

2018 年天津市宁河县中考一模数学

一. 选择题(共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

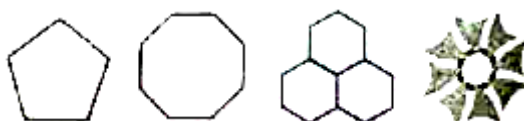
1. $2\sin 45^\circ$ 的值等于()

- A. 1
- B. $\sqrt{2}$
- C. $\sqrt{3}$
- D. 2

解析: $2\sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

答案: B

2. 下列图案中, 可以看做是中心对称图形的有()



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析: 第一个图形不是中心对称图形;

第二个图形是中心对称图形;

第三个图形不是中心对称图形;

第四个图形不是中心对称图形.

综上所述, 可以看做是中心对称图形的有 2 个.

答案: B

3. 已知一个反比例函数的图象经过点 A(3, -4), 那么不在这个函数图象上的点是()

- A. (-3, -4)
- B. (-3, 4)
- C. (2, -6)
- D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -12\sqrt{2})$

解析: 设反比例函数的解析式为: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

\because 反比例函数的图象经过点 (3, -4),

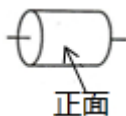
$\therefore k = 3 \times (-4) = -12$.




\therefore 只需把各点横纵坐标相乘, 结果为 -12 的点在函数图象上,

四个选项中只有 A 不符合.

答案: A

4. 如图是一个水平放置的圆柱形物体, 中间有一细棒, 则此几何体的俯视图是()

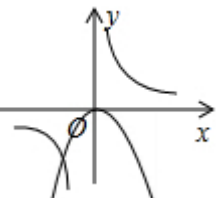
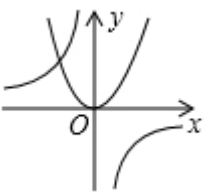
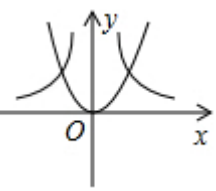
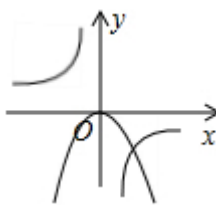


- B. 
- C. 
- D. 

解析：从上边看时，圆柱是一个矩形，中间的木棒是虚线.

答案：C

5. 函数 $y = \frac{a}{x}$ 与 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

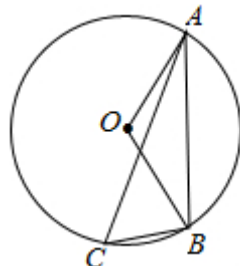
解析： $a > 0$ 时， $y = \frac{a}{x}$ 的函数图象位于第一三象限， $y = ax^2$ 的函数图象位于第一二象限且经过原点，

$a < 0$ 时， $y = \frac{a}{x}$ 的函数图象位于第二四象限， $y = ax^2$ 的函数图象位于第三四象限且经过原点，

纵观各选项，只有 D 选项图形符合.

答案：D

6. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，已知 $\angle ABO = 30^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的大小为 ()



- A. 60°
- B. 30°
- C. 45°
- D. 50°

解析：△AOB 中， $OA=OB$ ， $\angle ABO=30^\circ$ ；

$$\therefore \angle AOB=180^\circ - 2\angle ABO=120^\circ；$$

$$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=60^\circ。$$

答案：A

7. 已知圆的半径为 R，这个圆的内接正六边形的面积为()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$
- B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$
- C. $6R^2$
- D. $1.5R^2$

解析：设 O 是正六边形的中心，AB 是正六边形的一边，OC 是边心距，

$\angle AOB=60^\circ$ ， $OA=OB=R$ ，

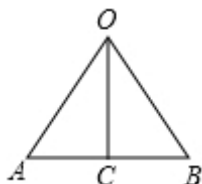
则△OAB 是正三角形，

$$\therefore OC=OA \cdot \sin \angle A=\frac{\sqrt{3}}{2}R，$$

$$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}AB \cdot OC=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2，$$

$$\therefore \text{正六边形的面积为 } 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}R^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}R^2。$$

答案：B



8. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是()

- A. $k > -1$
- B. $k < 1$
- C. $k > -1$ 且 $k \neq 0$
- D. $k < 1$ 且 $k \neq 0$

解析：∵关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1=0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore k \neq 0 \text{ 且 } \Delta > 0，\text{ 即 } (-2)^2 - 4 \times k \times (-1) > 0，$$

解得 $k > -1$ 且 $k \neq 0$ 。

答案：C

9. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为(-1, 2)，点 B 的坐标为(5, 4)，则线段 AB 的中点坐标为()

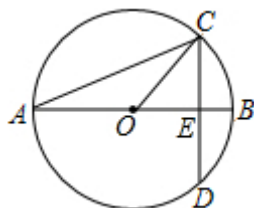
- A. (2, 3)
- B. (2, 2.5)
- C. (3, 3)
- D. (3, 2.5)

解析：∵点 A 的坐标为(-1, 2)，点 B 的坐标为(5, 4)，

∴线段 AB 的中点坐标为 $(\frac{-1+5}{2}, \frac{2+4}{2})$ ，即(2, 3).

答案：A

10. 如图，⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，垂足为 E，∠A=15°，半径为 2，则弦 CD 的长为()



- A. 2
- B. -1
- C. $\sqrt{2}$
- D. 4

解析：∵⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，

∴CE=DE，∠CEO=90°，

∵∠A=15°，

∴∠COE=30°，

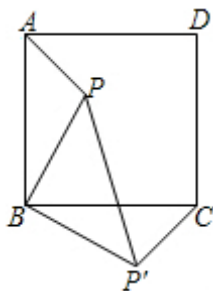
在 Rt△OCE 中，OC=2，∠COE=30°，

∴CE= $\frac{1}{2}$ OC=1，(直角三角形中，30 度角所对的直角边是斜边的一半)

∴CD=2CE=2.

答案：A

11. 如图，点 P 是正方形 ABCD 内一点，将△ABP 绕着 B 沿顺时针方向旋转到与△CBP' 重合，若 PB=3，则 PP' 的长为()



- A. $2\sqrt{2}$
- B. $3\sqrt{2}$
- C. 3
- D. 无法确定

解析：由旋转的性质，得

BP' =BP=3，∠PBP' =∠ABC=90° .

在 Rt△PBP' 中，由勾股定理，得

$$PP' = \sqrt{BP^2 + P'B^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} .$$

答案：B

12. 已知二次函数 $y = -(x - h)^2 + 1$ (为常数)，在自变量 x 的值满足 $1 \leq x \leq 3$ 的情况下，与其对应的函数值 y 的最大值为 -5，则 h 的值为()

- A. $3 - \sqrt{6}$ 或 $1 + \sqrt{6}$

B. $3 - \sqrt{6}$ 或 $3 + \sqrt{6}$

C. $3 + \sqrt{6}$ 或 $1 - \sqrt{6}$

D. $1 - \sqrt{6}$ 或 $1 + \sqrt{6}$

解析: \because 当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而减小,

\therefore ①若 $h < 1 \leq x \leq 3$, $x=1$ 时, y 取得最大值 -5 ,

可得: $-(1-h)^2+1 = -5$,

解得: $h=1 - \sqrt{6}$ 或 $h=1 + \sqrt{6}$ (舍);

②若 $1 \leq x \leq 3 < h$, 当 $x=3$ 时, y 取得最大值 -5 ,

可得: $-(3-h)^2+1 = -5$,

解得: $h=3 + \sqrt{6}$ 或 $h=3 - \sqrt{6}$ (舍).

综上, h 的值为 $1 - \sqrt{6}$ 或 $3 + \sqrt{6}$.

答案: C

二. 填空题(共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 抛物线 $y=5(x-4)^2+3$ 的顶点坐标是_____.

解析: $\because y=5(x-4)^2+3$ 是抛物线解析式的顶点式,

\therefore 顶点坐标为 $(4, 3)$.

答案: $(4, 3)$

14. 在反比例函数 $y = \frac{1+2m}{x}$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, 有 $y_1 < y_2$, 则 m 的取值范围是_____.

解析: \because 反比例函数 $y = \frac{1+2m}{x}$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, 有

$y_1 < y_2$,

$\therefore 1+2m > 0$,

故 m 的取值范围是: $m > -\frac{1}{2}$.

答案: $m > -\frac{1}{2}$

15. 如果圆锥的高为 3, 母线长为 5, 则圆锥的侧面积为_____.

解析: \because 圆锥的高为 3, 母线长为 5,

\therefore 由勾股定理得, 底面半径=4,

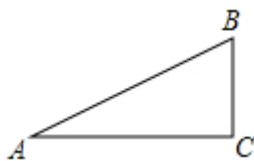
\therefore 底面周长= $2\pi \times 4=8\pi$,

\therefore 侧面展开图的面积= $\frac{1}{2} \times 8\pi \times 5=20\pi$.

答案: 20π

16. 小凡沿着坡角为 30° 的坡面向下走了 2 米, 那么他下降_____米.

解析: 如图,

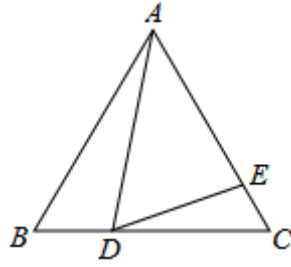


$\because AB=2, \angle C=90^\circ, \angle A=30^\circ$.

\therefore 他下降的高度 $BC=AB\sin 30^\circ =1$ (米).

答案: 1

17. 如图，在边长为9的正三角形ABC中，BD=3， $\angle ADE=60^\circ$ ，则AE的长为_____.



解析：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $\angle B=\angle C=60^\circ$ ， $AB=BC$ ；

∴ $CD=BC-BD=9-3=6$ ；

∴ $\angle BAD+\angle ADB=120^\circ$

∵ $\angle ADE=60^\circ$ ，

∴ $\angle ADB+\angle EDC=120^\circ$

∴ $\angle DAB=\angle EDC$ ，

又∵ $\angle B=\angle C=60^\circ$ ，

∴ $\triangle ABD\sim\triangle DCE$ ，

则 $\frac{AB}{BD} = \frac{DC}{CE}$ ，

即 $\frac{9}{3} = \frac{6}{CE}$ ，

解得： $CE=2$ ，

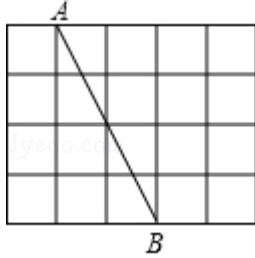
故 $AE=AC-CE=9-2=7$ 。

答案：7

18. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点A，B均在格点上。

(I) 线段AB的长为_____。

(II) 请利用网格，用无刻度的直尺在AB上作出点P，使 $AP=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ，并简要说明你的作图方法(不要求证明)_____。

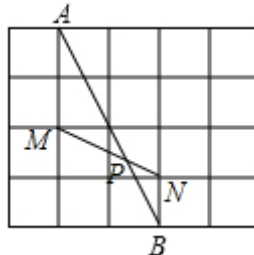


解析：(1) 由勾股定理得， $AB=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ；

(2) ∵ $AB=2\sqrt{5}$ ，

所以， $AP=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ 时 $AP:BP=2:1$ 。

点P如图所示。取格点M，N，连接MN交AB于P，则点P即为所求；



答案：取格点 M, N, 连接 MN 交 AB 于 P, 则点 P 即为所求

三. 解答题(共 7 小题, 满分 66 分)

19. 解下列方程:

(1) $x^2+10x+25=0$

(2) $x^2-x-1=0$.

解析: (1)根据配方法, 可得答案;

(2)根据配方法, 可得答案.

答案: (1)配方, 得

$$(x+5)^2=0,$$

开方, 得

$$x+5=0,$$

解得 $x=-5$,

$$x_1=x_2=-5;$$

(2)移项, 得

$$x^2-x=1,$$

配方, 得

$$x^2-x+\frac{1}{4}=\frac{5}{4},$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4},$$

开方, 得

$$x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

20. 在一个黑色的布口袋里装着白、红、黑三种颜色的小球, 它们除了颜色之外没有其它区别, 其中白球 2 只、红球 1 只、黑球 1 只. 袋中的球已经搅匀.

(1)随机地从袋中摸出 1 只球, 则摸出白球的概率是多少?

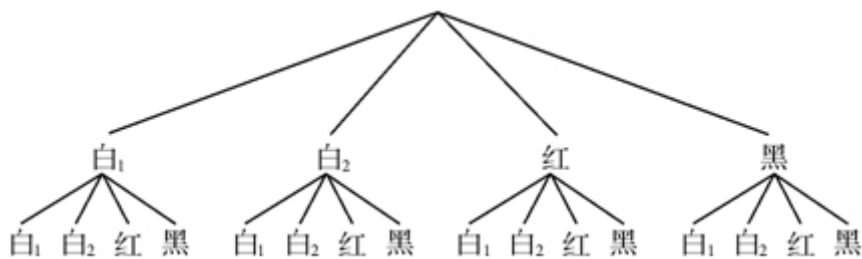
(2)随机地从袋中摸出 1 只球, 放回搅匀再摸出第二个球. 请你用画树状图或列表的方法表示所有等可能的结果, 并求两次都摸出白球的概率.

解析: (1)让白球的个数除以球的总数即可;

(2)2 次实验, 每次都是 4 种结果, 列举出所有情况即可.

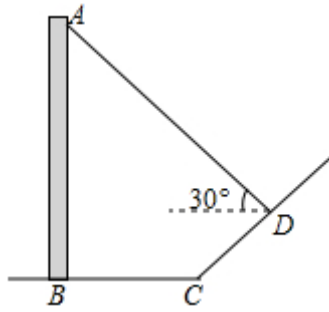
答案: (1)摸出白球的概率是 $\frac{1}{2}$ (或 0.5);

(2)列举所有等可能的结果, 画树状图:



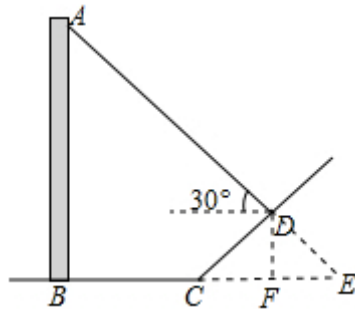
\therefore 两次都摸出白球的概率为 $P(\text{两白})=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.

21. 如图, 直立于地面上的电线杆 AB, 在阳光落在水平地面和坡面上的影子分别是 BC、CD, 测得 BC=6 米, CD=4 米, $\angle BCD=150^\circ$, 在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30° , 试求电线杆的高度(结果保留根号)



解析：延长 AD 交 BC 的延长线于 E，作 $DF \perp BE$ 于 F，根据直角三角形的性质和勾股定理求出 DF、CF 的长，根据正切的定义求出 EF，得到 BE 的长，根据正切的定义解答即可。

答案：延长 AD 交 BC 的延长线于 E，作 $DF \perp BE$ 于 F，



$$\because \angle BCD = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 30^\circ, \text{ 又 } CD = 4,$$

$$\therefore DF = 2, \quad CF = \sqrt{CD^2 - DF^2} = 2\sqrt{3},$$

由题意得 $\angle E = 30^\circ$,

$$\therefore EF = \frac{DF}{\tan E} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BE = BC + CF + EF = 6 + 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = BE \times \tan E = (6 + 4\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = (2\sqrt{3} + 4) \text{ 米},$$

答：电线杆的高度为 $(2\sqrt{3} + 4)$ 米。

22. 某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价，将该产品按拟定的价格进行试销，通过对 5 天的试销情况进行统计，得到如下数据：

单价(元/件)	30	34	38	40	42
销量(件)	40	32	24	20	16

(1) 通过对上面表格中的数据分析，发现销量 y (件) 与单价 x (元/件) 之间存在一次函数关系，求 y 关于 x 的函数关系式(不需要写出函数自变量的取值范围)；

(2) 预计在今后的销售中，销量与单价仍然存在(1)中的关系，且该产品的成本是 20 元/件。为使工厂获得最大利润，该产品的单价应定为多少？

(3) 在(2)的条件下，为保证产品在实际试销中销售量不得低于 30 件，且工厂获得得利润不得低于 400 元，请直接写出单价 x 的取值范围。

解析：(1) 设 $y = kx + b$ ，根据表中数据，利用待定系数法求解可得；

(2) 设工厂获得的利润为 w 元，根据：“总利润=每件利润×销售量”，列函数解析式并配方可得其最值情况；

(3) 根据销售量 ≥ 30 件、获得的利润 ≥ 400 元列不等式组，解不等式组可得。

答案：(1) 设 $y = kx + b$ ，

将 $x = 30, y = 40, x = 34, y = 32$ ，代入 $y = kx + b$ ，

得：
$$\begin{cases} 30k + b = 40 \\ 34k + b = 32 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 100 \end{cases},$$

∴ y 关于 x 的函数关系式为： $y = -2x + 100$;

(2) 设定价为 x 元时，工厂获得的利润为 w 元，

则 $w = (x - 20) \cdot y = -2x^2 + 140x - 2000 = -2(x - 35)^2 + 450$

∴ 当 x=35 时，w 的最大值为 450 元。

(3) 根据题意得：

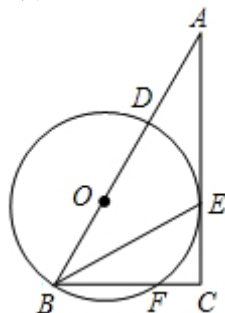
$$\begin{cases} -2x + 100 \geq 30 \\ -2x^2 + 140x - 2000 \geq 400 \end{cases},$$

解得： $30 \leq x \leq 35$.

23. 在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，BE 平分∠ABC，D 是边 AB 上一点，以 BD 为直径的⊙O 经过点 E，且交 BC 于点 F。

(1) 求证：AC 是⊙O 的切线；

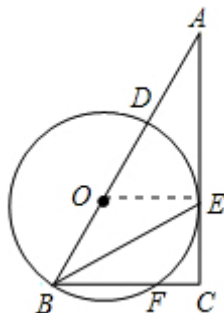
(2) 若 BF=6，⊙O 的半径为 5，求 CE 的长。



解析：(1) 连接 OE，证明∠OEA=90° 即可；

(2) 连接 OF，过点 O 作 OH⊥BF 交 BF 于 H，由题意可知四边形 OECH 为矩形，利用垂径定理和勾股定理计算出 OH 的长，进而求出 CE 的长。

答案：(1) 证明：连接 OE。



∵ OE=OB,

∴ ∠OBE=∠OEB,

∵ BE 平分∠ABC,

∴ ∠OBE=∠EBC,

∴ ∠EBC=∠OEB,

∴ OE∥BC,

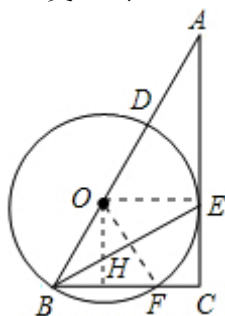
∴ ∠OEA=∠C,

∵ ∠ACB=90° ,

∴ ∠OEA=90°

∴ AC 是⊙O 的切线；

(2)解：连接 OE、OF，过点 O 作 OH⊥BF 交 BF 于 H，



由题意可知四边形 OECH 为矩形，

∴OH=CE，

∵BF=6，

∴BH=3，

在 Rt△BHO 中，OB=5，

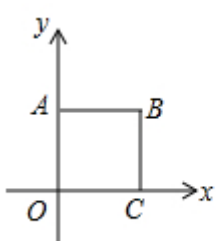
∴OH=√(5² - 3²)=4，

∴CE=4.

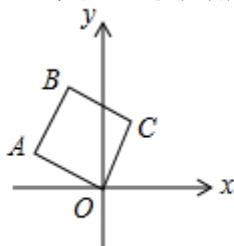
24. 如图①，将边长为 2 的正方形 OABC 如图①放置，O 为原点.

(I) 若将正方形 OABC 绕点 O 逆时针旋转 60° 时，如图②，求点 A 的坐标；

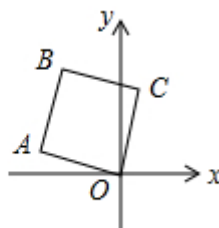
(II) 如图③，若将图①中的正方形 OABC 绕点 O 逆时针旋转 75° 时，求点 B 的坐标.



图①



图②



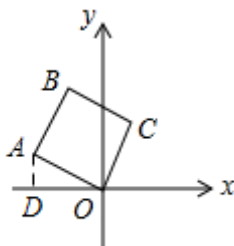
图③

解析：(1) 过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 D，∠ADO=90°，根据旋转角得出∠AOD=30°，进

而得到 AD=1/2 AO=1，DO=√3，据此可得点 A 的坐标；

(2) 连接 BO，过 B 作 BD⊥y 轴于 D，根据旋转角为 75°，可得∠BOD=30°，根据勾股定理可得 BO=2√2，再根据 Rt△BOD 中，BD=√2，OD=√6，可得点 B 的坐标.

答案：(1) 过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 D，∠ADO=90°，



图②

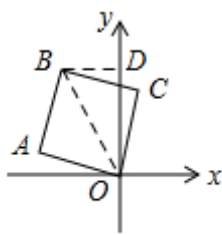
∵旋转角为 60°，

∴∠AOD=90° - 60° =30°，

∴AD=1/2 AO=1，DO=√3，

∴A(-√3, 1)；

(2) 连接 BO，过 B 作 BD⊥y 轴于 D，

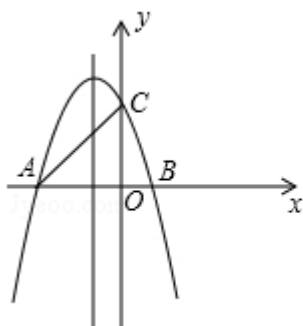


图③

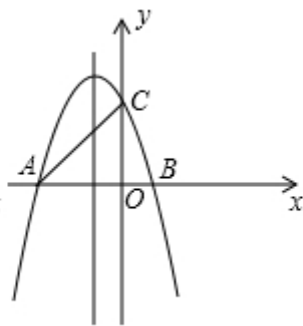
\because 旋转角为 75° , $\angle AOB=45^\circ$,
 $\therefore \angle BOD=75^\circ - 45^\circ =30^\circ$,
 $\because \angle A=90^\circ$, $AB=AO=2$,
 $\therefore BO=2\sqrt{2}$,
 \therefore Rt $\triangle BOD$ 中, $BD=\sqrt{2}$, $OD=\sqrt{6}$,
 $\therefore B(-\sqrt{2},\sqrt{6})$.

25. 如图,在平面直角坐标系中,直线 $y=x+3$ 分别交 x 轴、 y 轴于 A, C 两点,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 经过 A, C 两点, 与 x 轴交于点 $B(1, 0)$.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 点 D 为直线 AC 上一点, 点 E 为抛物线上一点, 且 D, E 两点的横坐标都为 2, 点 F 为 x 轴上的点, 若四边形 $ADEF$ 是平行四边形, 请直接写出点 F 的坐标;
- (3) 若点 P 是线段 AC 上的一个动点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 交抛物线于点 Q , 连接 AQ, CQ , 求 $\triangle ACQ$ 的面积的最大值.



备用图1



备用图2

解析: (1) 将 $x=0$ 代入直线的解析式求得点 $C(0, 3)$, 将 $y=0$ 代入求得 $x=-3$, 从而得到点 $A(-3, 0)$, 设抛物线的解析式为 $y=a(x+3)(x-1)$, 将点 C 的坐标代入可求得 $a=-1$, 从而得到抛物线的解析式为 $y=-x^2-2x+3$;

(2) 将 $x=2$ 分别代入直线和抛物线的解析式, 求得点 $D(2, 5)$ 、 $E(2, -5)$, 然后根据平行四边形的对角线互相平分可求得点 F 的坐标;

(3) 如图 2 所示: 设点 P 的坐标为 $(a, a+3)$, 则点 Q 的坐标为 $(a, -a^2-2a+3)$. $QP=-a^2-3a$, 由三角形的面积公式可知: $\triangle ACQ$ 的面积 $=-\frac{3}{2}a^2-\frac{9}{2}a$ 然后利用配方法求得二次函数的最大值即可

答案: (1) \because 将 $x=0$ 代入 $y=x+3$, 得 $y=3$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(0, 3)$.

\because 将 $y=0$ 代入 $y=x+3$ 得到 $x=-3$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(-3, 0)$.

设抛物线的解析式为 $y=a(x+3)(x-1)$, 将点 C 的坐标代入得: $-3a=3$.

解得: $a=-1$.

\therefore 抛物线的解析式为 $y=-(x+3)(x-1)$.

整理得: $y=-x^2-2x+3$;

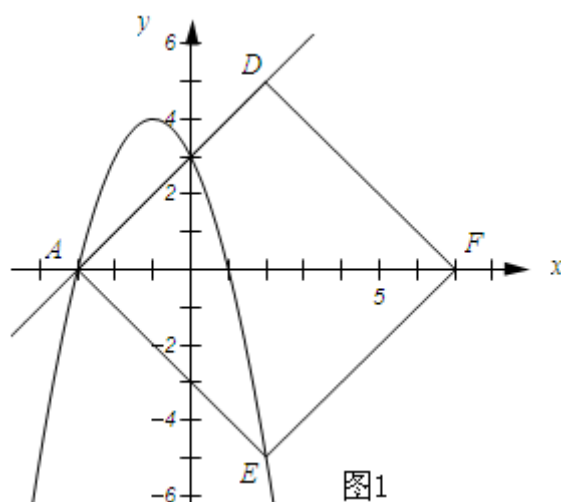
(2) \because 将 $x=2$ 代入 $y=x+3$ 得, $y=5$,

∴点 D(2, 5).

将 $x=2$ 代入 $y = -x^2 - 2x + 3$ 得: $y = -5$.

∴点 E 的坐标为(2, -5).

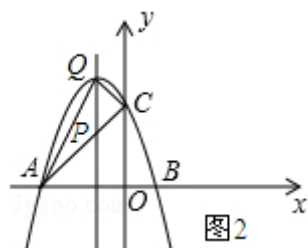
如图 1 所示:



∴四边形 ADFE 为平行四边形,

∴点 F 的坐标为(7, 0).

(3) 如图 2 所示:



设点 P 的坐标为 $(a, a+3)$, 则点 Q 的坐标为 $(a, -a^2 - 2a + 3)$.

$QP = -a^2 - 2a + 3 - (a + 3) = -a^2 - 2a + 3 - a - 3 = -a^2 - 3a$.

∴ $\triangle ACQ$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times AO \cdot QP$,

∴ $\triangle ACQ$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 3 \times (-a^2 - 3a) = -\frac{3}{2}a^2 - \frac{9}{2}a = -\frac{3}{2}\left(a + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}$.

∴ $\triangle ACQ$ 的面积的最大值为 $\frac{27}{8}$.