 OC=4，那么此时 C 点和 P 点重合，因此 P 点的坐标即为 C 点的坐标.

②以 A 为直角顶点，那么 P 点的坐标必为（4，4）或（4，－4）.可将这两个坐标代入抛物线的解析式中判定其是否在抛物线上即可.

③以 P 为直角顶点，那么 P 点在 OA 的垂直平分线上，且 P 点的坐标为（2，2）或（2，－2）然后按②的方法进行求解即可.

答案：解：（1）过点 A′ 作 A′D 垂直于 x 轴，垂足为 D，则四边形 OB′A′D 为矩形.

在△A′DO 中，$A'D=OA'\cdot\sin\angle A'OD=4\times\sin60^\circ=2\sqrt{3}$，

$OD=A'B'=AB=2$，

∴点 A′ 的坐标为 $(2, 2\sqrt{3})$；

（2）∵C（0，4）在抛物线上，

∴$c=4$，

∴$y=ax^2+bx+4$，

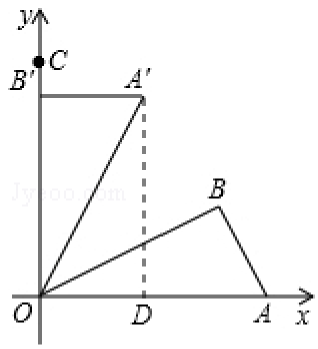
∵A（4，0），A′ $(2, 2\sqrt{3})$，在抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 上，

∴$\begin{cases}16a+4b+4=0\\4a+2b+4=2\sqrt{3}\end{cases}$，

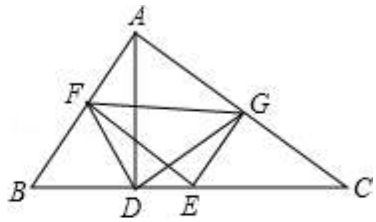
解之得 $\begin{cases}a=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\\b=2\sqrt{3}-3\end{cases}$，

∴所求解析式为 y=$\frac{1-\sqrt{3}}{2}x^2$+（$2\sqrt{3}$－3）x+4；

（3）①若以点 O 为直角顶点，由于 OC=OA=4，点 C 在抛物线上，则点 P（0，4）为满足条件的点.
②若以点 A 为直角顶点，则使△PAO 为等腰直角三角形的点 P 的坐标应为（4，4）或（4，－4），代入抛物线解析式中 知此两点不在抛物线上.
③若以点 P 为直角顶点，则使△PAO 为等腰直角三角形的点 P 的坐标应为（2，2）或（2，－2），代入抛物线解析式中 知此两点不在抛物线上.
综上述在抛物线上只有一点 P（0，4）使△OAP 为等腰直角三角形.



26.（12 分）如图，在△ABC 中，∠BAC=90°，AD 是 BC 边上的高，E 是 BC 边上的一个动点（不与 B，C 重合），EF⊥AB，EG⊥AC，垂足分别为 F，G.
（1）求证：$\frac{EG}{AD}=\frac{CG}{CD}$；
（2）FD 与 DG 是否垂直？若垂直，请给出证明；若不垂直，请说明理由；
（3）当 AB=AC 时，△FDG 为等腰直角三角形吗？并说明理由.



解析：（1）由比例线段可知，我们需要证明△ADC∽△EGC，由两个角对应相等即可证得；
（2）由矩形的判定定理可知，四边形 AFEG 为矩形，根据矩形的性质及相似三角形的判定可得到△AFD∽△CGD，从而不难得到结论；
（3）是，利用相似三角形的性质即可求得.
答案：（1）证明：在△ADC 和△EGC 中，
∵∠ADC=∠EGC，∠C=∠C，
∴△ADC∽△EGC.
∴$\frac{EG}{AD}=\frac{CG}{CD}$.（3 分）

（2）解：FD 与 DG 垂直.（4 分）

证明如下：
在四边形 AFEG 中，
∵∠FAG=∠AFE=∠AGE=90°，
∴四边形 AFEG 为矩形.
∴AF=EG.
∵$\frac{EG}{AD}=\frac{CG}{CD}$,
∴$\frac{AF}{AD}=\frac{CG}{CD}$.（6 分）
又∵△ABC 为直角三角形，AD⊥BC，
∴∠FAD=∠C=90°﹣∠DAC，
∴△AFD∽△CGD.
∴∠ADF=∠CDG.（8 分）
∵∠CDG+∠ADG=90°，
∴∠ADF+∠ADG=90°.
即∠FDG=90°.
∴FD⊥DG.（10 分）

（3）解：当 AB=AC 时，△FDG 为等腰直角三角形，理由如下：
∵AB=AC，∠BAC=90°，
∴AD=DC.
∵△AFD∽△CGD，
∴$\frac{FD}{GD}=\frac{AD}{DC}=1$.
∴FD=DG.
∵∠FDG=90°，
∴△FDG 为等腰直角三角形.（12 分）