

2018 年湖北省天门市中考真题数学

一、选择题(本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 满分 30 分. 在下列各小题中, 均给出四个答案, 其中有且只有一个正确答案, 请将正确答案的字母代号在答题卡上涂黑, 涂错或不涂均为零分.)

1. 8 的倒数是()

A. -8

B. 8

C. $-\frac{1}{8}$

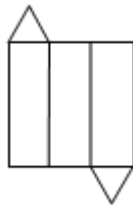
D. $\frac{1}{8}$

解析: 根据倒数的定义, 互为倒数的两数乘积为 1, 即可解答.

8 的倒数是 $\frac{1}{8}$.

答案: D

2. 如图是某个几何体的展开图, 该几何体是()



A. 三棱柱

B. 三棱锥

C. 圆柱

D. 圆锥

解析: 侧面为三个长方形, 底边为三角形, 故原几何体为三棱柱.

观察图形可知, 这个几何体是三棱柱.

答案: A

3. 2018 年 5 月 26 日至 29 日, 中国国际大数据产业博览会在贵州召开, “数化万物, 智在融合” 为年度主题. 此次大会成功签约项目 350 余亿元. 数 350 亿用科学记数法表示为()

A. 3.5×10^2

B. 3.5×10^{10}

C. 3.5×10^{11}

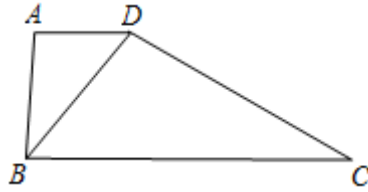
D. 35×10^{10}

解析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

数 350 亿用科学记数法表示为 3.5×10^{10} .

答案：B

4. 如图， $AD \parallel BC$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $\angle ADB : \angle BDC = 1 : 2$ ，则 $\angle DBC$ 的度数是（ ）



A. 30°

B. 36°

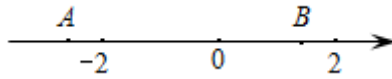
C. 45°

D. 50°

解析： $\because AD \parallel BC$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADC = 150^\circ$ ， $\angle ADB = \angle BDC$ ，
 $\because \angle ADB : \angle BDC = 1 : 2$ ，
 $\therefore \angle ADB = \frac{1}{3} \times 150^\circ = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle DBC$ 的度数是 50° 。

答案：D

5. 点A，B在数轴上的位置如图所示，其对应的实数分别是a，b，下列结论错误的是（ ）



A. $|b| < 2 < |a|$

B. $1 - 2a > 1 - 2b$

C. $-a < b < 2$

D. $a < -2 < -b$

解析：根据图示可以得到a、b的取值范围，结合绝对值的含义推知 $|b|$ 、 $|a|$ 的数量关系。

A、如图所示， $|b| < 2 < |a|$ ，故本选项不符合题意；

B、如图所示， $a < b$ ，则 $2a < 2b$ ，由不等式的性质知 $1 - 2a > 1 - 2b$ ，故本选项不符合题意；

C、如图所示， $a < -2 < b < 2$ ，则 $-a > 2 > b$ ，故本选项符合题意；

D、如图所示， $a < -2 < b < 2$ 且 $|a| > 2$ ， $|b| < 2$ 。则 $a < -2 < -b$ ，故本选项不符合题意。

答案：C

6. 下列说法正确的是（ ）

A. 了解某班学生的身高情况，适宜采用抽样调查

B. 数据3，5，4，1，1的中位数是4

C. 数据5，3，5，4，1，1的众数是1和5

D. 甲、乙两人射中环数的方差分别为 $s_{甲}^2 = 2$ ， $s_{乙}^2 = 3$ ，说明乙的射击成绩比甲稳定

解析：直接利用方差的意义以及中位数的定义和众数的定义分别分析得出答案。

A、了解某班学生的身高情况，适宜采用全面调查，故此选项错误；

B、数据3，5，4，1，1的中位数是：3，故此选项错误；

C、数据 5, 3, 5, 4, 1, 1 的众数是 1 和 5, 正确;

D、甲、乙两人射中环数的方差分别为 $s_{甲}^2=2$, $s_{乙}^2=3$, 说明甲的射击成绩比乙稳定.

答案: C

7. 一个圆锥的侧面积是底面积的 2 倍, 则该圆锥侧面展开图的圆心角的度数是()

A. 120°

B. 180°

C. 240°

D. 300°

解析: 设母线长为 R , 底面半径为 r ,

\therefore 底面周长 $=2\pi r$, 底面面积 $=\pi r^2$, 侧面面积 $=\pi rR$,

\therefore 侧面积是底面积的 2 倍,

$\therefore 2\pi r^2 = \pi rR$,

$\therefore R = 2r$,

设圆心角为 n ,

则 $\frac{n\pi R}{180} = 2\pi r = \pi R$,

解得, $n = 180^\circ$.

答案: B

8. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 6 - 3(x + 1) < x - 9 \\ x - m > -1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$, 则 m 的取值范围是()

A. $m > 4$

B. $m \geq 4$

C. $m < 4$

D. $m \leq 4$

解析: 先求出每个不等式的解集, 再根据不等式组的解集和已知得出关于 m 的不等式, 再求出解集即可.

$$\begin{cases} 6 - 3(x + 1) < x - 9 \text{ ①} \\ x - m > -1 \text{ ②} \end{cases},$$

\therefore 解不等式①得: $x > 3$,

解不等式②得: $x > m - 1$,

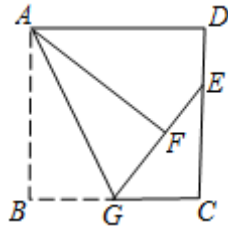
又 \therefore 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 6 - 3(x + 1) < x - 9 \\ x - m > -1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$,

$\therefore m - 1 \leq 3$,

解得: $m \leq 4$.

答案: D

9. 如图, 正方形 ABCD 中, $AB = 6$, G 是 BC 的中点. 将 $\triangle ABG$ 沿 AG 对折至 $\triangle AFG$, 延长 GF 交 DC 于点 E , 则 DE 的长是()



- A. 1
- B. 1.5
- C. 2
- D. 2.5

解析：根据翻折变换的性质和正方形的性质可知 $AB=AD=AF$ ， $\angle D=\angle AFE=90^\circ$ ，
在 $Rt\triangle ABG$ 和 $Rt\triangle AFG$ 中，

$$\begin{cases} AE = AE \\ AF = AD \end{cases},$$

$\therefore Rt\triangle AFE \cong Rt\triangle ADE$,

$\therefore EF=DE$,

设 $DE=FE=x$ ，则 $EC=6-x$ 。

$\because G$ 为 BC 中点， $BC=6$ ，

$\therefore CG=3$ ，

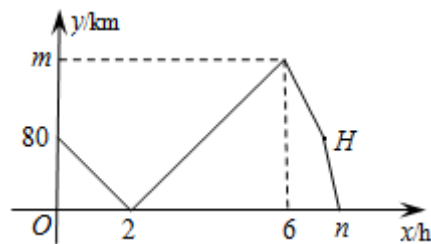
在 $Rt\triangle ECG$ 中，根据勾股定理，得： $(6-x)^2+9=(x+3)^2$ ，

解得 $x=2$ 。

则 $DE=2$ 。

答案：C

10. 甲、乙两车从 A 地出发，匀速驶向 B 地. 甲车以 80km/h 的速度行驶 1h 后，乙车才沿相同路线行驶. 乙车先到达 B 地并停留 1h 后，再以原速按原路返回，直至与甲车相遇. 在此过程中，两车之间的距离 $y(\text{km})$ 与乙车行驶时间 $x(\text{h})$ 之间的函数关系如图所示. 下列说法：①乙车的速度是 120km/h ；② $m=160$ ；③点 H 的坐标是 $(7, 80)$ ；④ $n=7.5$. 其中说法正确的是 ()



- A. ①②③
- B. ①②④
- C. ①③④
- D. ①②③④

解析：由图象可知，乙出发时，甲乙相距 80km ，2 小时后，乙车追上甲. 则说明乙每小时比甲快 40km ，则乙的速度为 120km/h . ①正确；

由图象第 2-6 小时，乙由相遇点到达 B，用时 4 小时，每小时比甲快 40km ，则此时甲乙距离 $4 \times 40=160\text{km}$ ，则 $m=160$ ，②正确；

当乙在 B 休息 1h 时，甲前进 80km，则 H 点坐标为 (7, 80)，③正确；

乙返回时，甲乙相距 80km，到两车相遇用时 $80 \div (120+80)=0.4$ 小时，则 $n=6+1+0.4=7.4$ ，④错误。

答案：A

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分. 请将结果直接填写在答题卡对应的横线上.)

11. 在 “Wish you success” 中，任选一个字母，这个字母为 “s” 的概率为_____.

解析：根据概率公式进行计算即可.

任选一个字母，这个字母为 “s” 的概率为： $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$.

答案： $\frac{2}{7}$

12. 计算： $\frac{3}{\sqrt{3}} + |\sqrt{3} - 2| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____.

解析：根据二次根式的除法法则、绝对值的化简、负整数指数幂的运算法则计算即可.

原式 = $\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2 = 0$.

答案：0

13. 若一个多边形的每个外角都等于 30° ，则这个多边形的边数为_____.

解析：根据已知和多边形的外角和求出边数即可.

∵ 一个多边形的每个外角都等于 30° ，

又∵ 多边形的外角和等于 360° ，

∴ 多边形的边数是 $\frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$.

答案：12

14. 某公司积极开展 “爱心扶贫” 的公益活动，现准备将 6000 件生活物资发往 A, B 两个贫困地区，其中发往 A 区的物资比 B 区的物资的 1.5 倍少 1000 件，则发往 A 区的生活物资为件.

解析：设发往 B 区的生活物资为 x 件，则发往 A 区的生活物资为 $(1.5x-1000)$ 件，

根据发往 A、B 两区的物资共 6000 件，即可得出关于 x 的一元一次方程： $x+1.5x-1000=6000$ ，

解得： $x=2800$ ，

∴ $1.5x-1000=3200$.

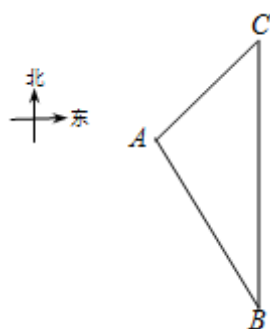
答：发往 A 区的生活物资为 3200 件.

答案：3200

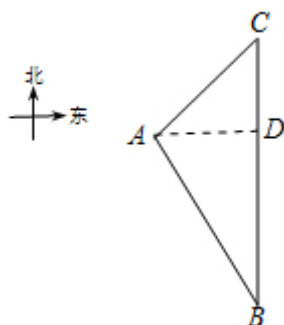
15. 我国海域辽阔，渔业资源丰富. 如图，现有渔船 B 在海岛 A, C 附近捕鱼作业，已知海岛 C 位于海岛 A 的北偏东 45° 方向上. 在渔船 B 上测得海岛 A 位于渔船 B 的北偏西 30° 的方向

上，此时海岛 C 恰好位于渔船 B 的正北方向 $18(1+\sqrt{3})$ n mile 处，则海岛 A, C 之间的距离

为_____nmile.



解析：作 $AD \perp BC$ 于 D ,



设 $AC=x$ 海里,

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $AD=AC \times \sin \angle ACD = \frac{\sqrt{2}}{2}x$,

则 $CD = \frac{\sqrt{2}}{2}x$,

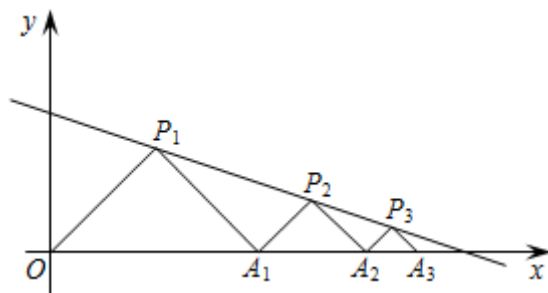
在 $Rt\triangle ABD$ 中, $BD = \frac{AD}{\tan \angle ABD} = \frac{\sqrt{6}}{2}x$,

则 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{6}}{2}x \right) = 18(1 + \sqrt{3})$, 解得, $x = 18\sqrt{2}$,

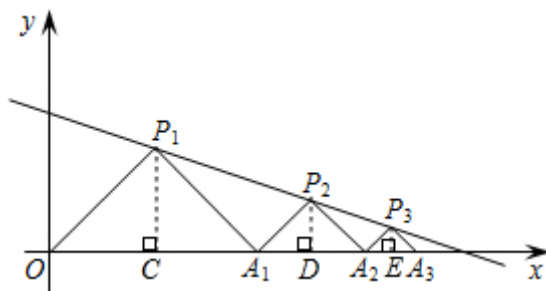
答: A, C 之间的距离为 $18\sqrt{2}$ 海里.

答案: $18\sqrt{2}$

16. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle P_1OA_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3$, \dots 都是等腰直角三角形, 其直角顶点 $P_1(3, 3)$, P_2, P_3, \dots 均在直线 $y = -\frac{1}{3}x + 4$ 上. 设 $\triangle P_1OA_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3, \dots$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3, \dots , 依据图形所反映的规律, $S_{2018} =$ _____.



解析：如图，分别过点 P_1 、 P_2 、 P_3 作 x 轴的垂线段，垂足分别为点 C 、 D 、 E ，



$\because P_1(3, 3)$ ，且 $\triangle P_1OA_1$ 是等腰直角三角形，

$\therefore OC=CA_1=P_1C=3$ ，

设 $A_1D=a$ ，则 $P_2D=a$ ，

$\therefore OD=6+a$ ，

\therefore 点 P_2 坐标为 $(6+a, a)$ ，

将点 P_2 坐标代入 $y=-\frac{1}{3}x+4$ ，得： $-\frac{1}{3}(6+a)+4=a$ ，

解得： $a=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore A_1A_2=2a=3$ ， $P_2D=\frac{3}{2}$ ，

同理求得 $P_3E=\frac{3}{4}$ ， $A_2A_3=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$ ， $S_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ ， $S_3 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ ，……

$\therefore S_{2018} = \frac{9}{4^{2017}}$ 。

答案： $\frac{9}{4^{2017}}$

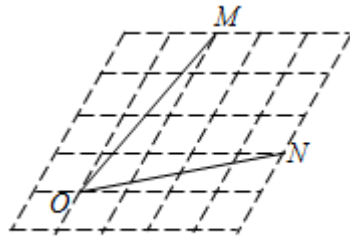
三、解答题(本大题共 9 个小题，满分 72 分.)

17. 化简： $\frac{4a+4b}{5ab} \square \frac{15a^2b}{a^2-b^2}$ 。

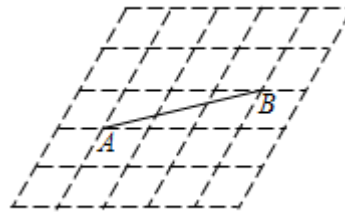
解析：先将分子、分母因式分解，再约分即可得。

答案：原式 = $\frac{4(a+b)}{5ab} \cdot \frac{15a^2b}{(a+b)(a-b)} = \frac{12a}{a-b}$.

18. 图①、图②都是由边长为 1 的小菱形构成的网格，每个小菱形的顶点称为格点. 点 O, M, N, A, B 均在格点上，请仅用无刻度直尺在网格中完成下列画图.



图①



图②

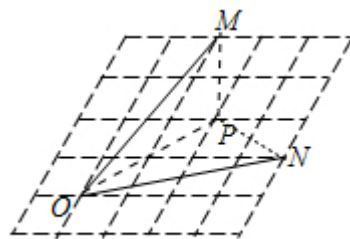
- (1) 在图①中，画出 $\angle MON$ 的平分线 OP.
 (2) 在图②中，画一个 $Rt\triangle ABC$ ，使点 C 在格点上.

解析：(1) 构造全等三角形，利用全等三角形的性质即可解决问题.

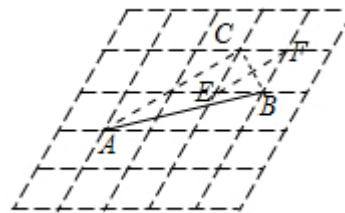
(2) 利用菱形以及平行线的性质即可解决问题；

答案：(1) 如图所示，射线 OP 即为所求.

(2) 如图所示，点 C 即为所求.



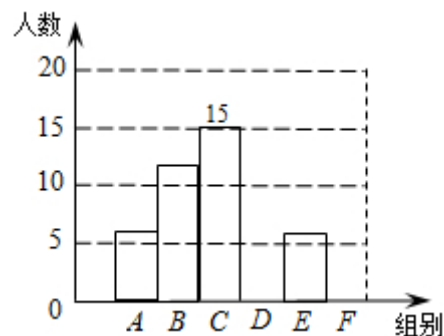
图①



图②

19. 在 2018 年“新技术支持未来教育”的教师培训活动中，会议就“面向未来的学校教育、家庭教育及实践应用演示”等问题进行了互动交流，记者随机采访了部分参会教师，对他们发言的次数进行了统计，并绘制了不完整的统计表和条形统计图.

组别	发言次数n	百分比
A	$0 \leq n < 3$	10%
B	$3 \leq n < 6$	20%
C	$6 \leq n < 9$	25%
D	$9 \leq n < 12$	30%
E	$12 \leq n < 15$	10%
F	$15 \leq n < 18$	m%



请你根据所给的相关信息，解答下列问题：

(1) 本次共随机采访了_____名教师， $m=_____$ 。

解析：(1) 根据：某组的百分比 = $\frac{\text{该组人数}}{\text{总人数}} \times 100\%$ ，所有百分比的和为 1，计算即可。

由条形图知，C 组共有 15 名，占 25%，
所以本次共随机采访了 $15 \div 25\% = 60$ (名)，
 $m = 100 - 10 - 20 - 25 - 30 - 10 = 5$ 。

答案：(1) 60，5

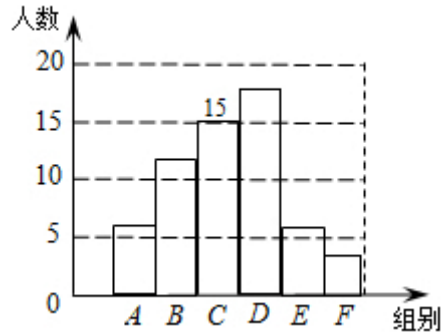
(2) 补全条形统计图。

解析：(2) 先计算出 D、F 组的人数，再补全条形统计图。

答案：(2) D 组教师有： $60 \times 30\% = 18$ (名)，

F 组教师有： $60 \times 5\% = 3$ (名)。

补充条形统计图：



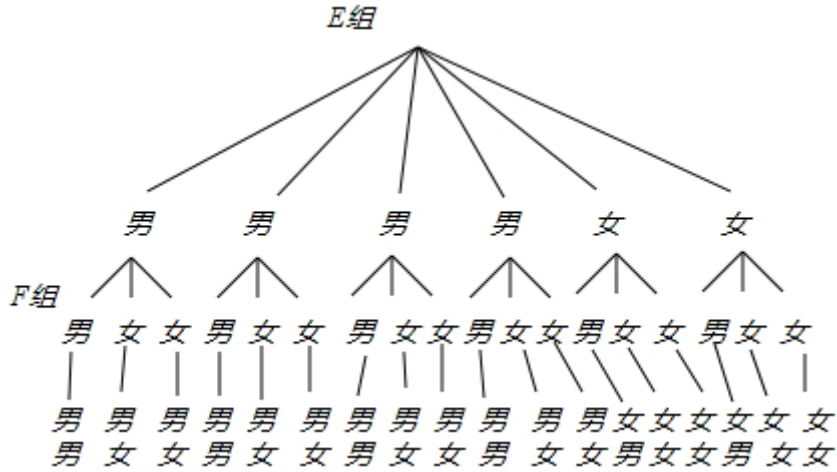
(3) 已知受访的教师中，E 组只有 2 名女教师，F 组恰有 1 名男教师，现要从 E 组、F 组中分别选派 1 名教师写总结报告，请用列表法或画树状图的方法，求所选派的两名教师恰好是 1 男 1 女的概率。

解析：(3) 列出树形图，根据总的情况和一男一女的情况计算概率。

答案：(3) E 组共有 6 名教师，4 男 2 女，

F 组有三名教师，1 男 2 女

共有 18 种可能，



$$\therefore P(\text{一男一女}) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9},$$

答：所选派的两名教师恰好是 1 男 1 女的概率为 $\frac{5}{9}$ 。

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 2 = 0$ 。

(1) 若该方程有两个实数根，求 m 的最小整数值。

解析：(1) 利用判别式的意义得到 $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 - 2) \geq 0$ ，然后解不等式得到 m 的范围，再在此范围内找出最小整数值即可。

答案：(1) 根据题意得 $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 - 2) \geq 0$ ，

$$\text{解得 } m \geq -\frac{9}{4},$$

所以 m 的最小整数值为 -2 。

(2) 若方程的两个实数根为 x_1, x_2 ，且 $(x_1 - x_2)^2 + m^2 = 21$ ，求 m 的值。

解析：(2) 利用根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = -(2m+1)$ ， $x_1 x_2 = m^2 - 2$ ，再利用 $(x_1 - x_2)^2 + m^2 = 21$ 得到 $(2m+1)^2 - 4(m^2 - 2) + m^2 = 21$ ，接着解关于 m 的方程，然后利用(1)中 m 的范围确定 m 的值。

答案：(2) 根据题意得 $x_1 + x_2 = -(2m+1)$ ， $x_1 x_2 = m^2 - 2$ ，

$$\because (x_1 - x_2)^2 + m^2 = 21,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + m^2 = 21,$$

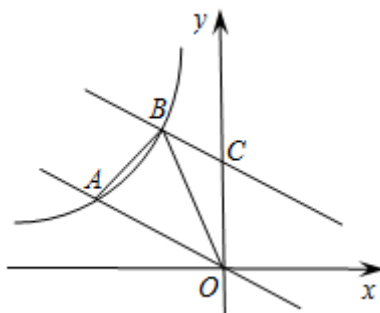
$$\therefore (2m+1)^2 - 4(m^2 - 2) + m^2 = 21,$$

整理得 $m^2 + 4m - 12 = 0$ ，解得 $m_1 = 2$ ， $m_2 = -6$ ，

$$\because m \geq -\frac{9}{4},$$

$\therefore m$ 的值为 2 。

21. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第二象限内的图象相交于点 $A(m, 1)$ 。



(1) 求反比例函数的解析式.

解析: (1) 将 A 点坐标代入直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 中求出 m 的值, 确定出 A 的坐标, 将 A 的坐标代入反比例解析式中求出 k 的值, 即可确定出反比例函数的解析式.

答案: (1) \because 直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 过点 A(m, 1),

$$\therefore -\frac{1}{2}m=1, \text{ 解得 } m=-2,$$

$$\therefore A(-2, 1).$$

\because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象过点 A(-2, 1),

$$\therefore k=-2 \times 1=-2,$$

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{2}{x}$.

(2) 将直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移后与反比例函数图象在第二象限内交于点 B, 与 y 轴交于点 C,

且 $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 求直线 BC 的解析式.

解析: (2) 根据直线的平移规律设直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + b$, 由同底等高的两三角形

面积相等可得 $\triangle ACO$ 与 $\triangle ABO$ 面积相等, 根据 $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{3}{2}$ 列出方程 $\frac{1}{2}OC \cdot 2 = \frac{3}{2}$, 解

方程求出 $OC = \frac{3}{2}$, 即 $b = \frac{3}{2}$, 进而得出直线 BC 的解析式.

答案: (2) 设直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + b$,

\because 三角形 ACO 与三角形 ABO 面积相等, 且 $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{3}{2}$,

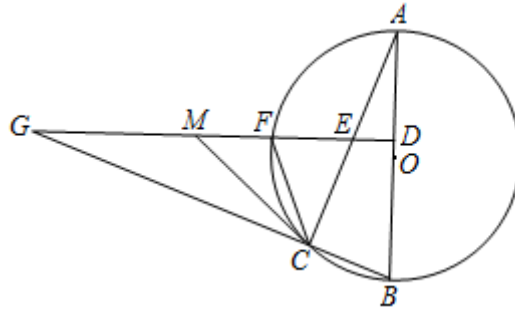
$$\therefore S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2}OC \cdot 2 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore OC = \frac{3}{2},$$

$$\therefore b = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{直线 BC 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

22. 如图，在 $\odot O$ 中，AB为直径，AC为弦. 过BC延长线上一点G，作 $GD \perp AO$ 于点D，交AC于点E，交 $\odot O$ 于点F，M是GE的中点，连接CF，CM.

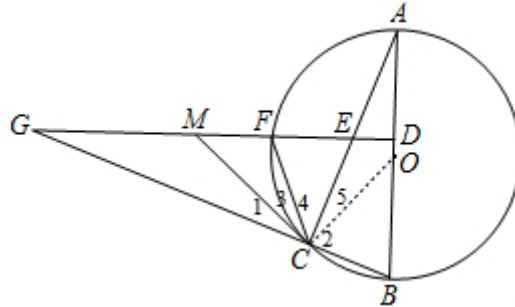


(1) 判断CM与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由.

解析：(1) 连接OC，如图，利用圆周角定理得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，再根据斜边上的中线性质的得 $MC = MG = ME$ ，所以 $\angle G = \angle 1$ ，接着证明 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，从而得到 $\angle OCM = 90^\circ$ ，然后根据直线与圆的位置关系的判断方法可判断CM为 $\odot O$ 的切线.

答案：(1) CM与 $\odot O$ 相切.

理由如下：连接OC，如图，



$\because GD \perp AO$ 于点 D,

$\therefore \angle G + \angle GBD = 90^\circ$,

$\because AB$ 为直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because M$ 点为 GE 的中点,

$\therefore MC = MG = ME$,

$\therefore \angle G = \angle 1$,

$\because OB = OC$,

$\therefore \angle B = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCM = 90^\circ$,

$\therefore OC \perp CM$,

$\therefore CM$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\angle ECF=2\angle A$, $CM=6$, $CF=4$, 求 MF 的长.

解析: (2) 先证明 $\angle G=\angle A$, 再证明 $\angle EMC=\angle 4$, 则可判定 $\triangle EFC\sim\triangle ECM$, 利用相似比先计算出 CE , 再计算出 EF , 然后计算 $ME-EF$ 即可.

答案: (2) $\because \angle 1+\angle 3+\angle 4=90^\circ$, $\angle 5+\angle 3+\angle 4=90^\circ$,

$$\therefore \angle 1=\angle 5,$$

而 $\angle 1=\angle G$, $\angle 5=\angle A$,

$$\therefore \angle G=\angle A,$$

$$\because \angle 4=2\angle A,$$

$$\therefore \angle 4=2\angle G,$$

而 $\angle EMC=\angle G+\angle 1=2\angle G$,

$$\therefore \angle EMC=\angle 4,$$

而 $\angle FEC=\angle CEM$,

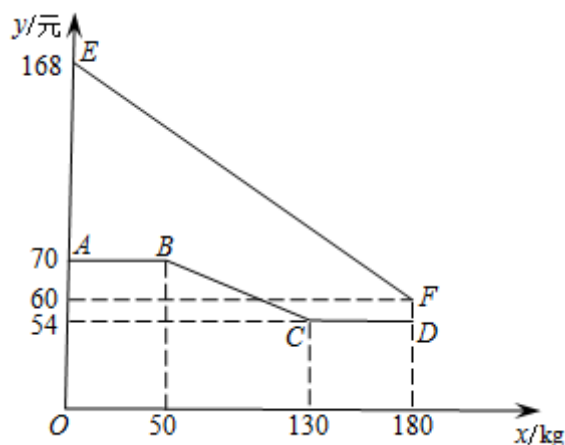
$$\therefore \triangle EFC\sim\triangle ECM,$$

$$\therefore \frac{EF}{CE} = \frac{CE}{ME} = \frac{CF}{CM}, \text{ 即 } \frac{EF}{CE} = \frac{CE}{6} = \frac{4}{6},$$

$$\therefore CE=4, EF=\frac{8}{3},$$

$$\therefore MF = ME - EF = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}.$$

23. 绿色生态农场生产并销售某种有机产品, 假设生产出的产品能全部售出. 如图, 线段 EF 、折线 $ABCD$ 分别表示该有机产品每千克的销售价 y_1 (元)、生产成本 y_2 (元) 与产量 x (kg) 之间的函数关系.



(1) 求该产品销售价 y_1 (元) 与产量 x (kg) 之间的函数关系式.

解析: (1) 根据线段 EF 经过的两点的坐标利用待定系数法确定一次函数的表达式即可.

答案: (1) 设 y_1 与 x 之间的函数关系式为 $y_1=kx+b$,

\because 经过点 $(0, 168)$ 与 $(180, 60)$,

$$\therefore \begin{cases} b = 168 \\ 180k + b = 60 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{3}{5}, \\ b = 168 \end{cases}$$

∴ 产品销售价 y_1 (元) 与产量 x (kg) 之间的函数关系式为 $y_1 = -\frac{3}{5}x + 168$ ($0 \leq x \leq 180$).

(2) 直接写出生产成本 y_2 (元) 与产量 x (kg) 之间的函数关系式.

解析: (2) 显然, 当 $0 \leq x \leq 50$ 时, $y_2=70$; 当 $130 \leq x \leq 180$ 时, $y_2=54$; 当 $50 < x < 130$ 时, 设 y_2 与 x 之间的函数关系式为 $y_2=mx+n$, 利用待定系数法确定一次函数的表达式即可.

答案: (2) 由题意, 可得当 $0 \leq x \leq 50$ 时, $y_2=70$,

当 $130 \leq x \leq 180$ 时, $y_2=54$,

当 $50 < x < 130$ 时, 设 y_2 与 x 之间的函数关系式为 $y_2=mx+n$,

∴ 直线 $y_2=mx+n$ 经过点 (50, 70) 与 (130, 54),

$$\therefore \begin{cases} 50m + n = 70 \\ 130m + n = 54 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = -\frac{1}{5} \\ n = 80 \end{cases}$$

∴ 当 $50 < x < 130$ 时, $y_2 = -\frac{1}{5}x + 80$.

综上所述, 生产成本 y_2 (元) 与产量 x (kg) 之间的函数关系式为

$$y_2 = \begin{cases} 70 & (0 \leq x \leq 50) \\ -\frac{1}{5}x + 80 & (50 < x < 130) \\ 54 & (130 \leq x \leq 180) \end{cases}$$

(3) 当产量为多少时, 这种产品获得的利润最大? 最大利润为多少?

解析: (3) 利用: 总利润=每千克利润 \times 产量, 根据 x 的取值范围列出有关 x 的二次函数, 求得最值比较可得.

答案: (3) 设产量为 x kg 时, 获得的利润为 W 元,

$$\textcircled{1} \text{ 当 } 0 \leq x \leq 50 \text{ 时, } W = x \left[-\frac{3}{5}x + 168 - 70 \right] = -\frac{3}{5} \left(x - \frac{245}{3} \right)^2 + \frac{12005}{3},$$

∴ 当 $x=50$ 时, W 的值最大, 最大值为 3400;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } 50 < x < 130 \text{ 时, } W = x \left[\left(-\frac{3}{5}x + 168 \right) - \left(-\frac{1}{5}x + 80 \right) \right] = -\frac{2}{5}(x - 110)^2 + 4840,$$

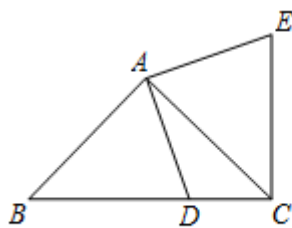
∴ 当 $x=110$ 时, W 的值最大, 最大值为 4840;

$$\textcircled{3} \text{ 当 } 130 \leq x \leq 180 \text{ 时, } W = x \left[-\frac{3}{5}x + 168 - 54 \right] = -\frac{3}{5}(x - 95)^2 + 5415,$$

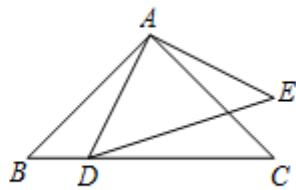
∴ 当 $x=130$ 时, W 的值最大, 最大值为 4680.

因此当该产品产量为 110kg 时, 获得的利润最大, 最大值为 4840 元.

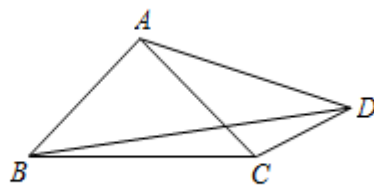
24. 回答下列问题.



图①



图②



图③

问题：如图①，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， D 为 BC 边上一点（不与点 B ， C 重合），将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 AE ，连接 EC ，则线段 BC ， DC ， EC 之间满足的等量关系式为_____。

解析：等量关系式为 $BC=DC+EC$ 。证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，根据全等三角形的性质解答。

答案： $BC=DC+EC$ ，

理由如下： $\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ ，即 $\angle BAD = \angle CAE$ ，

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，

$\therefore BD = CE$ ，

$\therefore BC = BD + CD = EC + CD$ 。

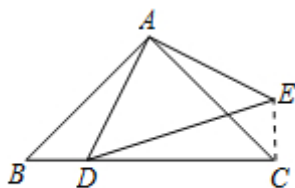
故答案为： $BC=DC+EC$ 。

探索：如图②，在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle ADE$ 中， $AB=AC$ ， $AD=AE$ ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转，使点 D 落在 BC 边上，试探索线段 AD ， BD ， CD 之间满足的等量关系，并证明你的结论。

解析：关系式为 $BD^2 + CD^2 = 2AD^2$ 。连接 CE ，根据全等三角形的性质得到 $BD=CE$ ， $\angle ACE = \angle B$ ，得到 $\angle DCE = 90^\circ$ ，根据勾股定理计算即可。

答案： $BD^2 + CD^2 = 2AD^2$ 。

理由如下：连接 CE ，



图②

由(1)得， $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，

$\therefore BD = CE$ ， $\angle ACE = \angle B$ ，

$\therefore \angle DCE = 90^\circ$ ，

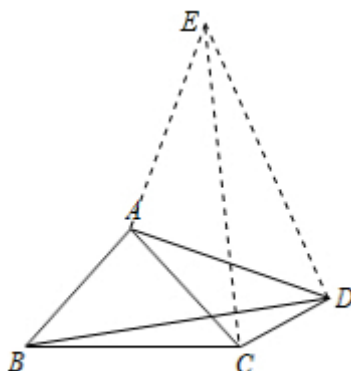
$\therefore CE^2 + CD^2 = ED^2$ ，

在 $Rt\triangle ADE$ 中， $AD^2 + AE^2 = ED^2$ ，又 $AD = AE$ ，

$\therefore BD^2 + CD^2 = 2AD^2$ 。

应用：如图③，在四边形 ABCD 中， $\angle ABC = \angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$. 若 $BD = 9$ ， $CD = 3$ ，求 AD 的长.
 解析：作 $AE \perp AD$ ，使 $AE = AD$ ，连接 CE，DE，证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，得到 $BD = CE = 9$ ，根据勾股定理计算即可.

答案：作 $AE \perp AD$ ，使 $AE = AD$ ，连接 CE，DE，



图③

$\because \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$,

即 $\angle BAD = \angle CAE$ ，

在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS)，

$\therefore BD = CE = 9$ ，

$\because \angle ADC = 45^\circ$ ， $\angle EDA = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle EDC = 90^\circ$ ，

$$\therefore DE = \sqrt{CE^2 - CD^2} = 6\sqrt{2}，$$

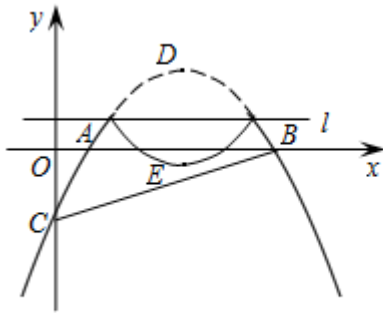
$\because \angle DAE = 90^\circ$ ，

$$\therefore AD = AE = \frac{\sqrt{2}}{2} DE = 6.$$

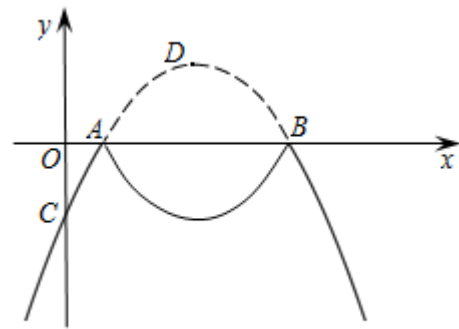
25. 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1$ 与 x 轴交于点 A，B (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C，

其顶点为 D. 将抛物线位于直线 $l: y = t$ ($t < \frac{25}{24}$) 上方的部分沿直线 l 向下翻折，抛物线剩余

部分与翻折后所得图形组成一个“M”形的新图象.



图①



图②

(1) 点 A, B, D 的坐标分别为_____, _____, _____.

解析: (1) 利用二次函数图象上点的坐标特征可求出点 A、B 的坐标, 再利用配方法即可找出抛物线的顶点 D 的坐标.

答案: (1) 当 $y=0$ 时, 有 $-\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1 = 0$,

解得: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 3$,

\therefore 点 A 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$, 点 B 的坐标为 $(3, 0)$.

$\therefore y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1 = -\frac{2}{3}\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) - 1 = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{25}{24}$,

\therefore 点 D 的坐标为 $(\frac{7}{4}, \frac{25}{24})$.

故答案为: $(\frac{1}{2}, 0)$; $(3, 0)$; $(\frac{7}{4}, \frac{25}{24})$.

(2) 如图①, 抛物线翻折后, 点 D 落在点 E 处. 当点 E 在 $\triangle ABC$ 内(含边界)时, 求 t 的取值范围.

解析: (2) 由点 D 的坐标结合对称找出点 E 的坐标, 根据点 B、C 的坐标利用待定系数法可求出直线 BC 的解析式, 再利用一次函数图象上点的坐标特征即可得出关于 t 的一元一次不等式组, 解之即可得出 t 的取值范围.

答案: (2) \because 点 E、点 D 关于直线 $y=t$ 对称,

\therefore 点 E 的坐标为 $(\frac{7}{4}, 2t - \frac{25}{24})$.

当 $x=0$ 时, $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1 = -1$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(0, -1)$.

设线段 BC 所在直线的解析式为 $y=kx+b$,

将 $B(3, 0)$ 、 $C(0, -1)$ 代入 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = -1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ b = -1 \end{cases}$$

∴ 线段 BC 所在直线的解析式为 $y = \frac{1}{3}x - 1$.

∴ 点 E 在 $\triangle ABC$ 内(含边界),

$$\therefore \begin{cases} 2t - \frac{25}{24} \leq 0 \\ 2t - \frac{25}{24} \geq \frac{1}{3} \times \frac{7}{4} - 1 \end{cases},$$

解得: $\frac{5}{16} \leq t \leq \frac{25}{48}$.

(3) 如图②, 当 $t=0$ 时, 若 Q 是“M”形新图象上一动点, 是否存在以 CQ 为直径的圆与 x 轴相切于点 P? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解析: (3) 假设存在, 设点 P 的坐标为 $(\frac{1}{2}m, 0)$, 则点 Q 的横坐标为 m, 分 $m < \frac{1}{2}$ 或 $m > 3$ 及

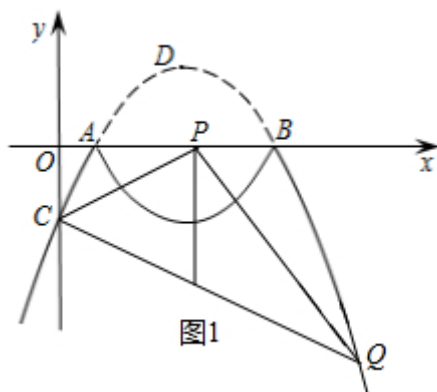
$\frac{1}{2} \leq m \leq 3$ 两种情况, 利用勾股定理找出关于 m 的一元二次方程, 解之即可得出 m 的值, 进而可找出点 P 的坐标, 此题得解.

答案: (3) 当 $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > 3$ 时, $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1$;

当 $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ 时, $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - 1$.

假设存在, 设点 P 的坐标为 $(\frac{1}{2}m, 0)$, 则点 Q 的横坐标为 m.

① 当 $m < \frac{1}{2}$ 或 $m > 3$ 时, 点 Q 的坐标为 $(m, -\frac{2}{3}m^2 + \frac{7}{3}m - 1)$ (如图 1),



∴ 以 CQ 为直径的圆与 x 轴相切于点 P,

∴ $CP \perp PQ$,

$$\therefore CQ^2 = CP^2 + PQ^2, \text{ 即 } m^2 + \left(-\frac{2}{3}m^2 + \frac{7}{3}m\right)^2 = \frac{1}{4}m^2 + 1 + \frac{1}{4}m^2 + \left(-\frac{2}{3}m^2 + \frac{7}{3}m - 1\right)^2,$$

整理, 得: $m_1 = \frac{14 - 2\sqrt{34}}{5}, m_2 = \frac{14 + 2\sqrt{34}}{5}$,

∴点 P 的坐标为 $(\frac{7-\sqrt{34}}{5}, 0)$ 或 $(\frac{7+\sqrt{34}}{5}, 0)$;

②当 $\frac{1}{2} \leq m \leq 3$ 时, 点 Q 的坐标为 $(m, \frac{2}{3}m^2 - \frac{7}{3}m + 1)$ (如图 2),

∴以 CQ 为直径的圆与 x 轴相切于点 P,

∴CP ⊥ PQ,

$$\therefore CQ^2 = CP^2 + PQ^2, \text{ 即 } m^2 + \left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{7}{3}m + 1\right)^2 = \frac{1}{4}m^2 + 1 + \frac{1}{4}m^2 + \left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{7}{3}m + 1\right)^2,$$

整理, 得: $11m^2 - 28m + 12 = 0$,

解得: $m_3 = \frac{6}{11}$, $m_4 = 2$,

∴点 P 的坐标为 $(\frac{3}{11}, 0)$ 或 $(1, 0)$.

综上所述: 存在以 CQ 为直径的圆与 x 轴相切于点 P, 点 P 的坐标为 $(\frac{7-\sqrt{34}}{5}, 0)$, $(\frac{3}{11},$

$0)$, $(1, 0)$ 或 $(\frac{7+\sqrt{34}}{5}, 0)$.