

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，以下每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

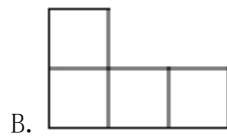
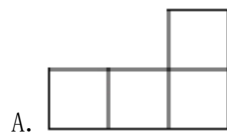
1. (4 分) 计算 $2-3$ 的结果是()

- A. -5
- B. -1
- C. 1
- D. 5

解析: $2-3=2+(-3)=-1$.

故选 B.

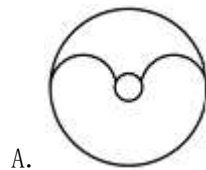
2. (4 分) 如图所示的几何体的主视图是()

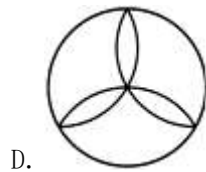
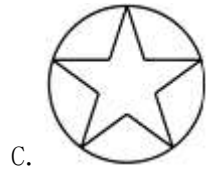
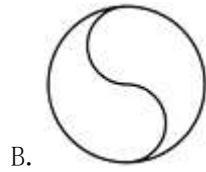


解析: 从正面看得第一层有 3 个正方形，第二层最右边有一个正方形.

故选 A.

3. (4 分) 下列图形中，是中心对称图形的为()





解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故 A 错误；
 B、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故 B 正确；
 C、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故 C 错误；
 D、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故 D 错误.
 故选：B.

4. (4 分) 使二次根式 $\sqrt{x-1}$ 的有意义的 x 的取值范围是()

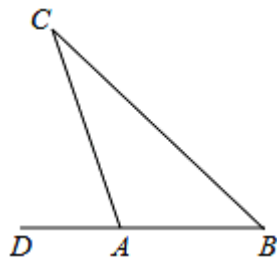
- A. $x > 0$
- B. $x > 1$
- C. $x \geq 1$
- D. $x \neq 1$

解析：要使 $\sqrt{x-1}$ 有意义，必须 $x-1 \geq 0$,

解得： $x \geq 1$.

故选 C.

5. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ，延长 BA 至点 D，则 $\angle CAD$ 的大小为()



- A. 110°
- B. 80°
- C. 70°
- D. 60°

解析：由三角形的外角性质得： $\angle CAD = \angle B + \angle C = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$ 。
故选 C.

6. (4分) 下列运算正确的是()

A. $(x-2)^2 = x^2 - 4$

B. $x^3 \cdot x^4 = x^{12}$

C. $x^6 \div x^3 = x^2$

D. $(x^2)^3 = x^6$

解析：A、 $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$ ，故此选项错误；

B、 $x^3 \cdot x^4 = x^7$ ，故此选项错误；

C、 $x^6 \div x^3 = x^3$ ，故此选项错误；

D、 $(x^2)^3 = x^6$ ，故此选项正确；

故选 D.

7. (4分) 函数 $y = x - 2$ 的图象不经过()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

解析：一次函数 $y = x - 2$ ，

$\because k = 1 > 0$ ，

\therefore 函数图象经过第一三象限，

$\because b = -2 < 0$ ，

\therefore 函数图象与 y 轴负半轴相交，

\therefore 函数图象经过第一三四象限，不经过第二象限。

故选：B.

8. (4分) 某校篮球队五名主力队员的身高分别是 174, 179, 180, 174, 178(单位：cm)，则这五名队员身高的中位数是()

A. 174cm

B. 177cm

C. 178cm

D. 180cm

解析：数据从小到大的顺序排列为 174, 174, 178, 179, 180，

\therefore 这组数据的中位数是 178.

故选 C.

9. (4分) 二次函数 $y = x^2 + 4x - 5$ 的图象的对称轴为()

A. $x = 4$

B. $x = -4$

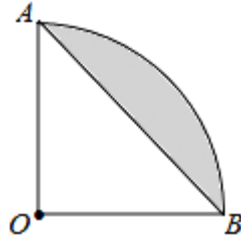
C. $x = 2$

D. $x = -2$

解析：二次函数 $y = x^2 + 4x - 5$ 的图象的对称轴为： $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times 1} = -2$.

故选：D.

10. (4分)如图，已知扇形AOB的半径为2，圆心角为 90° ，连接AB，则图中阴影部分的面积是()



A. $\pi - 2$

B. $\pi - 4$

C. $4\pi - 2$

D. $4\pi - 4$

解析： $S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形OAB}} - S_{\triangle OAB}$

$$= \frac{90 \times \pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$

$$= \pi - 2$$

故选：A.

二、填空题(本大题共4小题，每小题4分，共16分)

11. (4分)因式分解： $x^2 - 1 =$ _____.

解析：原式 $= (x+1)(x-1)$.

故答案为： $(x+1)(x-1)$.

12. (4分)将除颜色外其余均相同的4个红球和2个白球放入一个不透明足够大的盒子内，摇匀后随机摸出一球，则摸出红球的概率为_____.

解析：由将除颜色外其余均相同的4个红球和2个白球放入一个不透明足够大的盒子内，摇匀后随机摸出一球，直接利用概率公式求解即可求得答案.

答案： \because 除颜色外其余均相同的4个红球和2个白球，

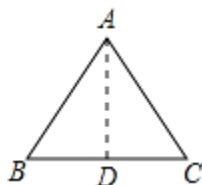
$$\therefore \text{摸出红球的概率为：} \frac{4}{4+2} = \frac{2}{3}.$$

故答案为： $\frac{2}{3}$.

13. (4分)边长为2的正三角形的面积是_____.

解析：求出等边三角形一边上的高，即可确定出三角形面积.

答案：过A作 $AD \perp BC$,



$$\because AB=BC=2,$$

$$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}BC=1,$$

在 $Rt\triangle ABD$ 中, 根据勾股定理得: $AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{3},$

$$\text{则 } S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot AD=\sqrt{3},$$

故答案为: $\sqrt{3}.$

14. (4分) 若矩形 ABCD 的两邻边长分别为一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个实数根, 则矩形 ABCD 的对角线长为_____.

解析: 方程 $x^2-7x+12=0$, 即 $(x-3)(x-4)=0,$

则 $x-3=0, x-4=0,$

解得: $x_1=3, x_2=4.$

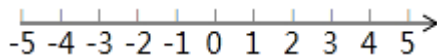
则矩形 ABCD 的对角线长是: $\sqrt{3^2+4^2}=5.$

故答案是: 5.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 44 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (6分) (1) 计算: $\sqrt{8}-(\pi-1)^0-4\sin 45^\circ;$

(2) 解不等式 $x > \frac{1}{3}x-2$, 并将其解集表示在数轴上.



解析: (1) 根据特殊角的三角函数值和非 0 实数的 0 次幂计算;

(1) 先解出不等式, 然后将解集表示在数轴上即可.

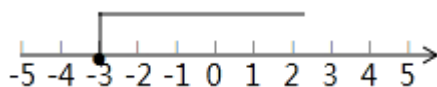
答案: (1) $\sqrt{8}-(\pi-1)^0-4\sin 45^\circ$

$$=2\sqrt{2}-1-4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$=-1;$

(2) 解 $x > \frac{1}{3}x-2$ 得 $x > -3,$

把解集在数轴上表示:



16. (6分) 解分式方程: $\frac{2-x}{x-3} + \frac{1}{3-x} = 1.$

解析：本题考查解分式方程的能力，因为 $3-x=-(x-3)$ ，所以可得方程最简公分母为 $(x-3)$ ，方程两边同乘 $(x-3)$ 将分式方程转化为整式方程求解，要注意检验.

答案：方程两边同乘 $(x-3)$ ，

得： $2-x-1=x-3$ ，

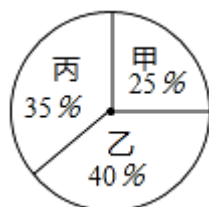
整理解得： $x=2$ ，

经检验： $x=2$ 是原方程的解.

17. (7分)某校学生会决定从三名学生会干事中选拔一名干事，对甲、乙、丙三名候选人进行了笔试和面试，三人的测试成绩如下表所示：

测试项目	测试成绩/分		
	甲	乙	丙
笔试	75	80	90
面试	93	70	68

根据录用程序，学校组织200名学生采用投票推荐的方式，对三人进行民主测评，三人得票率(没有弃权，每位同学只能推荐1人)如扇形统计图所示，每得一票记1分.



(1)分别计算三人民主评议的得分；

(2)根据实际需要，学校将笔试、面试、民主评议三项得分按4:3:3的比例确定个人成绩，三人中谁的得分最高？

解析：(1)根据百分数乘法的意义，分别用200乘以三人的得票率，求出三人民主评议的得分各是多少即可.

(2)首先根据加权平均数的计算方法列式计算，分别求出三人的得分各是多少；然后比较大小，判断出三人中谁的得分最高即可.

答案：(1)甲民主评议的得分是：

$$200 \times 25\% = 50 \text{ (分)};$$

乙民主评议的得分是：

$$200 \times 40\% = 80 \text{ (分)};$$

丙民主评议的得分是：

$$200 \times 35\% = 70 \text{ (分)}.$$

(2)甲的成绩是：

$$(75 \times 4 + 93 \times 3 + 50 \times 3) \div (4 + 3 + 3)$$

$$= 729 \div 10$$

$$= 72.9 \text{ (分)}$$

乙的成绩是：

$$(80 \times 4 + 70 \times 3 + 80 \times 3) \div (4 + 3 + 3)$$

$$= 770 \div 10$$

$$= 77 \text{ (分)}$$

丙的成绩是：

$$(90 \times 4 + 68 \times 3 + 70 \times 3) \div (4 + 3 + 3)$$

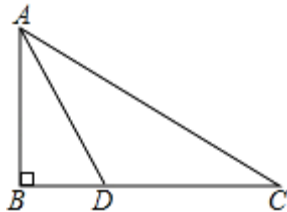
$$= 774 \div 10$$

$$= 77.4 \text{ (分)}$$

$$\because 77.4 > 77 > 72.9,$$

\therefore 丙的得分最高.

18. (7分) 如图, 某中学九年级数学兴趣小组测量校内旗杆 AB 的高度, 在 C 点测得旗杆顶端 A 的仰角 $\angle BCA = 30^\circ$, 向前走了 20 米到达 D 点, 在 D 点测得旗杆顶端 A 的仰角 $\angle BDA = 60^\circ$, 求旗杆 AB 的高度. (结果保留根号)



解析: 根据题意得 $\angle C = 30^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$, 从而得到 $\angle DAC = 30^\circ$, 进而判定 $AD = CD$, 得到 $CD = 20$ 米, 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中利用 $\sin \angle ADB$ 求得 AB 的长即可.

答案: $\because \angle C = 30^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\because CD = 20 \text{ 米},$$

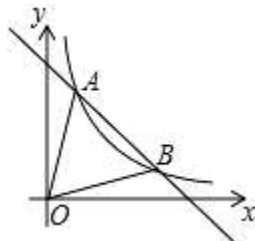
$$\therefore AD = 20 \text{ 米},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中,

$$\frac{AB}{AD} = \sin \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD \times \sin 60^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ 米}.$$

19. (8分) 如图, 一次函数 $y = -x + 5$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象交于 A(1, n) 和 B 两点.



(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 在第一象限内, 当一次函数 $y = -x + 5$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的值时, 写出自变量 x 的取值范围.

解析: (1) 首先求出点 A 的坐标, 进而即可求出反比例函数系数 k 的值;

(2) 联立反比例函数和一次函数解析式，求出交点 B 的坐标，结合图形即可求出 x 的取值范围。

答案：(1) \because 一次函数 $y=-x+5$ 的图象过点 $A(1, n)$ ，

$$\therefore n=-1+5,$$

$$\therefore n=4,$$

\therefore 点 A 坐标为 $(1, 4)$ ，

\because 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 过点 $A(1, 4)$ ，

$$\therefore k=4,$$

\therefore 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$ ；

$$(2) \text{ 联立 } \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases},$$

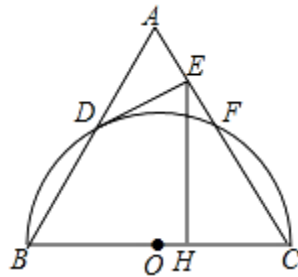
$$\text{解得 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases},$$

即点 B 的坐标 $(4, 1)$ ，

若一次函数 $y=-x+5$ 的值大于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的值，

则 $1 < x < 4$ 。

20. (10 分) 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，以边 BC 为直径的半圆与边 AB，AC 分别交于 D，F 两点，过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为点 E。



(1) 判断 DF 与 $\odot O$ 的位置关系，并证明你的结论；

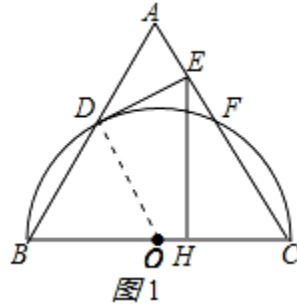
(2) 过点 F 作 $FH \perp BC$ ，垂足为点 H，若 $AB=4$ ，求 FH 的长(结果保留根号)。

解析：(1) 连接 OD，由等边三角形的性质得出 $AB=BC$ ， $\angle B=\angle C=60^\circ$ ，证出 $\triangle OBD$ 是等边三角形，得出 $\angle BOD=\angle C$ ，证出 $OD \parallel AC$ ，得出 $DE \perp OD$ ，即可得出结论；

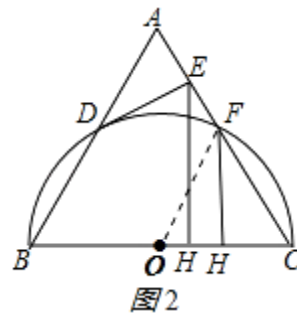
(2) 先证明 $\triangle OCF$ 是等边三角形，得出 $CF=OC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB=2$ ，再由三角函数即可求出 FH。

答案：(1) DE 是 $\odot O$ 的切线；理由如下：

连接 OD，如图 1 所示：



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，
 $\therefore AB=BC=AC$ ， $\angle B=\angle C=60^\circ$ ，
 $\because OB=OD$ ，
 $\therefore \triangle OBD$ 是等边三角形，
 $\therefore \angle BOD=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BOD=\angle C$ ，
 $\therefore OD \parallel AC$ ，
 $\because DE \perp AC$ ，
 $\therefore DE \perp OD$ ，
 $\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线；
 (2) 连接 OF ，如图 2 所示：



$\because OC=OF$ ， $\angle C=60^\circ$ ，
 $\therefore \triangle OCF$ 是等边三角形，
 $\therefore CF=OC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB=2$ ，
 $\because FH \perp BC$ ，
 $\therefore \angle FHC=90^\circ$ ，
 $\therefore FH=CF \cdot \sin \angle C=2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ 。

四、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

21. (4 分) 若二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 2 个单位长度后，得到函数 $y=2(x+h)^2$ 的图象，则 $h=$ _____。

解析：二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 2 个单位长度得到 $y=2(x+2)^2$ ，

即 $h=2$ ，

故答案为 2。

22. (4分) 已知关于 x 的方程 $3a-x=\frac{x}{2}+3$ 的解为 2, 则代数式 a^2-2a+1 的值是_____.

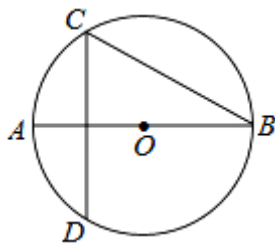
解析: \because 关于 x 的方程 $3a-x=\frac{x}{2}+3$ 的解为 2,

$$\therefore 3a-2=\frac{2}{2}+3, \text{ 解得 } a=2,$$

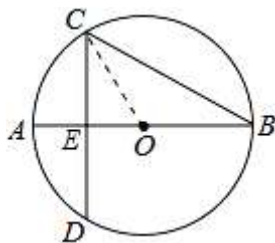
$$\therefore \text{原式}=4-4+1=1.$$

故答案为: 1.

23. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 垂直平分半径 OA , 则 $\angle ABC$ 的大小为_____度.



解析: 连接 OC ,



\because 弦 CD 垂直平分半径 OA ,

$$\therefore OE=\frac{1}{2}OC,$$

$$\therefore \angle OCD=30^\circ, \angle AOC=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=30^\circ.$$

故答案为: 30.

24. (4分) 若函数 $y=-kx+2k+2$ 与 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象有两个不同的交点, 则 k 的取值范围是_____.

解析: 根据反比例函数与一次函数的交点问题, 两函数的交点坐标满足方程组

$$\begin{cases} y = -kx + 2k + 2 \\ y = \frac{k}{x} \end{cases}, \text{ 接着消去 } y \text{ 得到关于 } x \text{ 的一元二次方程 } kx^2 - (2k+2)x + k = 0, \text{ 由于有两个}$$

不同的交点, 则关于 x 的一元二次方程 $kx^2+2x+1=0$ 有两个不相等的实数解, 于是根据根的判别式的意义得到 $\Delta=(2k+2)^2-4k^2>0$, 然后解一元一次不等式即可.

答案: 把方程组 $\begin{cases} y = -kx + 2k + 2 \\ y = \frac{k}{x} \end{cases}$ 消去 y 得到 $-kx+2k+2=\frac{k}{x}$,

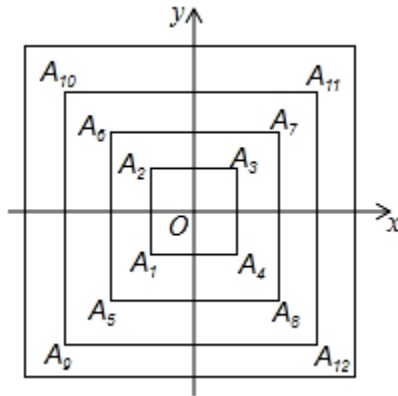
整理得 $kx^2 - (2k+2)x + k = 0$,

根据题意得 $\Delta = (2k+2)^2 - 4k^2 > 0$, 解得 $k > -\frac{1}{2}$,

即当 $k > -\frac{1}{2}$ 时, 函数 $y = -kx + 2k + 2$ 与 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象有两个不同的交点,

故答案为 $k > -\frac{1}{2}$ 且 $k \neq 0$.

25. (4分) 如图, 正方形 $A_1A_2A_3A_4, A_5A_6A_7A_8, A_9A_{10}A_{11}A_{12}, \dots$, (每个正方形从第三象限的顶点开始, 按顺时针方向顺序, 依次记为 $A_1, A_2, A_3, A_4; A_5, A_6, A_7, A_8; A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}; \dots$) 的中心均在坐标原点 O , 各边均与 x 轴或 y 轴平行, 若它们的边长依次是 $2, 4, 6, \dots$, 则顶点 A_{20} 的坐标为_____.



解析: $\because \frac{20}{4} = 5$,

$\therefore A_{20}$ 在第四象限,

$\because A_4$ 所在正方形的边长为 2 ,

A_4 的坐标为 $(1, -1)$,

同理可得: A_8 的坐标为 $(2, -2)$, A_{12} 的坐标为 $(3, -3)$,

$\therefore A_{20}$ 的坐标为 $(5, -5)$,

故答案为: $(5, -5)$.

五、解答题(本大题共 3 小题, 共 30 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

26. (8分) 一水果经销商购进了 A, B 两种水果各 10 箱, 分配给他的甲、乙两个零售店(分别简称甲店、乙店)销售, 预计每箱水果的盈利情况如下表:

	A 种水果/箱	B 种水果/箱
甲店	11 元	17 元
乙店	9 元	13 元

(1) 如果甲、乙两店各配货 10 箱, 其中 A 种水果两店各 5 箱, B 种水果两店各 5 箱, 请你计算出经销商能盈利多少元?

(2) 在甲、乙两店各配货 10 箱(按整箱配送), 且保证乙店盈利不小于 100 元的条件下, 请你设计出使水果经销商盈利最大的配货方案, 并求出最大盈利为多少?

解析: (1) 经销商能盈利 = 水果箱数 \times 每箱水果的盈利;

(2) 设甲店配 A 种水果 x 箱, 分别表示出配给乙店的 A 水果, B 水果的箱数, 根据盈利不小于 110 元, 列不等式求解, 进一步利用经销商盈利 = A 种水果甲店盈利 $\times x$ + B 种水果甲店盈利 $\times (10-x)$ + A 种水果乙店盈利 $\times (10-x)$ + B 种水果乙店盈利 $\times x$; 列出函数解析式利用函数性质求得答案即可.

答案: (1) 经销商能盈利 = $5 \times 11 + 5 \times 17 + 5 \times 9 + 5 \times 13 = 5 \times 50 = 250$;

(2) 设甲店配 A 种水果 x 箱, 则甲店配 B 种水果 $(10-x)$ 箱, 乙店配 A 种水果 $(10-x)$ 箱, 乙店配 B 种水果 $10 - (10-x) = x$ 箱.

$\because 9 \times (10-x) + 13x \geq 100$,

$$\therefore x \geq 2\frac{1}{2},$$

经销商盈利为 $w = 11x + 17 \cdot (10-x) + 9 \cdot (10-x) + 13x = -2x + 260$.

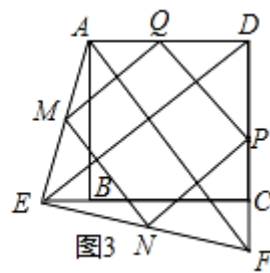
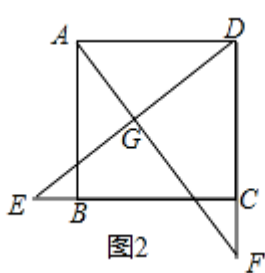
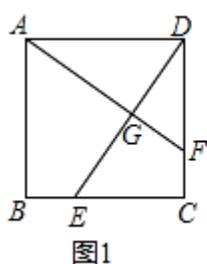
$\because -2 < 0$,

$\therefore w$ 随 x 增大而减小,

\therefore 当 $x=3$ 时, w 值最大.

甲店配 A 种水果 3 箱, B 种水果 7 箱. 乙店配 A 种水果 7 箱, B 种水果 3 箱. 最大盈利: $-2 \times 3 + 260 = 254$ (元).

27. (10 分) 已知 E, F 分别为正方形 ABCD 的边 BC, CD 上的点, AF, DE 相交于点 G, 当 E, F 分别为边 BC, CD 的中点时, 有: ① AF=DE; ② AF \perp DE 成立.



试探究下列问题:

(1) 如图 1, 若点 E 不是边 BC 的中点, F 不是边 CD 的中点, 且 $CE=DF$, 上述结论①, ②是否仍然成立? (请直接回答“成立”或“不成立”), 不需要证明)

(2) 如图 2, 若点 E, F 分别在 CB 的延长线和 DC 的延长线上, 且 $CE=DF$, 此时, 上述结论①, ②是否仍然成立? 若成立, 请写出证明过程, 若不成立, 请说明理由;

(3) 如图 3, 在 (2) 的基础上, 连接 AE 和 BF, 若点 M, N, P, Q 分别为 AE, EF, FD, AD 的中点, 请判断四边形 MNPQ 是“矩形、菱形、正方形”中的哪一种, 并证明你的结论.

解析: (1) 由四边形 ABCD 为正方形, $CE=DF$, 易证得 $\triangle ADF \cong \triangle DCE$ (SAS), 即可证得 $AF=DE$, $\angle DAF = \angle CDE$, 又由 $\angle ADG + \angle EDC = 90^\circ$, 即可证得 $AF \perp DE$;

(2) 由四边形 ABCD 为正方形, $CE=DF$, 易证得 $\triangle ADF \cong \triangle DCE$ (SAS), 即可证得 $AF=DE$, $\angle E = \angle F$, 又由 $\angle ADG + \angle EDC = 90^\circ$, 即可证得 $AF \perp DE$;

(3) 首先设 MQ, DE 分别交 AF 于点 G, O, PQ 交 DE 于点 H, 由点 M, N, P, Q 分别为 AE, EF, FD, AD 的中点, 即可得 $MQ=PN = \frac{1}{2} DE$, $PQ=MN = \frac{1}{2} AF$, $MQ \parallel DE$, $PQ \parallel AF$, 然后由 $AF=DE$, 可证得四边形 MNPQ 是菱形, 又由 $AF \perp DE$ 即可证得四边形 MNPQ 是正方形.

答案: (1) 上述结论①, ②仍然成立,

理由为: \because 四边形 ABCD 为正方形,

$\therefore AD=DC$, $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} DF = CE \\ \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ, \\ AD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DCE$ (SAS),

$\therefore AF = DE, \angle DAF = \angle CDE,$

$\therefore \angle ADG + \angle EDC = 90^\circ,$

$\therefore \angle ADG + \angle DAF = 90^\circ,$

$\therefore \angle AGD = 90^\circ,$ 即 $AF \perp DE$;

(2) 上述结论①, ②仍然成立,

理由为: \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore AD = DC, \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ,$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} DF = CE \\ \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ, \\ AD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle DCE$ (SAS),

$\therefore AF = DE, \angle E = \angle F,$

$\therefore \angle ADG + \angle EDC = 90^\circ,$

$\therefore \angle ADG + \angle DAF = 90^\circ,$

$\therefore \angle AGD = 90^\circ,$ 即 $AF \perp DE$;

(3) 四边形 $MNPQ$ 是正方形.

理由为: 如图, 设 MQ, DE 分别交 AF 于点 G, O, PQ 交 DE 于点 $H,$

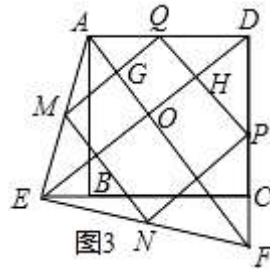


图3

\because 点 M, N, P, Q 分别为 AE, EF, FD, AD 的中点,

$\therefore MQ = PN = \frac{1}{2} DE, PQ = MN = \frac{1}{2} AF, MQ \parallel DE, PQ \parallel AF,$

\therefore 四边形 $OHQG$ 是平行四边形,

$\because AF = DE,$

$\therefore MQ = PQ = PN = MN,$

\therefore 四边形 $MNPQ$ 是菱形,

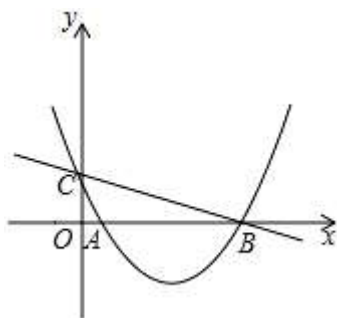
$\because AF \perp DE,$

$\therefore \angle AOD = 90^\circ,$

$\therefore \angle HQG = \angle AOD = 90^\circ,$

\therefore 四边形 $MNPQ$ 是正方形.

28. (12分) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2-5ax+2(a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 B .



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求直线 BC 的解析式;

(3) 若点 N 是抛物线上的动点, 过点 N 作 $NH \perp x$ 轴, 垂足为 H , 以 B, N, H 为顶点的三角形是否能够与 $\triangle OBC$ 相似(排除全等的情况)? 若能, 请求出所有符合条件的点 N 的坐标; 若不能, 请说明理由.

解析: (1) 把点 A 坐标代入抛物线 $y=ax^2-5ax+2(a \neq 0)$ 求得抛物线的解析式即可;

(2) 求出抛物线的对称轴, 再求得点 B, C 坐标, 设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$, 再把 B, C 两点坐标代入线 BC 的解析式为 $y=kx+b$, 求得 k 和 b 即可;

(3) 设 $N(x, ax^2-5ax+2)$, 分两种情况讨论: ① $\triangle OBC \sim \triangle HNB$, ② $\triangle OBC \sim \triangle HBN$, 根据相似, 得出比例式, 再分别求得点 N 坐标即可.

答案: (1) \because 点 $A(1, 0)$ 在抛物线 $y=ax^2-5ax+2(a \neq 0)$ 上,

$$\therefore a-5a+2=0,$$

$$\therefore a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2;$$

$$(2) \text{ 抛物线的对称轴为直线 } x = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{点 } B(4, 0), C(0, 2),$$

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$,

\therefore 把 B, C 两点坐标代入线 BC 的解析式为 $y=kx+b$, 得

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{2}, b = 2,$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式 } y = -\frac{1}{2}x + 2;$$

(3) 设 $N(x, \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2)$, 分三种情况讨论:

① 当 $\triangle OBC \sim \triangle HNB$ 时, 如图 1,

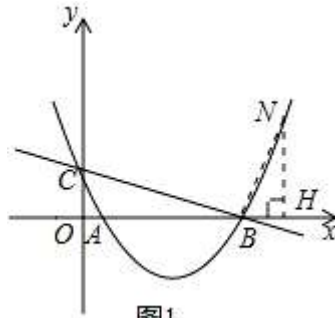


图1

$$\frac{OB}{HN} = \frac{OC}{BH},$$

$$\text{即 } \frac{4}{\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2} = \frac{2}{x-4},$$

解得 $x_1=5$, $x_2=4$ (不合题意, 舍去),

\therefore 点 N 坐标 (5, 2);

② 当 $\triangle OBC \sim \triangle HBN$ 时, 如图 2,

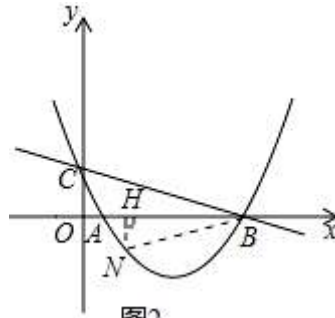


图2

$$\frac{OB}{BH} = \frac{OC}{HN},$$

$$\text{即 } \frac{4}{4-x} = \frac{2}{\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2},$$

解得 $x_1=2$, $x_2=4$ (不合题意舍去),

\therefore 点 N 坐标 (2, -1);

③ 当 $N(x, \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2)$ 在第二象限时,

H(x, 0) 在 x 轴的负半轴上,

$$\therefore BH=4-x,$$

$\because \triangle OBC \sim \triangle HNB,$

$$\therefore \frac{OB}{HN} = \frac{OC}{HB},$$

$$\text{即 } \frac{4}{x^2 - \frac{5}{2}x + 2} = \frac{2}{4-x},$$

得到 $x^2 - x - 12 = 0$

解得 $x_1=4$ (舍去); $x_2=-3$,

\therefore N 点的坐标为 $(-3, 14)$

综上所述, N 点的坐标为 $(5, 2)$ 、 $(2, -1)$ 或 $(-3, 14)$.