

2018 年天津市中考真题数学

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 计算 $(-3)^2$ 的结果等于()

- A. 5
- B. -5
- C. 9
- D. -9

解析：根据有理数的乘方法则求出即可.

答案：C.

2. $\cos 30^\circ$ 的值等于()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. 1
- D. $\sqrt{3}$

解析：根据特殊角的三角函数值直接解答即可.

答案：B.

3. 今年“五一”假期，我市某主题公园共接待游客 77800 人次，将 77800 用科学记数法表示为()

- A. 0.778×10^5
- B. 7.78×10^4
- C. 77.8×10^3
- D. 778×10^2

解析： $77800 = 7.78 \times 10^4$.

答案：B.

4. 下列图形中，可以看作是中心对称图形的是()





解析：A、是中心对称图形，故本选项正确；

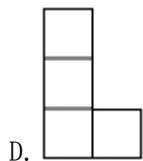
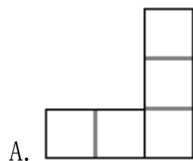
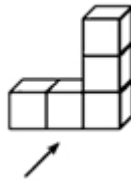
B、不是中心对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项错误.

答案：A.

5. 如图是一个由 5 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是()



解析：从正面看第一层是三个小正方形，第二层右边一个小正方形，第三层右边一个小正方形.

答案：A.

6. 估计 $\sqrt{65}$ 的值在()

A. 5 和 6 之间

B. 6 和 7 之间

C. 7 和 8 之间

D. 8 和 9 之间

解析： $8 < \sqrt{65} < 9$ ，即 $\sqrt{65}$ 在 8 到 9 之间.

答案： D.

7. 计算 $\frac{2x+3}{x+1} - \frac{2x}{x+1}$ 的结果为()

A. 1

B. 3

C. $\frac{3}{x+1}$

D. $\frac{x+3}{x+1}$

解析： 原式利用同分母分式的减法法则计算即可求出值.

答案： C.

8. 方程组 $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 16 \end{cases}$ 的解是()

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$

解析： 方程组利用代入消元法求出解即可.

答案： A.

9. 若点 $A(x_1, -6)$ ， $B(x_2, -2)$ ， $C(x_3, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象上，则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是()

A. $x_1 < x_2 < x_3$

B. $x_2 < x_1 < x_3$

C. $x_2 < x_3 < x_1$

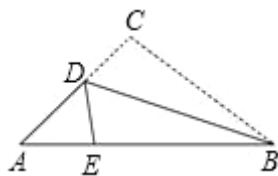
D. $x_3 < x_2 < x_1$

解析： 根据反比例函数图象上点的坐标特征，将 A、B、C 三点的坐标代入反比例函数的解析

式 $y = \frac{12}{x}$ ，分别求得 x_1, x_2, x_3 的值，然后再来比较它们的大小.

答案： B.

10. 如图，将一个三角形纸片 ABC 沿过点 B 的直线折叠，使点 C 落在 AB 边上的点 E 处，折痕为 BD，则下列结论一定正确的是()



- A. $AD=BD$
- B. $AE=AC$
- C. $ED+EB=DB$
- D. $AE+CB=AB$

解析：∵ $\triangle BDE$ 由 $\triangle BDC$ 翻折而成，

∴ $BE=BC$.

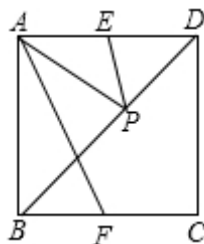
∴ $AE+BE=AB$,

∴ $AE+CB=AB$,

故 D 正确.

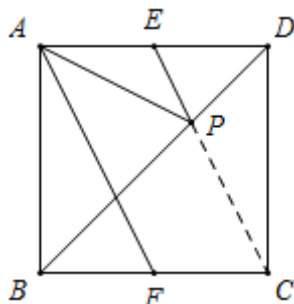
答案：D.

11. 如图，在正方形 ABCD 中，E, F 分别为 AD, BC 的中点，P 为对角线 BD 上的一个动点，则下列线段的长等于 $AP+EP$ 最小值的是()



- A. AB
- B. DE
- C. BD
- D. AF

解析：如图，连接 CP，



由 $AD=CD$ ， $\angle ADP=\angle CDP=45^\circ$ ， $DP=DP$ ，可得 $\triangle ADP \cong \triangle CDP$ ，

∴ $AP=CP$ ，

∴ $AP+PE=CP+PE$ ，

∴ 当点 E, P, C 在同一直线上时， $AP+PE$ 的最小值为 CE 长，

此时, 由 $AB=CD$, $\angle ABF=\angle CDE$, $BF=DE$, 可得 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$,

$\therefore AF=CE$,

$\therefore AP+EP$ 最小值等于线段 AF 的长.

答案: D.

12. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 经过点 $(-1, 0)$, $(0, 3)$, 其对称轴在 y 轴右侧. 有下列结论:

① 抛物线经过点 $(1, 0)$;

② 方程 $ax^2+bx+c=2$ 有两个不相等的实数根;

③ $-3 < a+b < 3$

其中, 正确结论的个数为 ()

A. 0

B. 1

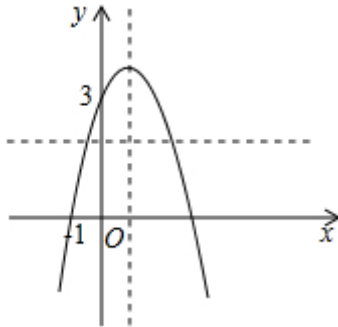
C. 2

D. 3

解析: ① 由抛物线过点 $(-1, 0)$, 对称轴在 y 轴右侧, 即可得出当 $x=1$ 时 $y > 0$, 结论①错误;

② 过点 $(0, 2)$ 作 x 轴的平行线, 由该直线与抛物线有两个交点, 可得出方程 $ax^2+bx+c=2$ 有两个不相等的实数根, 结论②正确;

③ 由当 $x=1$ 时 $y > 0$, 可得出 $a+b > -c$, 由抛物线与 y 轴交于点 $(0, 3)$ 可得出 $c=3$, 进而即可得出 $a+b > -3$, 由抛物线过点 $(-1, 0)$ 可得出 $a+b=2a+c$, 结合 $a < 0$ 、 $c=3$ 可得出 $a+b < 3$, 综上可得出 $-3 < a+b < 3$, 结论③正确. 此题得解.



答案: C.

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 计算 $2x^4 \cdot x^3$ 的结果等于_____.

解析: 单项式与单项式相乘, 把他们的系数, 相同字母分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式. 依此即可求解.

答案: $2x^7$.

14. 计算 $(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})$ 的结果等于_____.

解析: 利用平方差公式计算即可.

答案: 3.

15. 不透明袋子中装有 11 个球, 其中有 6 个红球, 3 个黄球, 2 个绿球, 这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是_____.

解析：∵袋子中共有 11 个小球，其中红球有 6 个，

∴摸出一个球是红球的概率是 $\frac{6}{11}$.

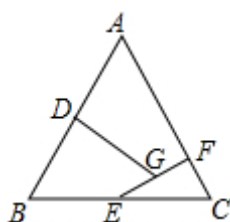
答案： $\frac{6}{11}$.

16. 将直线 $y=x$ 向上平移 2 个单位长度，平移后直线的解析式为_____.

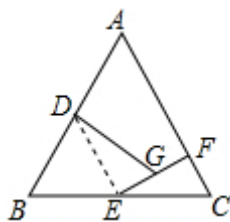
解析：直接根据“上加下减，左加右减”的平移规律求解即可.

答案： $y=x+2$.

17. 如图，在边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中，D, E 分别为 AB, BC 的中点， $EF \perp AC$ 于点 F, G 为 EF 的中点，连接 DG，则 DG 的长为_____.

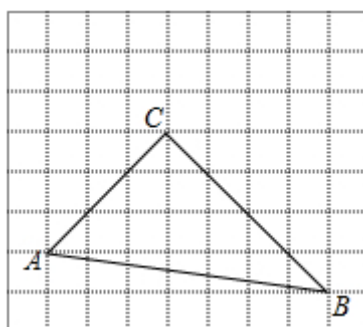


解析：直接利用三角形中位线定理进而得出 $DE=2$ ，且 $DE \parallel AC$ ，再利用勾股定理以及直角三角形的性质得出 EG 以及 DG 的长.



答案： $\frac{\sqrt{19}}{2}$.

18. 如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上，



(I) $\angle ACB$ 的大小为_____ (度)；

(II) 在如图所示的网格中，P 是 BC 边上任意一点，以 A 为中心，取旋转角等于 $\angle BAC$ ，把点 P 逆时针旋转，点 P 的对应点为 P' ，当 CP' 最短时，请用无刻度的直尺，画出点 P' ，并简要说明点 P' 的位置是如何找到的(不要求证明)_____.

解析：(I) 根据勾股定理可求 AB, AC, BC 的长，再根据勾股定理的逆定理可求 $\angle ACB$ 的大小；

(II) 通过将点 B 以 A 为中心，取旋转角等于 $\angle BAC$ 旋转，找到线段 BC 旋转后所得直线 FG，只需找到点 C 到 FG 的垂足即为 P'

答案：(I) 由网格图可知

$$AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$$

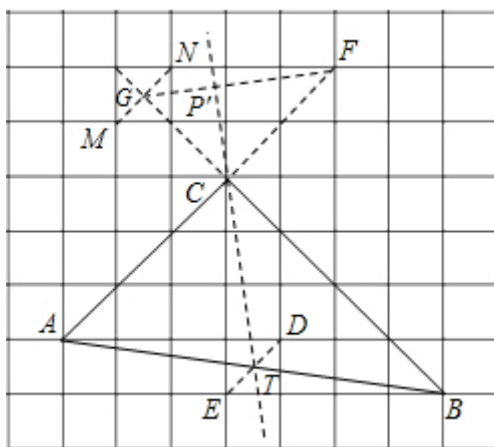
$$\because AC^2 + BC^2 = AB^2$$

\therefore 由勾股定理逆定理， $\triangle ABC$ 为直角三角形.

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

(II) 作图过程如下：

取格点 D, E, 连接 DE 交 AB 于点 T; 取格点 M, N, 连接 MN 交 BC 延长线于点 G; 取格点 F, 连接 FG 交 TC 延长线于点 P' , 则点 P' 即为所求



证明：连 CF

\because AC, CF 为正方形网格对角线

\therefore A、C、F 共线

$$\therefore AF = 5\sqrt{2} = AB$$

由图形可知： $GC = \frac{3}{2}\sqrt{2}$, $CF = 2\sqrt{2}$,

$$\because AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle GCF$$

$$\therefore \angle GFC = \angle B$$

$$\because AF = 5\sqrt{2} = AB$$

\therefore 当 BC 边绕点 C 逆时针选择 $\angle CAB$ 时，点 B 与点 F 重合，点 C 在射线 FG 上.

由作图可知 T 为 AB 中点

$$\therefore \angle TCA = \angle TAC$$

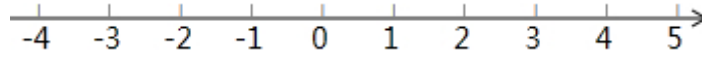
$$\therefore \angle F + \angle P'CF = \angle B + \angle TCA = \angle B + \angle TAC = 90^\circ$$

$$\therefore CP' \perp GF$$

此时，CP' 最短

三、解答题(本大题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. 解不等式组 $\begin{cases} x + 3 \geq 1, & \text{①} \\ 4x \leq 1 + 3x. & \text{②} \end{cases}$



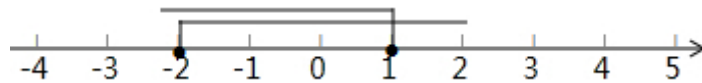
请结合题意填空，完成本题的解答.

- (I) 解不等式①，得_____；
- (II) 解不等式②，得_____；
- (III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；
- (IV) 原不等式组的解集为_____.

解析：先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分，然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

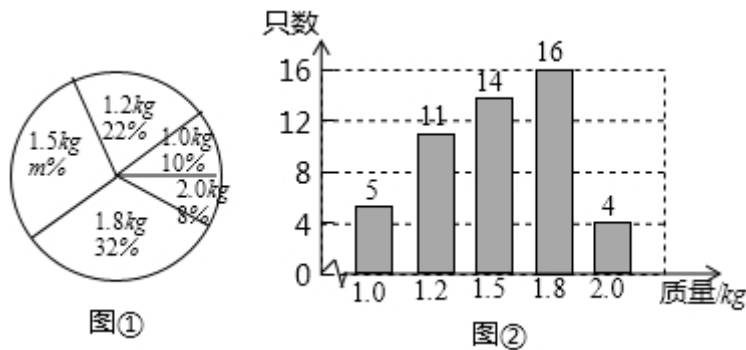
答案： $\begin{cases} x + 3 \geq 1, & \text{①} \\ 4x \leq 1 + 3x. & \text{②} \end{cases}$

- (I) 解不等式①，得 $x \geq -2$ ；
- (II) 解不等式②，得 $x \leq 1$ ；
- (III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来为：



(IV) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$.

20. 某养鸡场有 2500 只鸡准备对外出售，从中随机抽取了一部分鸡，根据它们的质量(单位：kg)，绘制出如下的统计图①和图②. 请根据相关信息，解答下列问题：



- (I) 图①中 m 的值为_____；
- (II) 求统计的这组数据的平均数、众数和中位数；
- (III) 根据样本数据，估计这 2500 只鸡中，质量为 2.0kg 的约有多少只？

解析：(I) 根据各种质量的百分比之和为 1 可得 m 的值；
 (II) 根据众数、中位数、加权平均数的定义计算即可；
 (III) 将样本中质量为 2.0kg 数量所占比例乘以总数量 2500 即可.

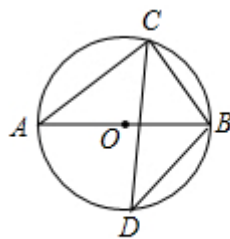
答案：(I) 图①中 m 的值为 $100 - (32 + 8 + 10 + 22) = 28$ ；

(II) 这组数据的平均数为 $\frac{1.0 \times 5 + 1.2 \times 11 + 1.5 \times 14 + 1.8 \times 16 + 2.0 \times 4}{5 + 11 + 14 + 16 + 4} = 1.52$ (kg),

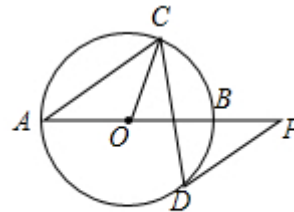
众数为 1.8kg, 中位数为 $\frac{1.5 + 1.5}{2} = 1.5$ kg;

(III) 估计这 2500 只鸡中, 质量为 2.0kg 的约有 $2500 \times \frac{4}{50} = 200$ 只.

21. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 相交, $\angle BAC = 38^\circ$,



图①



图②

(I) 如图①, 若 D 为 AB 的中点, 求 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小;

(II) 如图②, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线交于点 P, 若 $DP \parallel AC$, 求 $\angle OCD$ 的大小.

解析: (I) 根据圆周角和圆心角的关系和图形可以求得 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小;

(II) 根据题意和平行线的性质、切线的性质可以求得 $\angle OCD$ 的大小.

答案: (I) \because AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 相交, $\angle BAC = 38^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

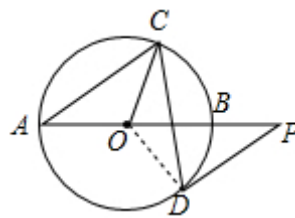
$\therefore \angle ABC = \angle ACB - \angle BAC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$,

\because D 为 AB 的中点, $\angle AOB = 180^\circ$,

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 45^\circ$;

(II) 连接 OD,



\because DP 切 $\odot O$ 于点 D,

$\therefore OD \perp DP$, 即 $\angle ODP = 90^\circ$,

由 $DP \parallel AC$, 又 $\angle BAC = 38^\circ$,

$\therefore \angle P = \angle BAC = 38^\circ$,

$\because \angle AOD$ 是 $\triangle ODP$ 的一个外角,

$\therefore \angle AOD = \angle P + \angle ODP = 128^\circ$,

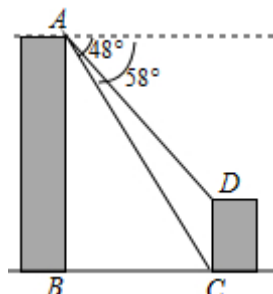
$\therefore \angle ACD = 64^\circ$,

$\because OC = OA$, $\angle BAC = 38^\circ$,

$\therefore \angle OCA = \angle BAC = 38^\circ$,

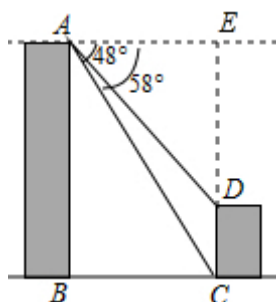
$$\therefore \angle OCD = \angle ACD - \angle OCA = 64^\circ - 38^\circ = 26^\circ .$$

22. 如图，甲、乙两座建筑物的水平距离 BC 为 78m，从甲的顶部 A 处测得乙的顶部 D 处的俯角为 48° ，测得底部 C 处的俯角为 58° ，求甲、乙建筑物的高度 AB 和 DC (结果取整数). 参考数据： $\tan 48^\circ \approx 1.11$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$.



解析：首先分析图形：根据题意构造直角三角形；本题涉及两个直角三角形，应用其公共边构造关系式，进而可求出答案.

答案：如图作 $AE \perp CD$ 交 CD 的延长线于 E. 则四边形 ABCE 是矩形，



$$\therefore AE = BC = 78, AB = CE,$$

在 $Rt\triangle ACE$ 中， $EC = AE \cdot \tan 58^\circ \approx 125$ (m)

在 $Rt\triangle AED$ 中， $DE = AE \cdot \tan 48^\circ$ ，

$$\therefore CD = EC - DE = AE \cdot \tan 58^\circ - AE \cdot \tan 48^\circ = 78 \times 1.6 - 78 \times 1.11 \approx 38$$
 (m)，

答：甲、乙建筑物的高度 AB 为 125m，DC 为 38m.

23. 某游泳馆每年夏季推出两种游泳付费方式，方式一：先购买会员证，每张会员证 100 元，只限本人当年使用，凭证游泳每次再付费 5 元；方式二：不购买会员证，每次游泳付费 9 元.

设小明计划今年夏季游泳次数为 x (x 为正整数).

(I) 根据题意，填写下表：

游泳次数	10	15	20	...	x
方式一的总费用 (元)	150	175	_____	...	_____
方式二的总费用 (元)	90	135	_____	...	_____

(II) 若小明计划今年夏季游泳的总费用为 270 元，选择哪种付费方式，他游泳的次数比较多？

(III) 当 $x > 20$ 时，小明选择哪种付费方式更合算？并说明理由.

解析：(I)根据题意可以将表格中空缺的部分补充完整；

(II)根据题意可以求得当费用为 270 元时，两种方式下的游泳次数；

(III)根据题意可以计算出 x 在什么范围内，哪种付费更合算.

答案：(I)当 $x=20$ 时，方式一的总费用为： $100+20\times 5=200$ ，方式二的费用为： $20\times 9=180$ ，当游泳次数为 x 时，方式一费用为： $100+5x$ ，方式二的费用为： $9x$ ；

(II)方式一，令 $100+5x=270$ ，解得： $x=34$ ，

方式二、令 $9x=270$ ，解得： $x=30$ ；

$\because 34 > 30$ ，

\therefore 选择方式一付费方式，他游泳的次数比较多；

(III)令 $100+5x < 9x$ ，得 $x > 25$ ，

令 $100+5x = 9x$ ，得 $x = 25$ ，

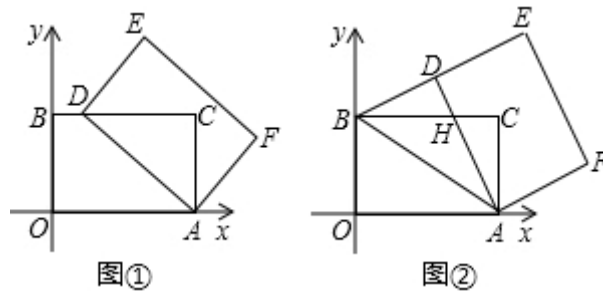
令 $100+5x > 9x$ ，得 $x < 25$ ，

\therefore 当 $20 < x < 25$ 时，小明选择方式二的付费方式，

当 $x=25$ 时，小明选择两种付费方式一样，

但 $x > 25$ 时，小明选择方式一的付费方式.

24. 在平面直角坐标系中，四边形 AOB C 是矩形，点 O(0, 0)，点 A(5, 0)，点 B(0, 3). 以点 A 为中心，顺时针旋转矩形 AOB C，得到矩形 ADE F，点 O, B, C 的对应点分别为 D, E, F.



(I)如图①，当点 D 落在 BC 边上时，求点 D 的坐标；

(II)如图②，当点 D 落在线段 BE 上时，AD 与 BC 交于点 H.

①求证 $\triangle ADB \cong \triangle AOB$ ；

②求点 H 的坐标.

(III)记 K 为矩形 AOB C 对角线的交点，S 为 $\triangle KDE$ 的面积，求 S 的取值范围(直接写出结果即可).

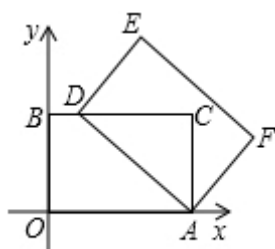
解析：(I)如图①，在 $Rt\triangle ACD$ 中求出 CD 即可解决问题；

(II)①根据 HL 证明即可；

②，设 $AH=BH=m$ ，则 $HC=BC-BH=5-m$ ，在 $Rt\triangle AHC$ 中，根据 $AH^2=HC^2+AC^2$ ，构建方程求出 m 即可解决问题；

(III)如图③中，当点 D 在线段 BK 上时， $\triangle DEK$ 的面积最小，当点 D 在 BA 的延长线上时， $\triangle D' E' K$ 的面积最大，求出面积的最小值以及最大值即可解决问题；

答案：(I)如图①中，



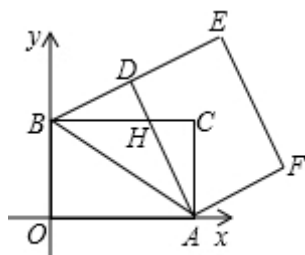
图①

$\because A(5, 0), B(0, 3),$
 $\therefore OA=5, OB=3,$
 \because 四边形 AOBC 是矩形,
 $\therefore AC=OB=3, OA=BC=5, \angle OBC=\angle C=90^\circ,$
 \because 矩形 ADEF 是由矩形 AOBC 旋转得到,
 $\therefore AD=AO=5,$

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $CD=\sqrt{AD^2 - AC^2}=4,$

$\therefore BD=BC-CD=1,$
 $\therefore D(1, 3).$

(II) ①如图②中,



图②

由四边形 ADEF 是矩形, 得到 $\angle ADE=90^\circ,$

\because 点 D 在线段 BE 上,

$\therefore \angle ADB=90^\circ,$

由 (I) 可知, $AD=AO,$ 又 $AB=AB, \angle AOB=90^\circ,$

$\therefore Rt\triangle ADB \cong Rt\triangle AOB (HL).$

②如图②中,

由 $\triangle ADB \cong \triangle AOB,$ 得到 $\angle BAD=\angle BAO,$

又在矩形 AOBC 中, $OA \parallel BC,$

$\therefore \angle CBA=\angle OAB,$

$\therefore \angle BAD=\angle CBA,$

$\therefore BH=AH,$ 设 $AH=BH=m,$ 则 $HC=BC-BH=5-m,$

在 $Rt\triangle AHC$ 中, $\because AH^2=HC^2+AC^2,$

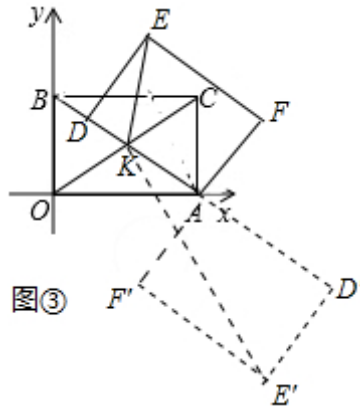
$\therefore m^2=3^2+(5-m)^2,$

$\therefore m=\frac{17}{5},$

$\therefore BH=\frac{17}{5},$

$\therefore H(\frac{17}{5}, 3).$

(III) 如图③中,



当点 D 在线段 BK 上时, $\triangle DEK$ 的面积最小, 最小值 $= \frac{1}{2} \cdot DE \cdot DK = \frac{1}{2} \times 3 \times (5 - \frac{\sqrt{34}}{2}) = \frac{30 - \sqrt{34}}{4},$

当点 D 在 BA 的延长线上时, $\triangle D'E'K$ 的面积最大, 最大面积 $= \frac{1}{2} \times D'E' \times KD' = \frac{1}{2} \times 3 \times (5 + \frac{\sqrt{34}}{2}) = \frac{30 + \sqrt{34}}{4}.$

综上所述, $\frac{30 - \sqrt{34}}{4} \leq S \leq \frac{30 + \sqrt{34}}{4}.$

25. 在平面直角坐标系中, 点 $O(0, 0)$, 点 $A(1, 0)$. 已知抛物线 $y=x^2+mx-2m$ (m 是常数), 顶点为 P.

(I) 当抛物线经过点 A 时, 求顶点 P 的坐标;

(II) 若点 P 在 x 轴下方, 当 $\angle AOP=45^\circ$ 时, 求抛物线的解析式;

(III) 无论 m 取何值, 该抛物线都经过定点 H. 当 $\angle AHP=45^\circ$ 时, 求抛物线的解析式.

解析: (I) 将点 A 坐标代入解析式求得 m 的值即可得;

(II) 先求出顶点 P 的坐标 $(-\frac{m}{2}, -\frac{m^2+8m}{4})$, 根据 $\angle AOP=45^\circ$ 知点 P 在第四象限且 $PQ=OQ$,

列出关于 m 的方程, 解之可得;

(III) 由 $y=x^2+mx-2m=x^2+m(x-2)$ 知 $H(2, 4)$, 过点 A 作 $AD \perp AH$, 交射线 HP 于点 D, 分别过点 D、H 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 E、G, 证 $\triangle ADE \cong \triangle HAG$ 得 $DE=AG=1$, $AE=HG=4$, 据此知点 D 的坐标为 $(-3, 1)$ 或 $(5, -1)$, 再求出直线 DH 的解析式, 将点 P 的坐标代入求得 m 的值即可得出答案.

答案: (I) \because 抛物线 $y=x^2+mx-2m$ 经过点 $A(1, 0)$,

$\therefore 0=1+m-2m,$

解得: $m=1,$

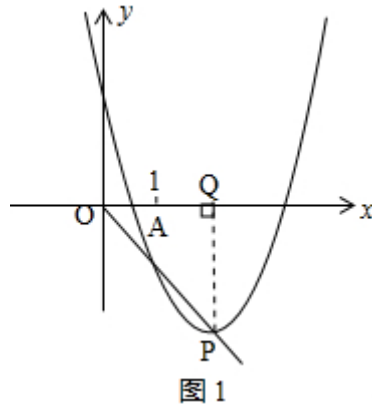
\therefore 抛物线解析式为 $y=x^2+x-2,$

$$\because y=x^2+x-2=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4},$$

\therefore 顶点 P 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4})$;

(II) 抛物线 $y=x^2+mx-2m$ 的顶点 P 的坐标为 $(-\frac{m}{2}, -\frac{m^2+8m}{4})$,

由点 A(1, 0) 在 x 轴的正半轴上, 点 P 在 x 轴的下方, $\angle AOP=45^\circ$ 知点 P 在第四象限, 如图 1, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q,



则 $\angle POQ = \angle OPQ = 45^\circ$,

可知 $PQ = OQ$, 即 $\frac{m^2+8m}{4} = -\frac{m}{2}$,

解得: $m_1=0, m_2=-10$,

当 $m=0$ 时, 点 P 不在第四象限, 舍去;

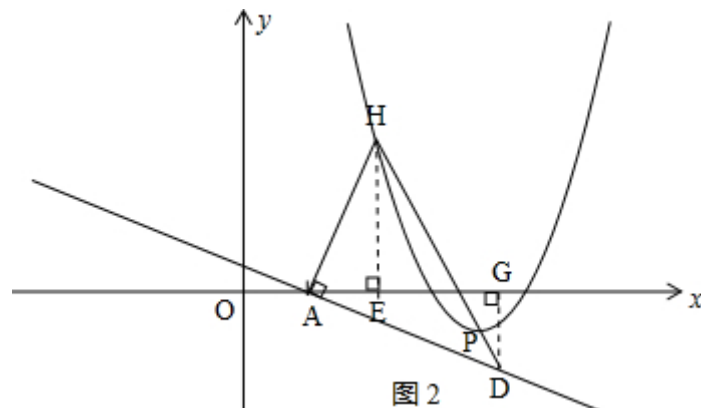
$\therefore m=-10$,

\therefore 抛物线的解析式为 $y=x^2-10x+20$;

(III) 由 $y=x^2+mx-2m=x^2+m(x-2)$ 可知当 $x=2$ 时, 无论 m 取何值时 y 都等于 -4 ,

\therefore 点 H 的坐标为 $(2, 4)$,

过点 A 作 $AD \perp AH$, 交射线 HP 于点 D, 分别过点 D、H 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 E、G,



则 $\angle DEA = \angle AGH = 90^\circ$,

$\because \angle DAH = 90^\circ, \angle AHD = 45^\circ$,

$\therefore \angle ADH = 45^\circ$,

$\therefore AH = AD$,

$$\because \angle DAE + \angle HAG = \angle AHG + \angle HAG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AHG,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle HAG,$$

$$\therefore DE = AG = 1, AE = HG = 4,$$

则点 D 的坐标为 $(-3, 1)$ 或 $(5, -1)$;

$$\textcircled{1} \text{ 当点 D 的坐标为 } (-3, 1) \text{ 时, 可得直线 DH 的解析式为 } y = \frac{3}{5}x + \frac{14}{5},$$

$$\because \text{点 } P\left(-\frac{m}{2}, -\frac{m^2 + 8m}{4}\right) \text{ 在直线 } y = \frac{3}{5}x + \frac{14}{5} \text{ 上,}$$

$$\therefore -\frac{m^2 + 8m}{4} = \frac{3}{5} \times \left(-\frac{m}{2}\right) + \frac{14}{5},$$

$$\text{解得: } m_1 = -4, m_2 = -\frac{14}{5},$$

当 $m = -4$ 时, 点 P 与点 H 重合, 不符合题意,

$$\therefore m = -\frac{14}{5};$$

$$\textcircled{2} \text{ 当点 D 的坐标为 } (5, -1) \text{ 时, 可得直线 DH 的解析式为 } y = -\frac{5}{3}x + \frac{22}{3},$$

$$\because \text{点 } P\left(-\frac{m}{2}, -\frac{m^2 + 8m}{4}\right) \text{ 在直线 } y = -\frac{5}{3}x + \frac{22}{3} \text{ 上,}$$

$$\therefore -\frac{m^2 + 8m}{4} = -\frac{5}{3} \times \left(-\frac{m}{2}\right) + \frac{22}{3},$$

$$\text{解得: } m_1 = -4 \text{ (舍)}, m_2 = -\frac{22}{3},$$

$$\text{综上, } m = -\frac{14}{5} \text{ 或 } m = -\frac{22}{3},$$

$$\text{则抛物线的解析式为 } y = x^2 - \frac{14}{5}x + \frac{28}{5} \text{ 或 } y = x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{44}{3}.$$