# 2014年黑龙江省大庆市中考真题数学

## 一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，共30分)

1.(3分)下列式子中成立的是(　　)

A.-|-5|>4

B.-3<|-3|

C.-|-4|=4

D.|-5.5|<5

解析：A.-|-5|=-5<4，故A选项错误；

B.|-3|=3>-3，故B选项正确；

C.-|-4|=-4≠4，故C选项错误；

D.|-5.5|=5.5>5，故D选项错误；

答案：B.

2.(3分)大庆油田某一年的石油总产量为4500万吨，若用科学记数法表示应为(　　)吨.

A.$4.5\times10^{-6}$

B.$4.5\times10^{6}$

C.$4.5\times10^{7}$

D.$4.5\times10^{8}$

解析：4500万=45 000 000=$4.5\times10^{7}$.

答案：C.

3.(3分)已知a>b且a+b=0，则(　　)

A.a<0

B.b>0

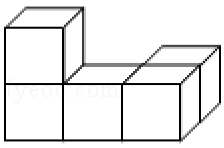
C.b≤0

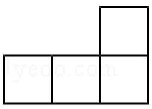
D.a>0

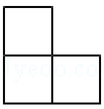
解析：∵a>b且a+b=0，∴a>0，b<0，

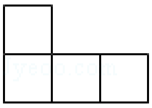
答案：D.

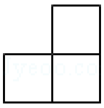
4.(3分)如图中几何体的俯视图是(　　)



A.

B.

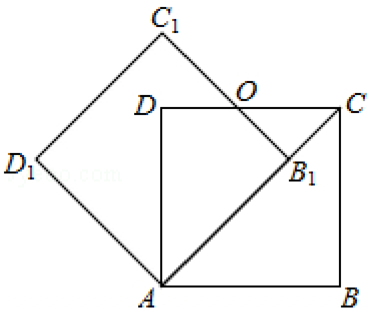
C. 

D. 

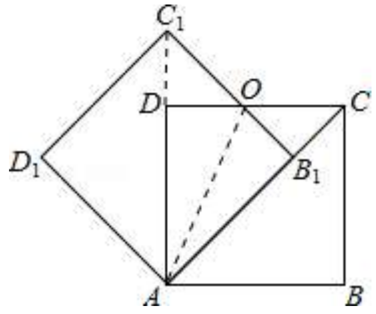
解析：从上面看易得第一层最右边有 1 个正方形，第二层有 3 个正方形.
答案：A.

5.(3 分)下列四个命题：
(1)两组对边分别相等的四边形是平行四边形；
(2)两组对角分别相等的四边形是平行四边形；
(3)对角线互相平分的四边形是平行四边形；
(4)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.
其中正确的命题个数有(　　)
A. 4 个
B. 3 个
C. 2 个
D. 1 个
解析：(1)两组对边分别相等的四边形是平行四边形，此选项正确；
(2)两组对角分别相等的四边形是平行四边形，此选项正确；
(3)对角线互相平分的四边形是平行四边形，此选项正确；
(4)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，此选项正确.
答案：A.

6.(3 分)如图，边长为 1 的正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $AB_1C_1D_1$，边 $B_1C_1$ 与 CD 交于点 O，则四边形 $AB_1OD$ 的面积是(　　)




A. $\frac{3}{4}$
B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
C. $\sqrt{2}-1$
D. $1+\sqrt{2}$
解析：连接 $AC_1$，




∵四边形 $AB_1C_1D_1$ 是正方形，∴$\angle C_1AB_1=\frac{1}{2}\times 90°=45°=\angle AC_1B_1$，

∵边长为 1 的正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $AB_1C_1D_1$，∴$\angle B_1AB=45°$，

∴$\angle DAB_1=90°-45°=45°$，∴$AC_1$ 过 D 点，即 A、D、$C_1$ 三点共线，

∵正方形 ABCD 的边长是 1，∴四边形 $AB_1C_1D_1$ 的边长是 1，

在 $Rt\triangle C_1D_1A$ 中，由勾股定理得：$AC_1=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，则 $DC_1=\sqrt{2}-1$，

∵$\angle AC_1B_1=45°$，$\angle C_1DO=90°$，∴$\angle C_1OD=45°=\angle DC_1O$，∴$DC_1=OD=\sqrt{2}-1$，

∴$S\triangle ADO=\frac{1}{2}\times OD\cdot AD=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$，∴四边形 $AB_1OD$ 的面积是$=2\times\frac{\sqrt{2}-1}{2}=\sqrt{2}-1$，

答案：C.

7.(3 分)某市出租车起步价是 5 元(3 公里及 3 公里以内为起步价)，以后每公里收费是 1.6 元，不足 1 公里按 1 公里收费，小明乘出租车到达目的地时计价器显示为 11.4 元，则此出租车行驶的路程可能为(　　)

A.5.5 公里

B.6.9 公里

C.7.5 公里

D.8.1 公里

解析：设人坐车可行驶的路程最远是 xkm，根据题意得：$5+1.6(x-3)=11.4$，解得：$x=7$.

观察选项，只有 B 选项符合题意.

答案：B.

8.(3 分)已知反比例函数的图象 $y=-\frac{2}{x}$上有两点 $A(x_1，y_1)$、$B(x_2，y_2)$，若 $y_1>y_2$，则 $x_1-x_2$ 的值是(　　)

A.正数

B.负数

C.非正数

D.不能确定

解析：∵反比例函数的图象 $y=-\frac{2}{x}$的图象在二、四象限，

∴当点 $A(x_1，y_1)$、$B(x_2，y_2)$ 都在第二象限时，由 $y_1>y_2$，则 $x_1-x_2>0$；

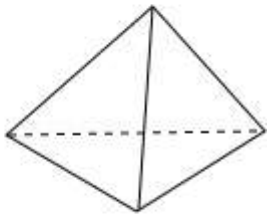
当点 $A(x_1，y_1)$、$B(x_2，y_2)$ 都在第四象限时，由 $y_1>y_2$，则 $x_1-x_2>0$；

当点 $A(x_1，y_1)$ 在第二象限、$B(x_2，y_2)$ 在第四象限时，即 $y_1>0>y_2$，则 $x_1-x_2<0$；

则 $x_1-x_2$ 的值不确定.

答案：D.

9.(3 分)如图，一个质地均匀的正四面体的四个面上依次标有数字-2，0，1，2，连续抛掷两次，朝下一面的数字分别是 a，b，将其作为 M 点的横、纵坐标，则点 M(a，b)落在以 A(-2，0)，B(2，0)，C(0，2)为顶点的三角形内(包含边界)的概率是(　　)



A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{7}{16}$

C. $\frac{1}{2}$

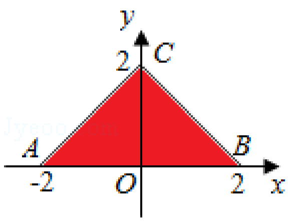
D. $\frac{9}{16}$

解析：列举出事件：

| b<br>a | -2 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| -2 | (-2，-2) | (-2，0) | (-2，1) | (-2，2) |
| 0 | (0，-2) | (0，0) | (0，1) | (0，2) |
| 1 | (1，-2) | (1，0) | (1，1) | (1，2) |
| 2 | (2，-2) | (2，0) | (2，1) | (2，2) |

共有 16 种结果，
而落在以 A(-2，0)，B(2，0)，C(0，2)为顶点的三角形内(包含边界)有：
(-2，0)，(0，0)，(1，0)，(2，0)，(0，1)，(1，1)，(0，2)共 7 中可能情况，
所以落在以 A(-2，0)，B(2，0)，C(0，2)为顶点的三角形内(包含边界)的概率是=$\frac{7}{16}$，

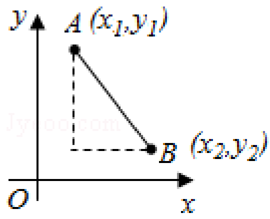
答案：B.




10.(3 分)对坐标平面内不同两点 A($x_1$，$y_1$)、B($x_2$，$y_2$)，用|AB|表示 A、B 两点间的距离(即线段 AB 的长度)，用‖AB‖表示 A、B 两点间的格距，定义 A、B 两点间的格距为‖AB‖=$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，则|AB|与‖AB‖的大小关系为(　　)

A. |AB|≥‖AB‖

B. |AB|＞‖AB‖
C. |AB|≤‖AB‖
D. |AB|＜‖AB‖
解析：∵|AB|、$|x_1-x_2|$、$|y_1-y_2|$的长度是以|AB|为斜边的直角三角形，∴|AB|≤‖AB‖.
答案：C.



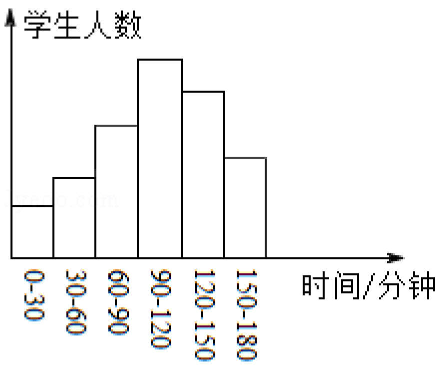

**二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上)**

11.(3 分)若 $|x-y|+\sqrt{y-2}=0$，则 $x^{y-3}$ 的值为____.

解析：∵ $|x-y|+\sqrt{y-2}=0$，∴$\begin{cases}x-y=0\\y-2=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$，∴$x^{y-3}=2^{2-3}=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$.

12.(3 分)某记者抽样调查了某校一些学生假期用于读书的时间(单位：分钟)后，绘制了频数分布直方图，从左到右的前 5 个长方形相对应的频率之和为 0.9，最后一组的频数是 15，则此次抽样调查的人数为___人.(注：横轴上每组数据包含最小值不包含最大值)




解析：由题意可知：最后一组的频率=1-0.9=0.1，则由频率=频数÷总人数可得：总人数=15÷0.1=150 人；
答案：150.

13.(3 分)二元一次方程组$\begin{cases}7x-4y=13\\5x-6y=3\end{cases}$的解为____.

解析：$\begin{cases}7x-4y=13①\\5x-6y=3②\end{cases}$，①×3-②×2 得：11x=33，即 x=3，

将 x=3 代入②得：y=2，则方程组的解为$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$.

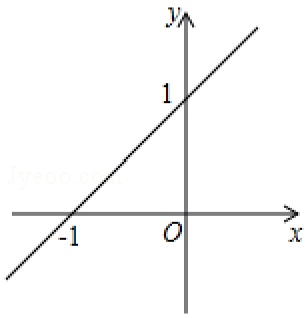
答案：$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$.

14.(3 分) $(x+\frac{1}{2})(2x-1)\div(4x^2-1)=$____.

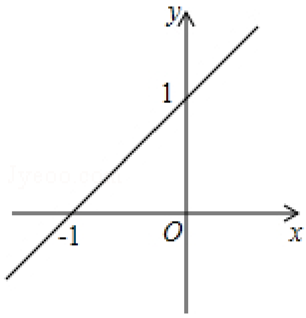
解析：原式$=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-1)\div[(2x-1)(2x+1)]=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$.

15.(3 分)图中直线是由直线 l 向上平移 1 个单位，向左平移 2 个单位得到的，则直线 l 对应的一次函数关系式为________.

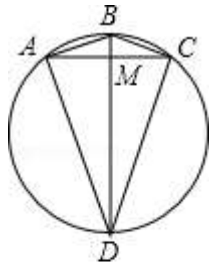



解析：如图，




设该直线的解析式为 y=kx+1(k≠0)，则 0=-k+1，解得 k=1.
则该直线的解析式为 y=x+1.
∵图中直线是由直线 l 向上平移 1 个单位，向左平移 2 个单位得到的，
∴由该直线向下平移 1 个单位，向右移 2 个单位得到直线 l，
∴直线 l 的解析式为：y=x+1-1-2=x-2.
答案：y=x-2.

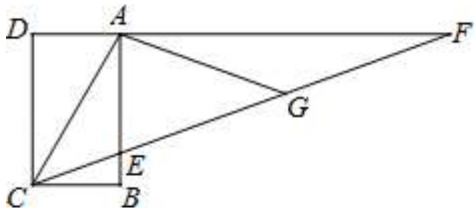
16.(3 分)在半径为 2 的圆中，弦 AC 长为 1，M 为 AC 中点，过 M 点最长的弦为 BD，则四边形 ABCD 的面积为______.
解析：如图.∵M 为 AC 中点，过 M 点最长的弦为 BD，




∴BD 是直径，BD=4，且 AC⊥BD，∴四边形 ABCD 的面积=$\frac{1}{2}$AC·BD=$\frac{1}{2}$×1×4=2.

答案：2.

17.(3 分)如图,矩形 ABCD 中,AD=$\sqrt{2}$,F 是 DA 延长线上一点,G 是 CF 上一点,且∠ACG=∠AGC,∠GAF=∠F=20°，则 AB=____.




解析：由三角形的外角性质得，∠AGC=∠GAF+∠F=20°+20°=40°，
∵∠ACG=∠AGC，∴∠CAG=180°-∠ACG-∠AGC=180°-2×40°=100°，
∴∠CAF=∠CAG+∠GAF=100°+20°=120°，∴∠BAC=∠CAF-∠BAF=30°，
在 Rt△ABC 中，AC=2BC=2AD=2$\sqrt{2}$,
由勾股定理，AB=$\sqrt{AC^2-BC^2}$=$\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}$=$\sqrt{6}$.

答案：$\sqrt{6}$.

18.(3 分)有一列数如下：1，0，1，0，0，1，0，0，0，1，0，0，0，0，1，…，则第 9 个 1 在这列数中是第_______个数.
解析：∵两个 1 之间的 0 的个数分别为 1、2、3…，
∴到第 9 个 1，0 的个数为：1+2+3+4+5+6+7+8=36，
∴第 9 个 1 在这列数中是第 36+9=45 个数.
答案：45.

**三、解答题(本大题共 10 小题，共 66 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明，证明过程或演算步骤)**

19.(4 分)计算：$\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)^0+\frac{|-\pi|}{\pi}+\tan 60°+\sqrt[3]{-8}$.
解析：原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用绝对值的代数意义化简，第三项利用特殊角的三角函数值计算，最后一项利用立方根定义化简计算即可得到结果.
答案：原式=1+1+$\sqrt{3}$-2=$\sqrt{3}$.

20.(4 分)求不等式组$\begin{cases}7(x-1)<4x-3\\6(0.5x+1)\geqslant 2x+5\end{cases}$的整数解.

解析：此题可先根据一元一次不等式组解出 x 的取值，根据 x 是整数解得出 x 的可能取值.

答案：$\begin{cases}7(x-1)<4x-3\cdots①\\6(0.5x+1)\geqslant 2x+5\cdots②\end{cases}$,

解①得：$x<\frac{4}{3}$,

解②得：$x\geqslant -1$,

则不等式组的解集是：$-1\leqslant x<\frac{4}{3}$.

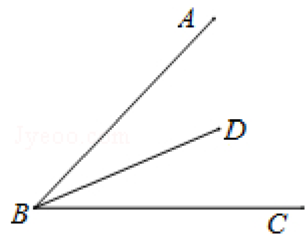
则整数解是：-1，0，1.

21.(4 分)已知非零实数 a 满足 $a^2+1=3a$，求 $a^2+\frac{1}{a^2}$的值.

解析：已知等式两边除以 a 变形后求出 $a+\frac{1}{a}$的值，两边平方，利用完全平方公式展开即可求出所求式子的值.

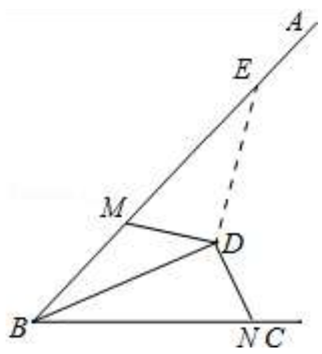
答案：∵$a^2+1=3a$，即 $a+\frac{1}{a}=3$，∴两边平方得：$(a+\frac{1}{a})^2=a^2+\frac{1}{a^2}+2=9$，则 $a^2+\frac{1}{a^2}=7$.

22.(7 分)如图，点 D 为锐角∠ABC 内一点，点 M 在边 BA 上，点 N 在边 BC 上，且 DM=DN，∠BMD+∠BND=180°.
求证：BD 平分∠ABC.




解析：在 AB 上截取 ME=BN，证得△BND≌△EMD，进而证得∠DBN=∠MED，BD=DE，从而证得 BD 平分∠ABC.

答案：如图所示：在 AB 上截取 ME=BN，

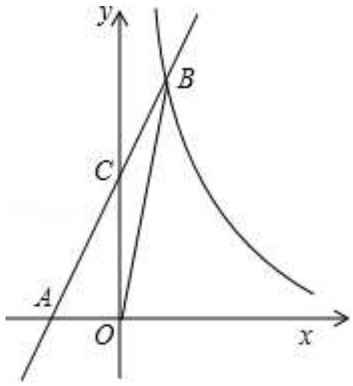



∵∠BMD+∠DME=180°，∠BMD+∠BND=180°，∴∠DME=∠BND,

在△BND与△EMD中，$\begin{cases}DN=DM\\ \angle DME=\angle BND\\ BN=ME\end{cases}$，∴△BND≌△EMD(SAS)，

∴∠DBN=∠MED，BD=DE，∴∠MBD=∠MED，∴∠MBD=∠DBN，∴BD平分∠ABC.

23.(7分)如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数y=ax+b的图象与x轴相交于点A(-2，0)，与y轴交于点C，与反比例函数$y=\frac{k}{x}$在第一象限内的图象交于点B(m，n)，连结OB.若$S_{\triangle AOB}=6$，$S_{\triangle BOC}=2$.




(1)求一次函数的表达式；
(2)求反比例函数的表达式.

解析：(1)由$S_{\triangle AOB}=6$，$S_{\triangle BOC}=2$得$S_{\triangle AOC}=4$，根据三角形面积公式得$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot OC=4$，解得OC=4，则C点坐标为(0，4)，然后利用待定系数法求一次函数解析式；

(2)由$S_{\triangle BOC}=2$，根据三角形面积公式得到$\frac{1}{2}\times 4\times m=2$，解得m=1，则B点坐标为(1，6)，然后利用待定系数法确定反比例函数解析式.

答案：(1)∵$S_{\triangle AOB}=6$，$S_{\triangle BOC}=2$，∴$S_{\triangle AOC}=4$，∴$\frac{1}{2}\cdot 2\cdot OC=4$，解得OC=4，∴C点坐标为(0，4)，

把A(-2，0)，C(0，4)代入y=ax+b，得$\begin{cases}-2a+b=0\\ b=4\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=2\\ b=4\end{cases}$，

∴一次函数解析式为y=2x+4；

(2)设B为(m，2m+4)，

∵$S_{\triangle BOC}=2$，∴$\frac{1}{2}\times 4\times m=2$，解得m=1，∴B点坐标为(1，6)，

把B(1，6)代入$y=\frac{k}{x}$得k=1×6=6，∴反比例函数解析式为$y=\frac{6}{x}$.

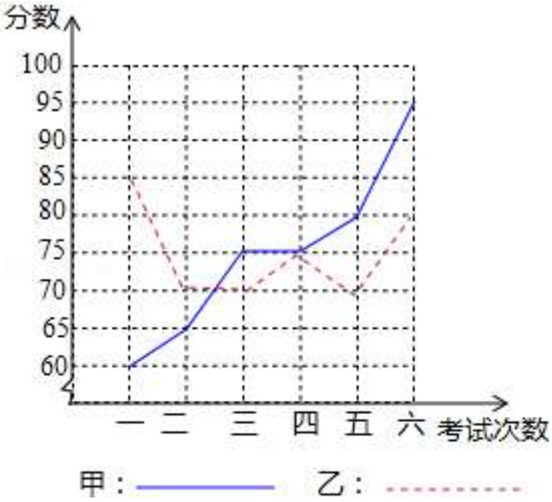
24.(7分)甲、乙两名同学进入初四后，某科6次考试成绩如图：
(1)请根据下图填写如表：

| | 平均数 | 方差 | 中位数 | 众数 | 极差 |
|---|---|---|---|---|---|
| 甲 | 75 | | 75 | | |
| 乙 | | 33.3 | | | 15 |

(2)请你分别从以下两个不同的方面对甲、乙两名同学 6 次考试成绩进行分析：

①从平均数和方差相结合看；

②从折线图上两名同学分数的走势上看，你认为反映出什么问题？




解析：(1)分别根据平均数、方差的求解进行计算，中位数的定义，众数的定义以及极差的定义解答；

(2)根据方差的意义以及折线统计图的意义解答.

答案：(1)甲：方差=$\frac{1}{6}$[$(60-75)^2+(65-75)^2+(75-75)^2+(75-75)^2+(80-75)^2+(95-75)]^2$

=$\frac{1}{6}$(225+100+0+0+25+400)=125，

众数：75，

极差：95-60=35；

乙：平均数=$\frac{1}{6}$(85+70+70+75+70+80)=75，中位数：$\frac{1}{2}$(70+75)=72.5，众数：70；

故答案为：125，75，35；75，72.5，70；

| | 平均数 | 方差 | 中位数 | 众数 | 极差 |
|---|---|---|---|---|---|
| 甲 | 75 | 125 | 75 | 75 | 35 |
| 乙 | 75 | 33.3 | 72.5 | 70 | 15 |

(2)①从平均数和方差相结合看，乙同学成绩更稳定；

②从折线图上两名同学分数的走势上看，甲同学进步较快，乙同学成绩稳定有小幅度下滑.

25.(7 分)关于 x 的函数 $y=(m^2-1)x^2-(2m+2)x+2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点，求 m 的值.

解析：需要分类讨论：该函数是一次函数和二次函数两种情况.

答案：①当 $m^2-1=0$，且 $2m+2\neq0$，即 m=1 时，该函数是一次函数，则其图象与 x 轴只有一个公共点；

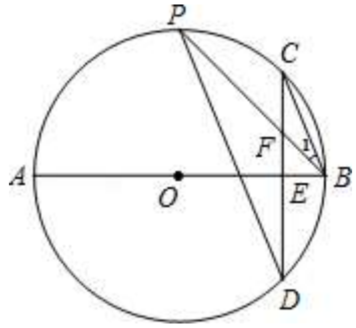
②当 $m^2-1\neq0$，即 $m\neq\pm1$ 时，该函数是二次函数，则

$\triangle=(2m+2)^2-8(m^2-1)=0$，

解得 m=3，m=-1(舍去).

综上所述，m 的值是 1 或 3.

26.(8分)如图，AB是⊙O的直径，弦CD⊥AB于点E，点P在⊙O上，PB与CD交于点F，∠PBC=∠C.




(1)求证：CB∥PD;

(2)若∠PBC=22.5°，⊙O的半径R=2，求劣弧AC的长度.

解析：(1)先根据同弧所对的圆周角相等得出∠PBC=∠D，再由等量代换得出∠C=∠D，然后根据内错角相等两直线平行即可证明CB∥PD;

(2)先由垂径定理及圆周角定理得出∠BOC=2∠PBC=45°，再根据邻补角定义求出∠AOC=135°，然后根据弧长的计算公式即可得出劣弧AC的长度.

答案：(1)∵∠PBC=∠D，∠PBC=∠C，∴∠C=∠D，∴CB∥PD;

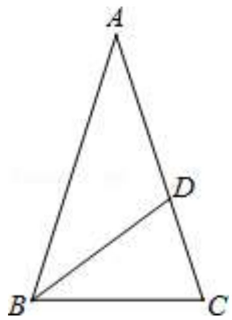
(2)∵AB是⊙O的直径，弦CD⊥AB于点E，∴$\widehat{BC}=\widehat{BD}$,

∵∠PBC=∠C=22.5°，∴∠BOC=∠BOD=2∠C=45°，

∴∠AOC=180°-∠BOC=135°，

∴劣弧AC的长为：$\frac{135\times\pi\times2}{180}=\frac{3\pi}{2}$.

27.(9分)如图，等腰△ABC中，AB=AC，∠BAC=36°，BC=1，点D在边AC上且BD平分∠ABC，设CD=x.




(1)求证：△ABC∽△BCD;

(2)求x的值;

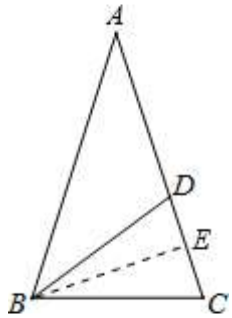
(3)求cos36°-cos72°的值.

解析：(1)由等腰三角形ABC中，利用顶角的度数求出两底角度数，再由BD为角平分线求出∠DBC的度数，得到∠DBC=∠A，再由∠C为公共角，利用两对角相等的三角形相似得到三角形ABC与三角形BCD相似;

(2)根据(1)结论得到AD=BD=BC，根据AD+DC表示出AC，由(1)两三角形相似得比例求出x的值即可;

(3)过B作BE垂直于AC，交AC于点E，在直角三角形ABE和直角三角形BCE中，利用锐角三角函数定义求出cos36°与cos72°的值，代入原式计算即可得到结果.

答案：(1)∵等腰△ABC中，AB=AC，∠BAC=36°，∴∠ABC=∠C=72°，
∵BD平分∠ABC，∴∠ABD=∠CBD=36°，
∵∠CBD=∠A=36°，∠C=∠C，∴△ABC∽△BCD;
(2)∵∠A=∠ABD=36°，∴AD=BD，
∵BD=BC，∴AD=BD=BC=1，
设CD=x，则有AB=AC=x+1，
∵△ABC∽△BCD，∴$\frac{AB}{BD}=\frac{BC}{CD}$，即$\frac{x+1}{1}=\frac{1}{x}$，整理得：$x^2+x-1=0$，
解得：$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$(负值，舍去)，则$x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$;
(3)过B作BE⊥AC，交AC于点E，



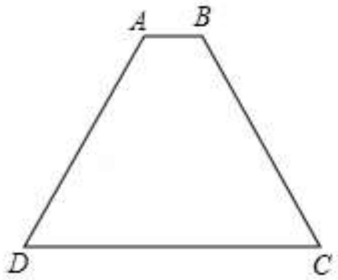

∵BD=BC，∴E为CD中点，即$DE=CE=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$，

在Rt△ABE中，$\cos A=\cos 36°=\frac{AE}{AB}=\frac{1+\frac{-1+\sqrt{5}}{4}}{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}+1}=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$，

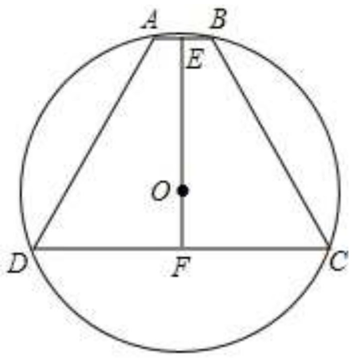
在Rt△BCE中，$\cos C=\cos 72°=\frac{EC}{BC}=\frac{\frac{-1+\sqrt{5}}{4}}{1}=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$，

则$\cos 36°-\cos 72°=\frac{\sqrt{5}+1}{4}-\frac{-1+\sqrt{5}}{4}=\frac{1}{2}$.

28.(9分)如图①,已知等腰梯形ABCD的周长为48,面积为S,AB∥CD,∠ADC=60°,设AB=3x.




图①




图②

(1)用x表示AD和CD;
(2)用x表示S，并求S的最大值;

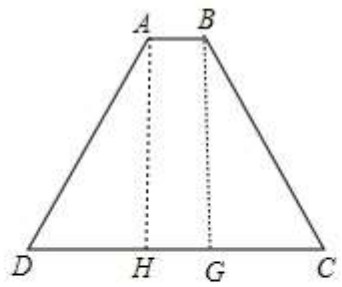
(3)如图②，当 S 取最大值时，等腰梯形 ABCD 的四个顶点都在⊙O 上，点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点，求⊙O 的半径 R 的值.

解析：(1)作 AH⊥CD 于 H，BG⊥CD 于 G，如图①，易得四边形 AHGB 为矩形，则 HG=AB=3x，再根据等腰梯形的性质得 AD=BC，DH=CG，在 Rt△ADH 中，设 DH=t，根据含 30 度的直角三角形三边的关系得 AD=2t，AH=$\sqrt{3}$t，然后根据等腰梯形 ABCD 的周长为 48 得 3x+2t+t+3x+t+2t=48，解得 t=8-x，于是可得 AD=18-2x，CD=16+x；

(2)根据梯形的面积公式计算可得到 $S=-2\sqrt{3}x^2+8\sqrt{3}x+64\sqrt{3}$，再进行配方得 $S=-2\sqrt{3}(x-2)^2+72\sqrt{3}$，然后根据二次函数的最值问题求解；

(3)连结 OA、OD，如图②，由(2)得到 x=2 时，则 AB=6，CD=18，等腰梯形的高为 $6\sqrt{3}$，所以 AE=3，DF=9，由于点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点，根据等腰梯形的性质得直线 EF 为等腰梯形 ABCD 的对称轴,所以 EF 垂直平分 AB 和 CD,EF 为等腰梯形 ABCD 的高,即 EF=$6\sqrt{3}$，根据垂径定理的推论得等腰梯形 ABCD 的外接圆的圆心 O 在 EF 上，设 OE=a，则 OF=$6\sqrt{3}$-a，在 Rt△AOE 中，利用勾股定理得 $a^2+3^2=R^2$，在 Rt△ODF 中，利用勾股定理得 $(6\sqrt{3}-a)^2+9^2=R^2$，然后消去 R 得到 a 的方程 $a^2+3^2=(6\sqrt{3}-a)^2+9^2$，解得 a=$5\sqrt{3}$，最后利用 $R^2=(5\sqrt{3})^2+3^2$ 求解.

答案：(1)作 AH⊥CD 于 H，BG⊥CD 于 G，如图①，




图①

则四边形 AHGB 为矩形，∴HG=AB=3x，

∵四边形 ABCD 为等腰梯形，∴AD=BC，DH=CG，

在 Rt△ADH 中，设 DH=t，

∵∠ADC=60°，∴∠DAH=30°，

∴AD=2t，AH=$\sqrt{3}$t，∴BC=2t，CG=t，

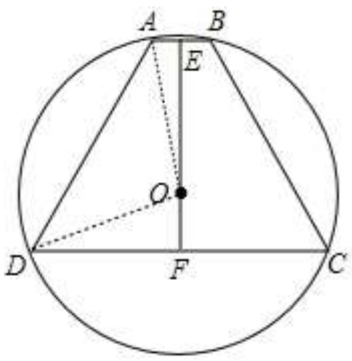
∵等腰梯形 ABCD 的周长为 48，∴3x+2t+t+3x+t+2t=48，解得 t=8-x，

∴AD=2(8-x)=16-2x，CD=8-x+3x+8-x=16+x；

(2)$S=\frac{1}{2}(AB+CD)\cdot AH=\frac{1}{2}(3x+16+x)\cdot\sqrt{3}(8-x)=-2\sqrt{3}x^2+8\sqrt{3}x+64\sqrt{3}$，

∵$S=-2\sqrt{3}(x-2)^2+72\sqrt{3}$，∴当 x=2 时，S 有最大值 $72\sqrt{3}$；

(3)连结 OA、OD，如图②，




图②

当 x=2 时，AB=6，CD=16+2=18，等腰梯形的高为$\sqrt{3}\times(8-2)=6\sqrt{3}$，则 AE=3，DF=9，

∵点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点，∴直线 EF 为等腰梯形 ABCD 的对称轴，

∴EF 垂直平分 AB 和 CD，EF 为等腰梯形 ABCD 的高，即 EF=$6\sqrt{3}$，

∴等腰梯形 ABCD 的外接圆的圆心 O 在 EF 上，

设 OE=a，则 OF=$6\sqrt{3}-a$，

在 Rt△AOE 中，∵$OE^2+AE^2=OA^2$，∴$a^2+3^2=R^2$，

在 Rt△ODF 中，∵$OF^2+DF^2=OD^2$，∴$(6\sqrt{3}-a)^2+9^2=R^2$，

∴$a^2+3^2=(6\sqrt{3}-a)^2+9^2$，解得 $a=5\sqrt{3}$，∴$R^2=(5\sqrt{3})^2+3^2=84$，∴$R=2\sqrt{21}$.