2016年宁夏中考真题数学

一、选择题(每小题3分，共24分)

1.某地一天的最高气温是8℃，最低气温是-2℃，则该地这天的温差是(　　)
A.10℃
B.-10℃
C.6℃
D.-6℃
解析：根据题意得：8-(-2)=8+2=10，则该地这天的温差是10℃.
答案：A

2.下列计算正确的是(　　)

A. $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

B. $(-a^2)^2=-a^4$
C. $(a-2)^2=a^2-4$

D. $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ (a≥0，b＞0)

解析：A、$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 无法计算，故此选项错误；

B、$(-a^2)^2=a^4$，故此选项错误；
C、$(a-2)^2=a^2-4a+4$，故此选项错误；

D、$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ (a≥0，b＞0)，正确.

答案：D.

3.已知x，y满足方程组 $\begin{cases}x+6y=12,\\3x-2y=8\end{cases}$，则x+y的值为(　　)

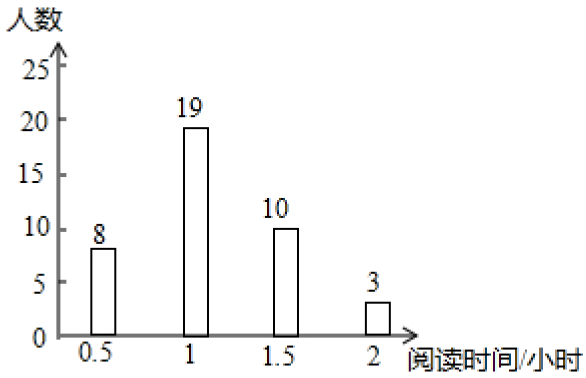
A.9
B.7
C.5
D.3

解析：$\begin{cases}x+6y=12①,\\3x-2y=8②,\end{cases}$ ①+②得：4x+4y=20，则x+y=5.

答案：C

4.为响应“书香校响园”建设的号召，在全校形成良好的阅读氛围，随机调查了部分学生平均每天阅读时间，统计结果如图所示，则本次调查中阅读时间为的众数和中位数分别是

(　　)



A. 2 和 1

B. 1.25 和 1

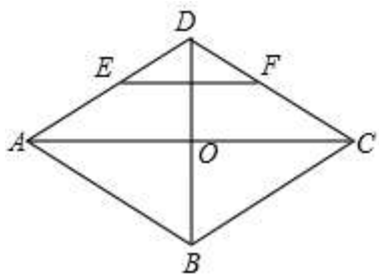
C. 1 和 1

D. 1 和 1.25

解析：由统计图可知众数为 1 小时；共有：8+19+10+3=40 人，中位数应为第 20 与第 21 个的平均数，而第 20 个数和第 21 个数都是 1(小时)，则中位数是 1 小时.

答案：C.

5. 菱形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，E，F 分别是 AD，CD 边上的中点，连接 EF. 若 EF= $\sqrt{2}$，BD=2，则菱形 ABCD 的面积为(　　)



A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. $6\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{2}$

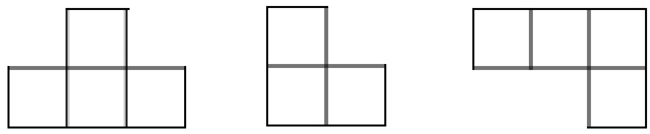
解析：∵E，F 分别是 AD，CD 边上的中点，EF=$\sqrt{2}$，∴AC=2EF=$2\sqrt{2}$，

又∵BD=2，∴菱形 ABCD 的面积 S=$\frac{1}{2}$×AC×BD=$\frac{1}{2}$×$2\sqrt{2}$×2=$2\sqrt{2}$.

答案：A.

6. 由若干个相同的小正方体组合而成的一个几何体的三视图如图所示，则组成这个几何体的

小正方形个数是(　　)



主视图　　左视图　　俯视图

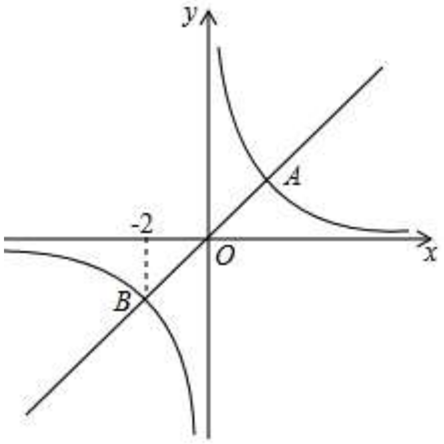
A. 3
B. 4
C. 5
D. 6
解析：综合三视图，我们可以得出，这个几何模型的底层有 3+1=4 个小正方体，第二有 1 个小正方体，因此搭成这个几何体模型所用的小正方体的个数是 4+1=5 个.
答案：C.

7. 某校要从甲、乙、丙、丁四名学生中选一名参加“汉字听写”大赛，选拔中每名学生的平均成绩 $\overline{x}$ 及其方差 s^2 如表所示，如果要选拔一名成绩高且发挥稳定的学生参赛，则应选择的学生是(　　)

	甲	乙	丙	丁
$\overline{x}$	8.9	9.5	9.5	8.9
s^2	0.92	0.92	1.01	1.03

A. 甲
B. 乙
C. 丙
D. 丁
解析：根据平均成绩可得乙和丙要比甲和丁好，根据方差可得甲和乙的成绩比丙和丁稳定，因此要选择一名成绩高且发挥稳定的学生参赛，因选择乙.
答案：B.

8. 正比例函数 $y_1=k_1x$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A，B 两点，其中点 B 的横坐标为-2，当 $y_1＜y_2$时，x 的取值范围是(　　)



A. $x<-2$ 或 $x>2$
B. $x<-2$ 或 $0<x<2$
C. $-2<x<0$ 或 $0<x<2$
D. $-2<x<0$ 或 $x>2$
解析：∵正比例和反比例均关于原点 O 对称，且点 B 的横坐标为-2，∴点 A 的横坐标为 2.
观察函数图象，发现：
当 $x<-2$ 或 $0<x<2$ 时，一次函数图象在反比例函数图象的下方，
∴当 $y_1<y_2$ 时，x 的取值范围是 $x<-2$ 或 $0<x<2$.
答案：B.

二、填空题(本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

9. 分解因式：$mn^2-m=$______________.
解析：先提取公因式 m，再利用平方差公式进行二次分解.
平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.
$mn^2-m=m(n^2-1)=m(n+1)(n-1)$.
答案：$m(n+1)(n-1)$

10. 若二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴有两个交点，则 m 的取值范围是______________.
解析：∵二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴有两个交点，∴△>0，∴4-4m>0，∴m<1.
答案：m<1.

11. 实数 a 在数轴上的位置如图，则 $|a-3|=$____________.

解析：数轴上的点表示的数右边的总比左边的大，可得 a 与 3 的关系，根据差的绝对值是大数减小数.
由数轴上点的位置关系，得 $a<3$. $|a-3|=3-a$，
答案：3-a.

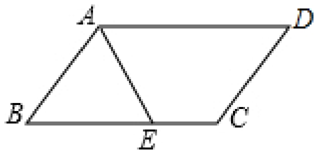
12. 用一个圆心角为 180°，半径为 4 的扇形围成一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆的半径为____________.

解析：设这个圆锥的底面圆的半径为 R，

由题意：$2\pi R=\dfrac{180\pi\cdot 4}{180}$，解得 R=2.

答案：2.

13.在平行四边形 ABCD 中，∠BAD 的平分线 AE 交 BC 于点 E，且 BE=3，若平行四边形 ABCD 的周长是 16，则 EC 等于__________.



解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AD∥BC，AB=CD，AD=BC，∴∠AEB=∠DAE，

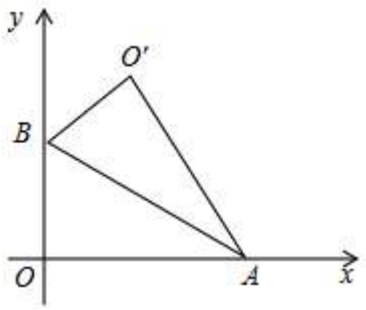
∵平行四边形 ABCD 的周长是 16，∴AB+BC=8，

∵AE 是∠BAD 的平分线，∴∠BAE=∠DAE，

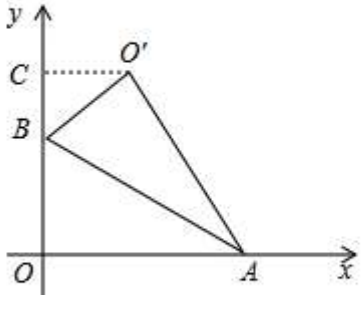
∴∠BAE=∠AEB，∴AB=BE=3，∴BC=5，∴EC=BC-BE=5-3=2.

答案：2.

14.如图，Rt△AOB 中，∠AOB=90°，OA 在 x 轴上，OB 在 y 轴上，点 A，B 的坐标分别为($\sqrt{3}$，0)，(0，1)，把 Rt△AOB 沿着 AB 对折得到 Rt△AO′B，则点 O′的坐标为__________.



解析：如图，作 O′C⊥y 轴于点 C，



∵点 A，B 的坐标分别为($\sqrt{3}$，0)，(0，1)，∴OB=1，OA=$\sqrt{3}$，∴tan∠BAO=$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠BAO=30°，∴∠OBA=60°，

∵Rt△AOB 沿着 AB 对折得到 Rt△AO′B，∴∠CBO′=60°，∴设 BC=x，则 OC′=$\sqrt{3}$x，

∴$x^2+(\sqrt{3}x)^2=1$，解得：$x=\frac{1}{2}$(负值舍去)，

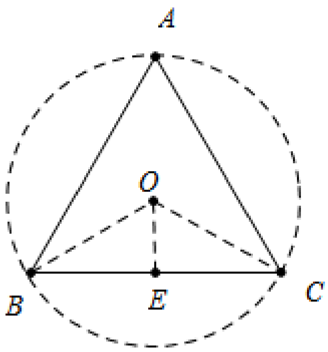
∴OC=OB+BC=$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，∴点O′的坐标为($\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$).

答案：($\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$).

15.已知正△ABC的边长为6，那么能够完全覆盖这个正△ABC的最小圆的半径是____________.

解析：如图，那么能够完全覆盖这个正△ABC的最小圆的半径就是△ABC外接圆的半径，

设⊙O是△ABC的外接圆，连接OB，OC，作OE⊥BC于E，

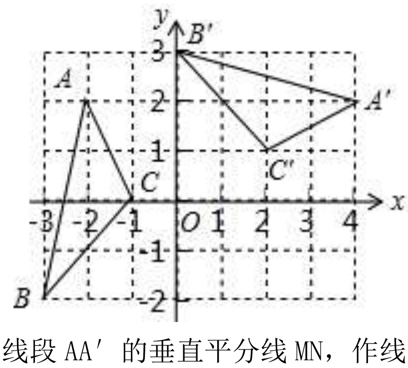


∵△ABC是等边三角形，∴∠A=60°，∠BOC=2∠A=120°，

∵OB=OC，OE⊥BC，∴∠BOE=60°，BE=EC=3，∴sin60°=$\frac{BE}{OB}$，∴OB=$2\sqrt{3}$.

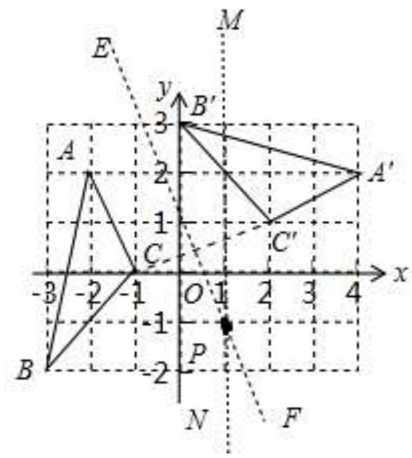
答案：$2\sqrt{3}$.

16.如图，在平面直角坐标系xOy中，△A′B′C′由△ABC绕点P旋转得到，则点P的坐标为____________.



解析：连接AA′、CC′，作线段AA′的垂直平分线MN，作线段CC′的垂直平分线EF，

直线MN和直线EF的交点为P，点P就是旋转中心.



∵直线 MN 为：x=1，设直线 CC′ 为 y=kx+b，由题意：$\begin{cases}-k+b=0,\\2k+b=1,\end{cases}$

∴$\begin{cases}k=\dfrac{1}{3},\\b=\dfrac{1}{3},\end{cases}$ ∴直线 CC′ 为 y=$\dfrac{1}{3}$x+$\dfrac{1}{3}$，

∵直线 EF⊥CC′，经过 CC′ 中点($\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{2}$)，∴直线 EF 为 y=-3x+2，

由$\begin{cases}x=1,\\y=-3x+2\end{cases}$得$\begin{cases}x=1,\\y=-1,\end{cases}$ ∴P(1，-1).

答案：(1，-1).

三、解答题(本题共 6 道题，每题 6 分，共 36 分)

17.解不等式组$\begin{cases}x+1>\dfrac{3x-1}{2},\\2x-(x-3)\geq 5.\end{cases}$

解析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

答案：$\begin{cases}x+1>\dfrac{3x-1}{2}①,\\2x-(x-3)\geq 5②,\end{cases}$ 由①得，x＜3，由②得，x≥2，

故不等式组的解集为：2≤x＜3.

18.化简求值：$\left(\dfrac{a}{a+2}+\dfrac{1}{a^2-4}\right)\div\dfrac{a-1}{a+2}+\dfrac{1}{a-2}$，其中 a=2+$\sqrt{2}$.

解析：原式第一项括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分后两项化简得到最简结果，把 a 的值代入计算即可求出值.

答案：原式=$\left[\frac{a\left(a-2\right)}{\left(a+2\right)\left(a-2\right)}+\frac{1}{\left(a+2\right)\left(a-2\right)}\right]\cdot\frac{a+2}{a-1}+\frac{1}{a-2}$

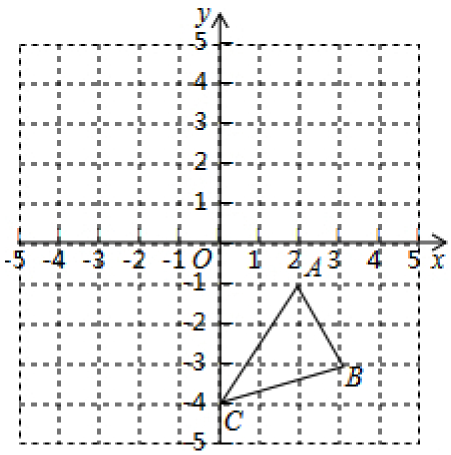
=$\frac{\left(a-1\right)^2}{\left(a+2\right)\left(a-2\right)}\cdot\frac{a+2}{a-1}+\frac{1}{a-2}$

=$\frac{a-1+1}{a-2}$

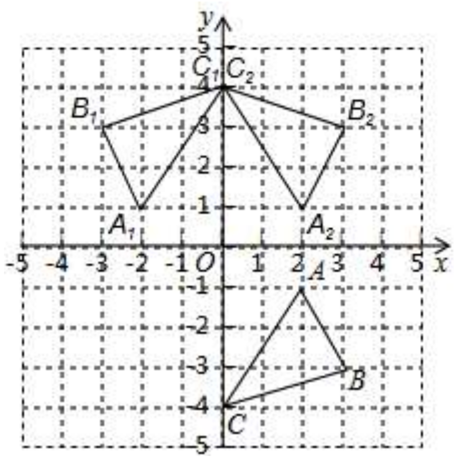
=$\frac{a}{a-2}$，

当 a=2+$\sqrt{2}$ 时，原式=$\sqrt{2}$ +1.

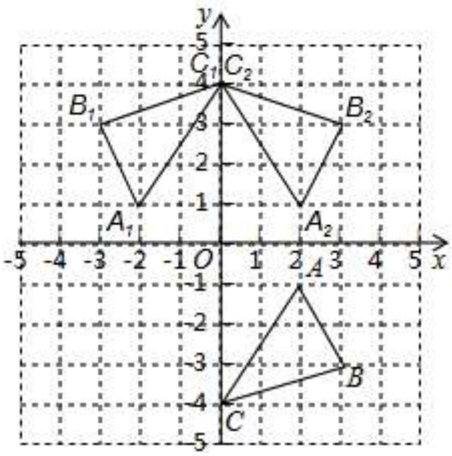
19.在平面直角坐标系中，△ABC 的三个顶点坐标分别为 A(2，-1)，B(3，-3)，C(0，-4)



(1)画出△ABC 关于原点 O 成中心对称的△$A_1B_1C_1$；
(2)画出△$A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的△$A_2B_2C_2$.
解析：(1)根据网格结构找出点 A、B、C 关于原点对称的点 A_1、B_1、C_1 的位置，然后顺次连接即可；
(2)根据网格结构找出点 A_1、B_1、C_1 关于 y 轴对称的点 A_2、B_2、C_2 的位置，然后顺次连接即可.
答案：(1)△$A_1B_1C_1$ 如图所示.



(2)△$A_2B_2C_2$ 如图所示.



20. 为了解学生的体能情况，随机选取了 1000 名学生进行调查，并记录了他们对长跑、短跑、跳绳、跳远四个项目的喜欢情况，整理成以下统计表，其中“√”表示喜欢，“×”表示不喜欢.

项目 学生数	长跑	短跑	跳绳	跳远
200	√	×	√	√
300	×	√	×	√
150	√	√	√	×
200	√	×	√	×
150	√	×	×	×

(1)估计学生同时喜欢短跑和跳绳的概率；
(2)估计学生在长跑、短跑、跳绳、跳远中同时喜欢三个项目的概率；
(3)如果学生喜欢长跑、则该同学同时喜欢短跑、跳绳、跳远中哪项的可能性大？
解析：(1)根据求概率的公式即可得到结论；
(2)根据求概率的公式即可得到结论；
(3)根据求概率的公式求得各项概率进行比较即可得到结论.

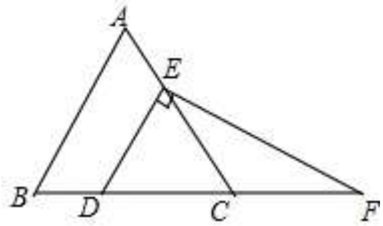
答案：(1)同时喜欢短跑和跳绳的概率=$\dfrac{300}{1000}=\dfrac{3}{10}$；

(2)同时喜欢三个项目的概率=$\dfrac{150}{1000}=\dfrac{3}{20}$；

(3)同时喜欢短跑的概率=$\dfrac{150}{1000}=\dfrac{3}{20}$，同时喜欢跳绳的概率=$\dfrac{200+150+200}{1000}=\dfrac{11}{20}$，同时喜欢跳远的概率=$\dfrac{200}{1000}=\dfrac{1}{5}$，

$\because\dfrac{11}{20}>\dfrac{1}{5}>\dfrac{3}{20}$，$\therefore$同时喜欢跳绳的可能性大.

21.在等边△ABC 中，点 D，E 分别在边 BC、AC 上，若 CD=2，过点 D 作 DE∥AB，过点 E 作 EF⊥DE，交 BC 的延长线于点 F，求 EF 的长.



解析：先证明△DEC 是等边三角形，再在 RT△DEC 中求出 EF 即可解决问题.

答案：∵△ABC 是等边三角形，∴∠B=∠ACB=60°，

∵DE∥AB，∴∠EDC=∠B=60°，∴△EDC 是等边三角形，∴DE=DC=2，

在 RT△DEC 中，∵∠DEC=90°，DE=2，∴DF=2DE=4，∴EF= $\sqrt{DF^2-DE^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

22. 某种型号油电混合动力汽车，从 A 地到 B 地燃油行驶纯燃油费用 76 元，从 A 地到 B 地用电行驶纯电费用 26 元，已知每行驶 1 千米，纯燃油费用比纯用电费用多 0.5 元.

(1)求每行驶 1 千米纯用电的费用；

(2)若要使从 A 地到 B 地油电混合行驶所需的油、电费用合计不超过 39 元，则至少用电行驶多少千米？

解析：(1)根据某种型号油电混合动力汽车，从 A 地到 B 地燃油行驶纯燃油费用 76 元，从 A 地到 B 地用电行驶纯电费用 26 元，已知每行驶 1 千米，纯燃油费用比纯用电费用多 0.5 元，可以列出相应的分式方程，然后解分式方程即可解答本题；

(2)根据(1)中用电每千米的费用和本问中的信息可以列出相应的不等式，解不等式即可解答本题.

答案：(1)设每行驶 1 千米纯用电的费用为 x 元，

$\frac{76}{x+0.5}=\frac{26}{x}$，解得，x=0.26，

经检验，x=0.26 是原分式方程的解，

即每行驶 1 千米纯用电的费用为 0.26 元；

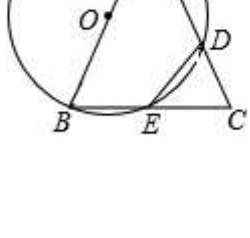
(2)从 A 地到 B 地油电混合行驶，用电行驶 y 千米，

$0.26y+(\frac{26}{0.26}-y)\times(0.26+0.50)\leqslant 39$，解得，$y\geqslant 74$，

即至少用电行驶 74 千米.

四、解答题(本题共 4 道题，其中 23 题、24 题每题 8 分，25 题、26 题每题 10 分，共 36 分)

23.已知△ABC，以 AB 为直径的⊙O 分别交 AC 于 D，BC 于 E，连接 ED，若 ED=EC.

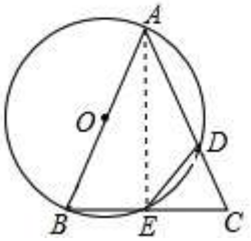


(1)求证：AB=AC；

(2)若 AB=4，BC=$2\sqrt{3}$，求 CD 的长.

解析：(1)由等腰三角形的性质得到∠EDC=∠C，由圆外接四边形的性质得到∠EDC=∠B，由此推得∠B=∠C，由等腰三角形的判定即可证得结论；
(2)连接 AE，由 AB 为直径，可证得 AE⊥BC，由(1)知 AB=AC，由“三线合一”定理得到 BE=CE=$\frac{1}{2}$BC=$\sqrt{3}$，由割线定理可证得结论.

答案：(1)∵ED=EC，
∴∠EDC=∠C，
∵∠EDC=∠B，
∴∠B=∠C，
∴AB=AC.
(2)连接 AE，

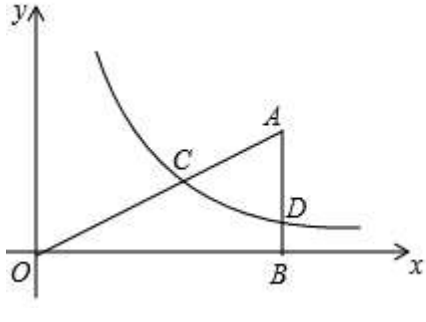


∵AB 为直径，∴AE⊥BC，

由(1)知 AB=AC，∴BE=CE=$\frac{1}{2}$BC=$\sqrt{3}$，

∵CE·CB=CD·CA，AC=AB=4，∴$\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}$=4CD，∴CD=$\frac{3}{2}$.

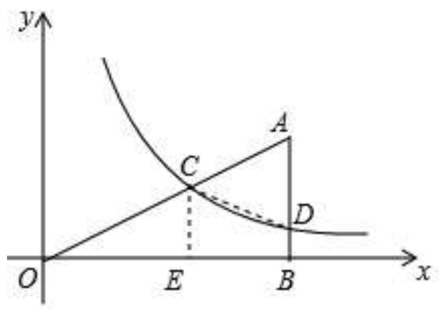
24.如图，Rt△ABO 的顶点 O 在坐标原点，点 B 在 x 轴上，∠ABO=90°，∠AOB=30°，OB=$2\sqrt{3}$，反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(x＞0)的图象经过 OA 的中点 C，交 AB 于点 D.



(1)求反比例函数的关系式；
(2)连接 CD，求四边形 CDBO 的面积.

解析：(1)解直角三角形求得 AB，作 CE⊥OB 于 E，根据平行线分线段成比例定理和三角形中位线的性质求得 C 的坐标，然后根据待定系数法即可求得反比例函数的解析式；
(2)求得 D 的坐标，进而求得 AD 的长，得出△ACD 的面积，然后根据 $S_{四边形CDBO}=S_{\triangle AOB}-S_{\triangle ACD}$ 即可求得.

答案：(1)∵∠ABO=90°，∠AOB=30°，OB=2$\sqrt{3}$，∴AB=$\frac{\sqrt{3}}{3}$OB=2，作 CE⊥OB 于 E，



∵∠ABO=90°，∴CE∥AB，∴OC=AC，∴OE=BE=$\frac{1}{2}$OB=$\sqrt{3}$，CE=$\frac{1}{2}$AB=1，∴C($\sqrt{3}$，1)，

∵反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(x＞0)的图象经过 OA 的中点 C，

∴1=$\frac{k}{\sqrt{3}}$，∴k=$\sqrt{3}$，∴反比例函数的关系式为 y=$\frac{\sqrt{3}}{x}$.

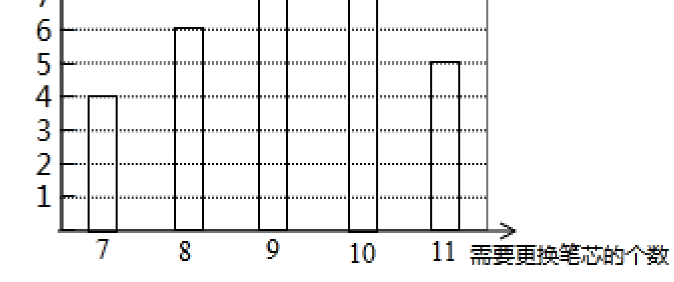
(2)∵OB=2$\sqrt{3}$，∴D 的横坐标为 2$\sqrt{3}$，

代入 y=$\frac{\sqrt{3}}{x}$得，y=$\frac{1}{2}$，∴D(2$\sqrt{3}$，$\frac{1}{2}$)，∴BD=$\frac{1}{2}$，

∵AB=2，∴AD=$\frac{3}{2}$，∴$S_{\triangle ACD}$=$\frac{1}{2}$AD•BE=$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，

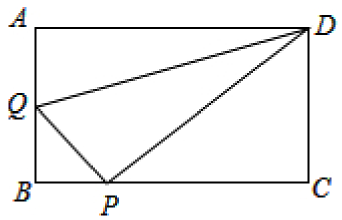
∴$S_{四边形CDBO}=S_{\triangle AOB}-S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}$OB•AB$-\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2-\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$.

25. 某种水彩笔，在购买时，若同时额外购买笔芯，每个优惠价为 3 元，使用期间，若备用笔芯不足时需另外购买，每个 5 元.现要对在购买水彩笔时应同时购买几个笔芯作出选择，为此收集了这种水彩笔在使用期内需要更换笔芯个数的 30 组数据，整理绘制出下面的条形统计图：



设 x 表示水彩笔在使用期内需要更换的笔芯个数，y 表示每支水彩笔在购买笔芯上所需要的费用(单位：元)，n 表示购买水彩笔的同时购买的笔芯个数.
(1)若 n=9，求 y 与 x 的函数关系式；
(2)若要使这 30 支水彩笔“更换笔芯的个数不大于同时购买笔芯的个数”的频率不小于 0.5，确定 n 的最小值；
(3)假设这 30 支笔在购买时，每支笔同时购买 9 个笔芯，或每支笔同时购买 10 个笔芯，分别计算这 30 支笔在购买笔芯所需费用的平均数，以费用最省作为选择依据，判断购买一支水彩笔的同时应购买 9 个还是 10 个笔芯.
解析：(1)根据题意列出函数关系式；
(2)由条形统计图得到需要更换笔芯的个数为 7 个对应的频数为 4，8 个对应的频数为 6，9 个对应的频数为 8，即可.
(3)分两种情况计算.
答案：(1)当 n=9 时，y=$\begin{cases}3\times9\\3\times9+\left(x-9\right)\times5\end{cases}=\begin{cases}27(x\le9),\\5x-18(x>9).\end{cases}$
(2)根据题意，“更换笔芯的个数不大于同时购买笔芯的个数”的频率不小于 0.5，则“更换笔芯的个数不大于同时购买笔芯的个数”的频数大于 30×0.5=15，
根据统计图可得，需要更换笔芯的个数为 7 个对应的频数为 4，8 个对应的频数为 6，9 个对应的频数为 8，
因此当 n=9 时，“更换笔芯的个数不大于同时购买笔芯的个数”的频数=4+6+8=18＞15.
因此 n 的最小值为 9.
(3)若每支笔同时购买 9 个笔芯，
则所需费用总和=(4+6+8)×3×9+7×(3×9+5×1)+5×(3×9+5×2)=895，
若每支笔同时购买 10 个笔芯，
则所需费用总和=(4+6+8+7)×3×10+5×(3×10+5×1)=925，
因此应购买 9 个笔芯.

26.在矩形 ABCD 中，AB=3，AD=4，动点 Q 从点 A 出发，以每秒 1 个单位的速度，沿 AB 向点 B 移动；同时点 P 从点 B 出发，仍以每秒 1 个单位的速度，沿 BC 向点 C 移动，连接 QP，QD，PD.若两个点同时运动的时间为 x 秒(0＜x≤3)，解答下列问题：



(1)设△QPD 的面积为 S，用含 x 的函数关系式表示 S；当 x 为何值时，S 有最大值？并求出最小值；
(2)是否存在 x 的值，使得 QP⊥DP？试说明理由.
解析：(1)可用 x 表示出 AQ、BQ、BP、CP，从而可表示出 $S_{\triangle ADQ}$、$S_{\triangle BPQ}$、$S_{\triangle PCD}$的面积，则可表示出 S，再利用二次函数的增减性可求得是否有最大值，并能求得其最小值；
(2)用 x 表示出 BQ、BP、PC，当 QP⊥DP 时，可证明△BPQ∽△CDP，利用相似三角形的性质可得到关于 x 的方程，可求得 x 的值.
答案：

(1)∵四边形 ABCD 为矩形，

∴BC=AD=4，CD=AB=3，

当运动 x 秒时，则 AQ=x，BP=x，

∴BQ=AB-AQ=3-x，CP=BC-BP=4-x，

∴$S_{\triangle ADQ}=\frac{1}{2}AD\cdot AQ=\frac{1}{2}\times 4x=2x$，$S_{\triangle BPQ}=\frac{1}{2}BQ\cdot BP=\frac{1}{2}(3-x)x=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}x^2$，$S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}PC\cdot CD=\frac{1}{2}\cdot(4-x)\cdot 3=6-\frac{3}{2}x$，

又 $S_{矩形ABCD}=AB\cdot BC=3\times 4=12$，

∴$S=S_{矩形ABCD}-S_{\triangle ADQ}-S_{\triangle BPQ}-S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}-2x-(\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}x^2)-(6-\frac{3}{2}x)=\frac{1}{2}x^2-2x+6=\frac{1}{2}(x-2)^2+4$，

即 $S=\frac{1}{2}(x-2)^2+4$，

∴S 为开口向上的二次函数，且对称轴为 x=2，

∴当 $0<x<2$ 时，S 随 x 的增大而减小，当 $2<x\leqslant 3$ 时，S 随 x 的增大而增大，

又当 x=0 时，S=5，当 S=3 时，$S=\frac{9}{2}$，但 x 的范围内取不到 x=0，

∴S 不存在最大值，当 x=2 时，S 有最小值，最小值为 4；

(2)存在，理由如下：

由(1)可知 BQ=3-x，BP=x，CP=4-x，

当 QP⊥DP 时，则∠BPQ+∠DPC=∠DPC+∠PDC，

∴∠BPQ=∠PDC，且∠B=∠C，∴△BPQ∽△PCD，

∴$\frac{BQ}{PC}=\frac{PC}{CD}$，即 $\frac{3-x}{4-x}=\frac{x}{3}$，解得 $x=\frac{7+\sqrt{13}}{2}$（舍去）或 $x=\frac{7-\sqrt{13}}{2}$，

∴当 $x=\frac{7-\sqrt{13}}{2}$ 时 QP⊥DP.