2015年福建省莆田市中考真题数学

一、选择题(共10小题，每小题4分，满分40分)

1. -2的相反数是(　　)

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. -2

解析：根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

-2的相反数是2.

答案：B.

2. 下列运算正确的是(　　)

A. $(a^2)^3=a^5$

B. $a^2+a^4=a^6$

C. $a^3\div a^3=1$

D. $(a^3-a)\div a=a^2$

解析：A、$(a^2)^3=a^6$，故错误；

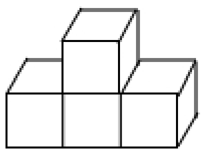
B、a^2+a^4不能进行运算，因为二者不是同类项；

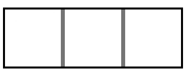
C、$a^3\div a^3=1$，正确；

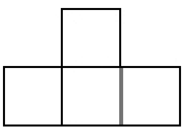
D、$(a^3-a)\div a=a^2-1$，故错误.

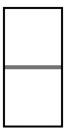
答案：C

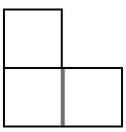
3.右边几何体的俯视图是(　　)



A. 

B. 

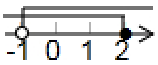
C. 

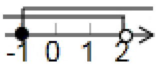
D. 

解析：找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.
从上往下看，易得三个并排的长方形.
答案：A

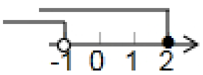
4.下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是(　　)
A.等边三角形
B.平行四边形
C.矩形
D.正五边形
解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形.故错误；
B、不是轴对称图形，是中心对称图形.故错误；
C、是轴对称图形，也是中心对称图形.故正确；
D、是轴对称图形，不是中心对称图形.故错误.
答案：C

5.不等式组$\begin{cases} x+2>1, \\ \frac{1}{2}x\le 1 \end{cases}$的解集在数轴上可表示为(　　)

A. 

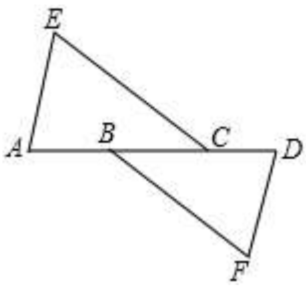
B. 

C. 

D. 

解析：解不等式 x+2＞1 得：x＞-1；解不等式$\frac{1}{2}$x≤1 得：x≤2，所以次不等式的解集为：-1＜x≤2.
答案：A

6.如图，AE∥DF，AE=DF，要使△EAC≌△FDB，需要添加下列选项中的(　　)



A.AB=CD
B.EC=BF
C.∠A=∠D

D. AB=BC

解析：∵AE∥FD，∴∠A=∠D，∵AB=CD，∴AC=BD，

在△AEC和△DFB中，$\begin{cases} AE=DF, \\ \angle A=\angle D, \\ AC=DB, \end{cases}$ ∴△EAC≌△FDB(SAS)，

答案：A

7. 在一次定点投篮训练中，五位同学投中的个数分别为3，4，4，6，8，则关于这组数据的说法不正确的是(　　)

A. 平均数是5

B. 中位数是6

C. 众数是4

D. 方差是3.2

解析：A、平均数=$\frac{3+4+4+6+8}{5}$=5，此选项正确；

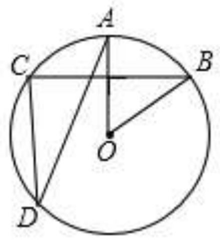
B、3，4，4，6，8中位数是4，此选项错误；

C、3，4，4，6，8众数是4，此选项正确；

D、方差$S^2=\frac{1}{5}[(3-5)^2+(4-5)^2+\cdots+(8-5)^2]=3.2$，此选项正确.

答案：B

8. 如图，在⊙O中，弧AB=弧AC，∠AOB=50°，则∠ADC的度数是(　　)



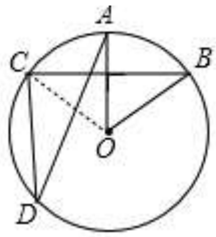
A. 50°

B. 40°

C. 30°

D. 25°

解析：∵在⊙O中，弧AB=弧AC，∴∠AOC=∠AOB，



∵∠AOB=50°，∴∠AOC=50°，∴∠ADC=$\frac{1}{2}$∠AOC=25°.

答案：D

9.命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+1=0$，必有实数解.”是假命题.则在下列选项中，可以作为反例的是(　　)

A. b=-3

B. b=-2

C. b=-1

D. b=2

解析：∵方程 $x^2+bx+1=0$，必有实数解，∴$\triangle=b^2-4\geqslant 0$，解得：$b\leqslant -2$ 或 $b\geqslant 2$，

则命题“关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+1=0$，必有实数解.”是假命题.则在下列选项中，可以作为反例的是 b=-1.

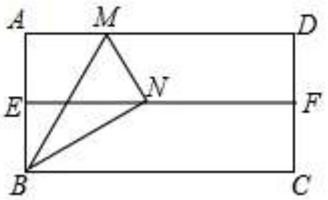
答案：C

10.数学兴趣小组开展以下折纸活动：

(1)对折矩形 ABCD，使 AD 和 BC 重合，得到折痕 EF，把纸片展平；

(2)再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上，并使折痕经过点 B，得到折痕 BM，同时得到线段 BN.

观察，探究可以得到∠ABM 的度数是(　　)



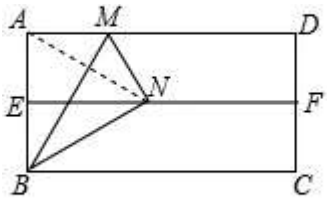
A. 25°

B. 30°

C. 36°

D. 45°

解析：连接 AN，



∵EF 垂直平分 AB，∴AN=BN，

由折叠知 AB=BN，∴AN=AB=BN，∴△ABN 为等边三角形，∴∠ABN=60°，∴∠ABM=∠NBM=30°.

答案：B

二、细心填一填(共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

11.要了解一批炮弹的杀伤力情况，适宜采取__________(选填“全面调查”或“抽样调查”).

解析：要了解一批炮弹的杀伤力情况，适宜采取抽样调查.

答案：抽样调查

12.八边形的外角和是__________.

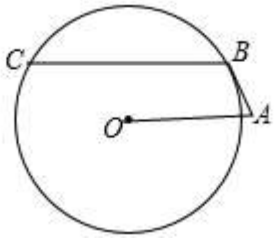
解析：任何凸多边形的外角和都是 360 度.八边形的外角和是 360 度.

答案：360°

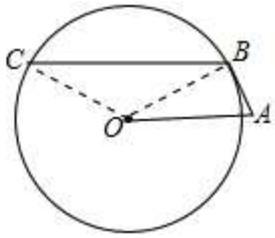
13.中国的陆地面积约为9 600 000km^2，把9 600 000用科学记数法表示为__________.
解析：将9600000用科学记数法表示为9.6×10^6.
答案：9.6×10^6.

14.用一根长为32cm的铁丝围成一个矩形，则围成矩形面积的最大值是__________cm^2.
解析：设矩形的一边长是xcm，则邻边的长是(16-x)cm.
则矩形的面积S=x(16-x)，即$S=-x^2+16x$，
当$x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-16}{-2}=8$时，S有最大值是：64.
答案：64.

15.如图,AB切⊙O于点B,OA=$2\sqrt{3}$,∠BAO=60°,弦BC∥OA,则弧BC的长为__________(结果保留π).



解析：连接OB，OC，



∵AB为圆O的切线，∴OB⊥AB，
在△AOB中，OA=$2\sqrt{3}$，∠BAO=60°，∴∠AOB=30°，即AB=$\sqrt{3}$，
根据勾股定理得：OB=3，∵BC∥OA，∴∠OBC=∠AOB=30°，
∵OB=OC，∴∠OBC=∠OCB=30°，∴∠BOC=120°，则弧BC的长$l=\dfrac{120\pi\times3}{180}=2\pi$.
答案：2π

16.谢尔宾斯基地毯，最早是由波兰数学家谢尔宾斯基制作出来的：把一个正三角形分成全等的4个小正三角形，挖去中间的一个小三角形；对剩下的3个小正三角形再分别重复以上做法…将这种做法继续进行下去，就得到小格子越来越多的谢尔宾斯基地毯(如图).若图1中的阴影三角形面积为1，则图5中的所有阴影三角形的面积之和是__________.

解析：图 2 阴影部分面积=$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$，

图 3 阴影部分面积=$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=(\frac{3}{4})^2$，

图 4 阴影部分面积=$\frac{3}{4}\times(\frac{3}{4})^2=(\frac{3}{4})^3$，

图 5 阴影部分面积=$\frac{3}{4}\times(\frac{3}{4})^3=(\frac{3}{4})^4=\frac{81}{256}$.

答案：$\frac{81}{256}$.

三、耐心做一做(共 10 小题，满分 86 分)

17.计算：$|2-\sqrt{2}|-\sqrt{9}+(-1)^0$.

解析：本题涉及绝对值，零指数幂、二次根式化简三个考点.针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案：$|2-\sqrt{2}|-\sqrt{9}+(-1)^0=2-\sqrt{2}-3+1=-\sqrt{2}$.

18. 解分式方程：$\frac{2}{x}=\frac{3}{x+2}$.

解析：先去分母，把分式方程转化成整式方程，求出整式方程的解，最后进行检验即可.
答案：方程两边都乘以 x(x+2)得：2(x+2)=3x，
解得：x=4，
检验：把 x=4 代入 x(x+2)≠0，
所以 x=4 是原方程的解，
即原方程的解为 x=4.

19.先化简，再求值：$\frac{a^2-2ab}{a-b}-\frac{b^2}{b-a}$，其中 a=1+$\sqrt{3}$，b=-1+$\sqrt{3}$.

解析：原式变形后，利用同分母分式的加法法则计算，约分得到最简结果，把 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

答案：原式=$\frac{a^2-2ab+b^2}{a-b}=\frac{(a-b)^2}{a-b}$=a-b，

当 a=1+$\sqrt{3}$，b=-1+$\sqrt{3}$ 时，原式=2.

20.为建设”书香校园“，某校开展读书月活动，现随机抽取了一部分学生的日人均阅读时间 x(单位：小时)进行统计，统计结果分为四个等级，分别记为 A，B，C，D，其中：A：0≤x＜0.5，B：0.5≤x＜1，C：1≤x＜1.5，D：1.5≤x＜2，根据统计结果绘制了如图两个尚不完整的统计图.

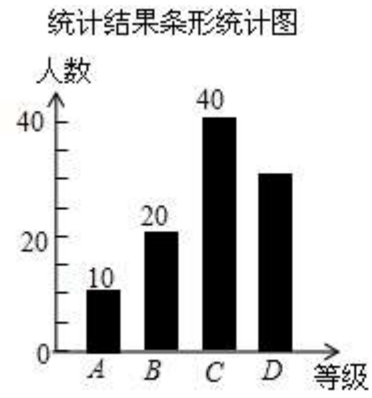


图1

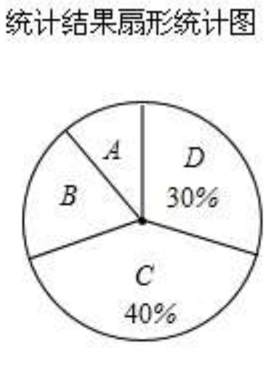


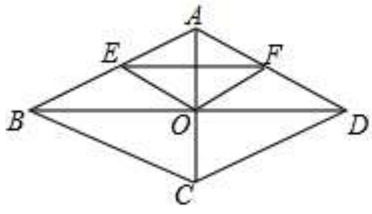
图2

(1)本次统计共随机抽取了_________名学生；
(2)扇形统计图中等级 B 所占的圆心角是_________；
(3)从参加统计的学生中，随机抽取一个人，则抽到“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的概率是_________；
(4)若该校有 1200 名学生，请估计“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”的学生共有人.

解析：(1)利用扇形统计图和条形统计图得出 C 组的人数为 40，在扇形统计图中占 40%，进而求出即可；
(2)利用等级 B 在样本中所占比例，进而求出所占的圆心角；
(3)利用“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生所占比例，得出概率；
(4)利用“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”所占比例求出答案.

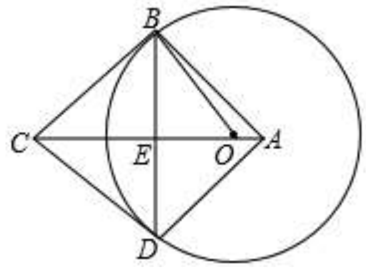
答案：(1)由 C 组的人数为 40，在扇形统计图中占 40%，
故本次统计共随机抽取了：40÷40%=100(名)，
故答案为：100；
(2)由题意可得：20×100×360°=72°.
故答案为：72°；
(3)∵D 组所占比例为：30%，C 组所占比例为：40%，
∴“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的所占比例为：70%，
∴抽到“日人均阅读时间大于或等于 1 小时”的学生的概率是：0.7；
故答案为：0.7；
(4)∵样本中日人均阅读时间小于 0.5 小时的有 10 人，所占样本数据的 $\frac{10}{100}\times 100\%=10\%$，
∴该校有 1200 名学生，“日人均阅读时间大于或等于 0.5 小时”的学生共有：1200×(1-10%)=1080(人).
故答案为：1080.

21.如图，菱形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E，F 分别是边 AB，AD 的中点.

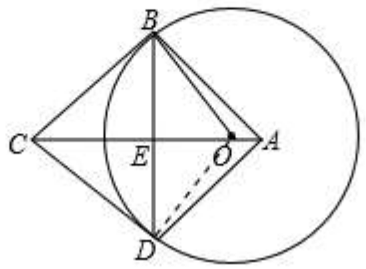


(1)请判断△OEF 的形状，并证明你的结论；
(2)若 AB=13，AC=10，请求出线段 EF 的长.
解析：(1)利用菱形的性质结合直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，进而求出即可；
(2)利用勾股定理得出 BO 的长再利用三角形中位线定理得出 EF 的长.
答案：(1)△OEF 是等腰三角形，
理由：∵四边形 ABCD 是菱形，∴AB=AD，AC⊥BD，
∵点 E，F 分别是边 AB，AD 的中点，
∴EO=$\frac{1}{2}$AB，OF=$\frac{1}{2}$AD，∴EO=FO，∴△OEF 是等腰三角形；
(2)∵四边形 ABCD 是菱形，AC=10，∴AO=5，∠AOB=90°，
∴BO=$\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{13^2-5^2}$=12，∴BD=24，
∵点 E，F 分别是边 AB，AD 的中点，∴EF$\underline{\underline{//}}\frac{1}{2}$BD，∴EF=12.

22.如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD，对角线 AC，BD 交于点 E，点 O 在线段 AE 上，⊙O 过 B，D 两点，若 OC=5，OB=3，且 cos∠BOE=$\frac{3}{5}$.求证：CB 是⊙O 的切线.



解析：连接 OD，可得 OB=OD，由 AB=AD，得到 AE 垂直平分 BD，在直角三角形 BOE 中，利用锐角三角函数定义求出 OE 的长，根据勾股定理求出 BE 的长，由 OC-OE 求出 CE 的长，再利用勾股定理求出 BC 的长，利用勾股定理逆定理判断得到 BC 与 OB 垂直，即可确定出 BC 为圆 O 的切线.
答案：连接 OD，可得 OB=OD，



∵AB=AD，∴AE 垂直平分 BD，
在 Rt△BOE 中，OB=3，cos∠BOE=$\frac{3}{5}$，∴OE=$\frac{9}{5}$，
根据勾股定理得：BE=$\sqrt{BO^2-OE^2}=\frac{12}{5}$，CE=OC-OE=$\frac{16}{5}$，
在 Rt△CEB 中，BC=$\sqrt{CE^2+BE^2}$=4，

∵OB=3，BC=4，OC=5，∴$OB^2+BC^2=OC^2$，∴∠OBC=90°，即 BC⊥OB，则 BC 为圆 O 的切线.

23.某动车站在原有的普通售票窗口外新增了无人售票窗口，普通售票窗口从上午 8 点开放，而无人售票窗口从上午 7 点开放，某日从上午 7 点到 10 点，每个普通售票窗口售出的车票数 y_1(张)与售票时间 x(小时)的变化趋势如图 1，每个无人售票窗口售出的车票数 y_2(张)与售票时间 x(小时)的变化趋势是以原点为顶点的抛物线的一部分，如图 2，若该日截至上午 9 点，每个普通售票窗口与每个无人售票窗口售出的车票数恰好相同.

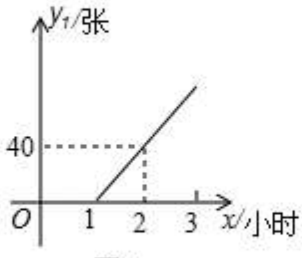


图1

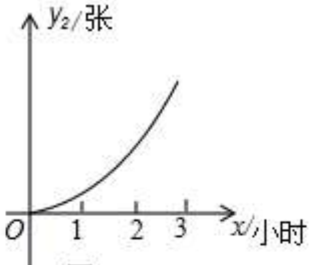
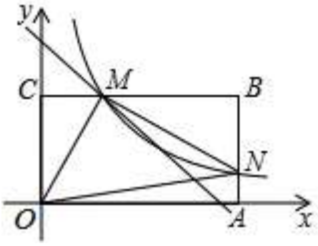


图2

(1)求图 2 中所确定抛物线的解析式;
(2)若该日共开放 5 个无人售票窗口，截至上午 10 点，两种窗口共售出的车票数不少于 900 张，则至少需要开放多少个普通售票窗口?
解析：(1)设 $y_2=ax^2$，当 x=2 时，$y_1=y_2=40$，利用待定系数法即可解答;
(2)设 $y_1=kx+b(1\leqslant x\leqslant 3)$，把(1，0)，(2，40)分别代入 $y_1=kx+b$，求得 $y_2=40x-40$，当 x=3 时，$y_1=80$，$y_2=90$，设需要开放 m 个普通售票窗口，所以 80m+90×5≥900，解得 $m\geqslant 5\frac{5}{8}$，因为 m 取整数，所以 m≥6，即可解答.
答案：(1)设 $y_2=ax^2$，
当 x=2 时，$y_1=y_2=40$，把(2，40)代入 $y_2=ax^2$，4a=40，解得：a=10，∴$y_2=10x^2$.
(2)设 $y_1=kx+b(1\leqslant x\leqslant 3)$，
把(1，0)，(2，40)分别代入 $y_1=kx+b$ 得：$\begin{cases}k+b=0,\\2k+b=40,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}k=40,\\b=-40,\end{cases}$ ∴$y_2=40x-40$，
当 x=3 时，$y_1=80$，$y_2=90$，
设需要开放 m 个普通售票窗口，∴80m+90×5≥900，∴$m\geqslant 5\frac{5}{8}$，∴m 取整数，∴m≥6.
答：至少需要开放 6 个普通售票窗口.

24.如图，矩形 OABC，点 A，C 分别在 x 轴，y 轴正半轴上，直线 y=-x+6 交边 BC 于点 M(m，n)(m＜n)，并把矩形 OABC 分成面积相等的两部分，过点 M 的双曲线 $y=\frac{k}{x}$(x＞0)交边 AB 于点 N.若△OAN 的面积是 4，求△OMN 的面积.



解析：由反比例函数性质求出$S_{\triangle OCM}=S_{\triangle OAN}=4$，得到mn=8，根据点M(m，n)在直线y=-x+6上，得到-m+6=n，联立解方程组，得m、n的值，再根据直线y=-x+6分矩形OABC面积成相等的两部分，求出点B的坐标，进而求出OA=BC=8，AB=OC=4，BM=6，BN=3，由$S_{\triangle OMN}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle OCM}-S_{\triangle BMN}-S_{\triangle OAN}$计算即可.

答案：∵点M、N在双曲线$y=\dfrac{k}{x}$(x＞0)上，∴$S_{\triangle OCM}=S_{\triangle OAN}=4$，∴$\dfrac{1}{2}$mn=4，∴mn=8，

∵点M(m，n)在直线y=-x+6上，∴-m+6=n，

∴$\begin{cases}mn=8,\\-m+6=n,\end{cases}$解得：$\begin{cases}m=2,\\n=4\end{cases}$或$\begin{cases}m=4,\\n=2\end{cases}$（舍去）

∵直线y=-x+6分矩形OABC面积成相等的两部分，
∴直线y=-x+6过矩形OABC的中心，

设B(a，4)，∴E($\dfrac{a}{2}$，2)，∴$-\dfrac{a}{2}$+6=2，∴a=8，∴OA=BC=8，AB=OC=4，BM=6，BN=3，

∴$S_{\triangle OMN}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle OCM}-S_{\triangle BMN}-S_{\triangle OAN}$=32-4-9-4=15.

25.抛物线$y=ax^2+bx+c$，若a，b，c满足b=a+c，则称抛物线$y=ax^2+bx+c$为“恒定”抛物线.
(1)求证：“恒定”抛物线$y=ax^2+bx+c$必过x轴上的一个定点A；

(2)已知“恒定”抛物线$y=\sqrt{3}x^2-\sqrt{3}$的顶点为P，与x轴另一个交点为B，是否存在以Q为顶点，与x轴另一个交点为C的“恒定”抛物线，使得以PA，CQ为边的四边形是平行四边形？若存在，求出抛物线解析式；若不存在，请说明理由.

解析：(1)由“恒定”抛物线$y=ax^2+bx+c$，得到b=a+c，即a-b+c=0，即可确定出抛物线恒过定点(-1，0)；

(2)先求出抛物线$y=\sqrt{3}x^2-\sqrt{3}$的顶点坐标和B的坐标，由题意得出PA∥CQ，PA=CQ；存在两种情况：

①作QM⊥AC于M，则QM=OP=$\sqrt{3}$，证明Rt△QMC≌Rt△POA，MC=OA=1，得出点Q的坐标，设抛物线的解析式为$y=a(x+2)^2-\sqrt{3}$，把点A坐标代入求出a的值即可；

②顶点Q在y轴上，此时点C与点B重合；证明△OQC≌△OPA，得出OQ=OP=$\sqrt{3}$，得出点Q坐标，设抛物线的解析式为$y=ax^2+\sqrt{3}$，把点C坐标代入求出a的值即可.

答案：(1)由“恒定”抛物线$y=ax^2+bx+c$，得：b=a+c，即a-b+c=0，
∵抛物线$y=ax^2+bx+c$，
当x=-1时，y=0，∴“恒定”抛物线$y=ax^2+bx+c$必过x轴上的一个定点A(-1，0)；
(2)存在；理由如下：

∵“恒定”抛物线$y=\sqrt{3}x^2-\sqrt{3}$，

当y=0时，$\sqrt{3}x^2-\sqrt{3}=0$，解得：x=±1，

∵A(-1，0)，∴B(1，0)；∵x=0时，y=$-\sqrt{3}$，∴顶点P的坐标为(0，$-\sqrt{3}$)，

以 PA，CQ 为边的平行四边形，PA、CQ 是对边，∴PA∥CQ，PA=CQ，∴存在两种情况：

①如图 1 所示：作 QM⊥AC 于 M，则 QM=OP=$\sqrt{3}$，∠QMC=90°=∠POA，

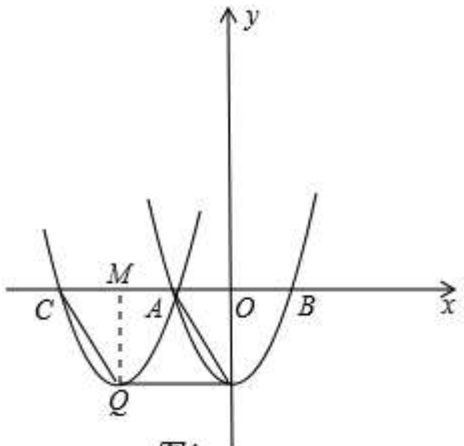


图1

在 Rt△QMC 和 Rt△POA 中，$\begin{cases} CQ = PA, \\ QM = OP, \end{cases}$ ∴Rt△QMC≌Rt△POA(HL)，

∴MC=OA=1，∴OM=2，

∵点 A 和点 C 是抛物线上的对称点，

∴AM=MC=1，∴点 Q 的坐标为(-2，-$\sqrt{3}$)，

设以 Q 为顶点，与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线的解析式为 $y=a(x+2)^2-\sqrt{3}$，

把点 A(-1，0)代入得：$a=\sqrt{3}$，

∴抛物线的解析式为：$y=\sqrt{3}(x+2)^2-\sqrt{3}$，即 $y=\sqrt{3}x^2+4\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$；

②如图 2 所示：顶点 Q 在 y 轴上，此时点 C 与点 B 重合，

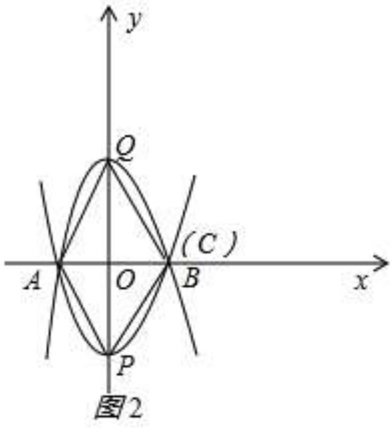


图2

∴点 C 坐标为(1，0)，

∵CQ∥PA，∴∠OQC=∠OPA，

在△OQC 和△OPA 中，$\begin{cases}\angle OQC=\angle OPA,\\ \angle COQ=\angle AOP,\\ CQ=PA,\end{cases}$

∴△OQC≌△OPA(AAS)，∴OQ=OP=$\sqrt{3}$，∴点 Q 坐标为(0，$\sqrt{3}$)，

设以 Q 为顶点，与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线的解析式为 $y=ax^2+\sqrt{3}$，

把点 C(1，0)代入得：$a=-\sqrt{3}$，∴抛物线的解析式为：$y=-\sqrt{3}x^2+\sqrt{3}$；

综上所述：存在以 Q 为顶点，与 x 轴另一个交点为 C 的“恒定”抛物线，使得以 PA，CQ 为边的四边形是平行四边形，

抛物线的解析式为：$y=\sqrt{3}x^2+4\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$，或 $y=-\sqrt{3}x^2+\sqrt{3}$.

26.在 Rt△ACB 和 Rt△AEF 中，∠ACB=∠AEF=90°，若点 P 是 BF 的中点，连接 PC，PE.
特殊发现：

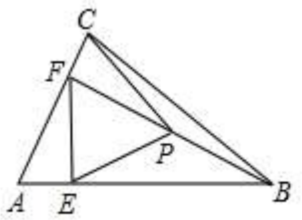


图1

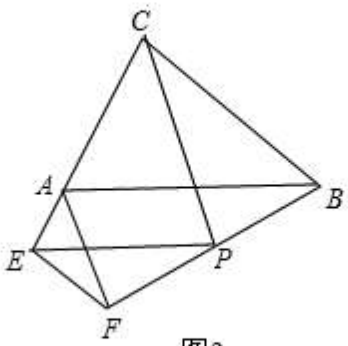


图2

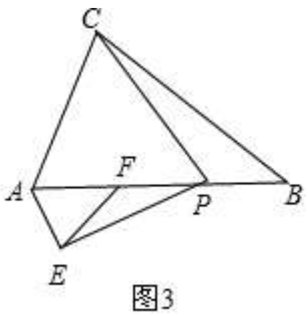


图3

如图 1，若点 E，F 分别落在边 AB，AC 上，则结论：PC=PE 成立(不要求证明).
问题探究：
把图 1 中的△AEF 绕着点 A 顺时针旋转.
(1)如图 2，若点 E 落在边 CA 的延长线上，则上述结论是否成立？若成立，请给予证明；若不成立，请说明理由；
(2)如图 3，若点 F 落在边 AB 上，则上述结论是否仍然成立？若成立，请给予证明；若不成立，请说明理由；
(3)记 $\dfrac{AC}{BC}$=k，当 k 为何值时，△CPE 总是等边三角形？(请直接写出 k 的值，不必说明理由)
解析：(1)首先过点 P 作 PM⊥CE 于点 M，然后根据 EF⊥AE，BC⊥AC，可得 EF∥MP∥CB，推得 $\dfrac{EM}{MC}=\dfrac{FP}{PB}$，再根据点 P 是 BF 的中点，可得 EM=MC，据此推得 PC=PE 即可.
(2)首先过点 F 作 FD⊥AC 于点 D，过点 P 作 PM⊥AC 于点 M，连接 PD，然后根据全等三角形判定的方法，判断出△DAF≌△EAF，即可判断出 AD=AE；再判断出△DAP≌△EAP，即可判断出 PD=PE；最后根据 FD⊥AC，BC⊥AC，PM⊥AC，可得 FD∥BC∥PM，再根据点 P 是 BF 的中点，推得 PC=PD，再根据 PD=PE，即可推得 PC=PE.
(3)首先根据△CPE 总是等边三角形，可得将△AEF 绕着点 A 顺时针旋转 180°，△CPE 仍是

等边三角形；然后根据∠BCF=∠BEF=90°，点 P 是 BF 的中点，可得点 C、E 在以点 P 为圆心，BF 为直径的圆上；最后根据圆周角定理，求出∠CBE 的度数，即可求出当△CPE 总是等边三角形时，k 的值是多少.

答案：(1)如图 2，过点 P 作 PM⊥CE 于点 M，

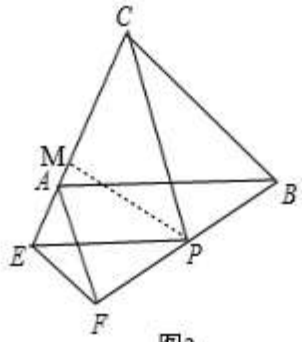


图2

PC=PE 成立，理由如下：

∵EF⊥AE，BC⊥AC，∴EF∥MP∥CB，∴ $\dfrac{EM}{MC}=\dfrac{FP}{PB}$，

∵点 P 是 BF 的中点，∴EM=MC，

又∵PM⊥CE，∴PC=PE.

(2)如图 3，过点 F 作 FD⊥AC 于点 D，过点 P 作 PM⊥AC 于点 M，连接 PD，

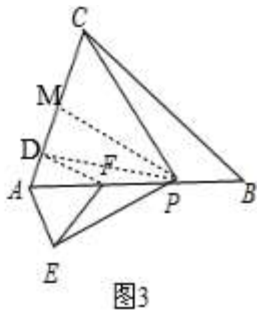


图3

PC=PE 成立，理由如下：

∵∠DAF=∠EAF，∠FDA=∠FEA=90°，

在△DAF 和△EAF 中，$\begin{cases}\angle DAF=\angle EAF,\\ \angle FDA=\angle FEA,\\ AF=AF,\end{cases}$ ∴△DAF≌△EAF(AAS)，

在△DAP 和△EAP 中，$\begin{cases}AD=AE,\\ \angle DAP=\angle EAP,\\ AP=AP,\end{cases}$ ∴△DAP≌△EAP(SAS)，∴PD=PE，

∵FD⊥AC，BC⊥AC，PM⊥AC，∴FD∥BC∥PM，∴ $\dfrac{DM}{MC}=\dfrac{FP}{PB}$，

∵点 P 是 BF 的中点，∴DM=MC，

又∵PM⊥AC，∴PC=PD，

又∵PD=PE，∴PC=PE.

(3)如图 4，

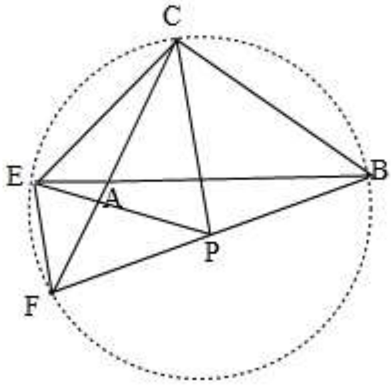


图4

∵△CPE 总是等边三角形，∴将△AEF 绕着点 A 顺时针旋转 180°，△CPE 仍是等边三角形，

∵∠BCF=∠BEF=90°，点 P 是 BF 的中点，∴点 C、E 在以点 P 为圆心，BF 为直径的圆上，

∵△CPE 是等边三角形，∴∠CPE=60°，

根据圆周角定理，可得∠CBE=$\frac{1}{2}$∠CPE=$\frac{1}{2}$×60°=30°，即∠ABC=30°，

在 Rt△ABC 中，

∵$\frac{AC}{BC}=k$，$\frac{AC}{BC}$=tan30°，∴k=tan30°=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴当 k 为$\frac{\sqrt{3}}{3}$时，△CPE 总是等边三角形.