2015年湖南省岳阳市中考真题数学

一、选择题(本大题8道小题，每小题3分，满分24分。在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项)

1. 实数-2015的绝对值是(　　)

A.2015

B.-2015

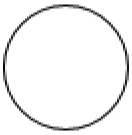
C.±2015

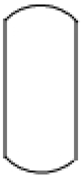
D.$\frac{1}{2015}$

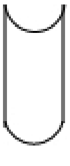
解析：计算绝对值要根据绝对值的定义求解.第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.|-2015|=2015.

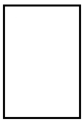
答案：A

2.有一种圆柱体茶叶筒如图所示，则它的主视图是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：主视图是从正面看，茶叶盒可以看作是一个圆柱体，圆柱从正面看是长方形.

答案：D

3.下列运算正确的是(　　)

A.$a^{-2}=-a^2$

B.$a+a^2=a^3$

C. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

D. $(a^2)^3=a^6$

解析：A、原式$=\dfrac{1}{a^2}$，错误；

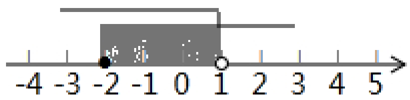
B、原式不能合并，错误；

C、原式不能合并，错误；

D、原式$=a^6$，正确.

答案：D

4.一个关于 x 的一元一次不等式组的解集在数轴上表示如图，则该不等式组的解集是(　　)



A. $-2<x<1$

B. $-2<x\leqslant 1$

C. $-2\leqslant x<1$

D. $-2\leqslant x\leqslant 1$

解析：该不等式组的解集是：$-2\leqslant x<1$.

答案：C

5.现有甲、乙两个合唱队队员的平均身高为170cm，方差分别是$S_{甲}^2$、$S_{乙}^2$，且$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，则两个队的队员的身高较整齐的是(　　)

A.甲队

B.乙队

C.两队一样整齐

D.不能确定

解析：根据方差的意义，方差越小数据越稳定；因为$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，故有甲的方差大于乙的方差，故乙队队员的身高较为整齐.

答案：B

6.下列命题是真命题的是(　　)

A.一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

B.对角线互相垂直的平行四边形是矩形

C.四条边相等的四边形是菱形

D.正方形是轴对称图形，但不是中心对称图形

解析：A、一组对边平行，且相等的四边形是平行四边形，所以 A 选项错误；

B、对角线互相垂直，且相等的平行四边形是矩形，所以 B 选项错误；

C、四条边相等的四边形是菱形，所以 C 选项正确；

D、正方形是轴对称图形，也是中心对称图形，所以 D 选项错误.

答案：C

7.岳阳市某校举行运动会，从商场购买一定数量的笔袋和笔记本作为奖品.若每个笔袋的价格比每个笔记本的价格多 3 元，且用 200 元购买笔记本的数量与用 350 元购买笔袋的数量相

同.设每个笔记本的价格为 x 元，则下列所列方程正确的是(　　)

A. $\frac{200}{x}=\frac{350}{x-3}$

B. $\frac{200}{x}=\frac{350}{x+3}$

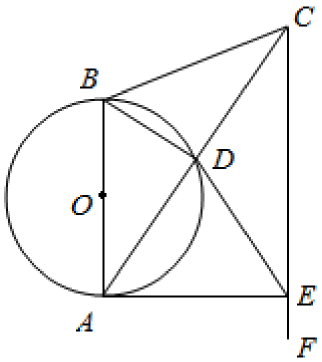
C. $\frac{200}{x+3}=\frac{350}{x}$

D. $\frac{200}{x-3}=\frac{350}{x}$

解析:设每个笔记本的价格为 x 元,则每个笔袋的价格为(x+3)元,根据题意得: $\frac{200}{x}=\frac{350}{x+3}$.

答案：B.

8.如图，在△ABC 中，AB=CB，以 AB 为直径的⊙O 交 AC 于点 D.过点 C 作 CF∥AB，在 CF 上取一点 E，使 DE=CD，连接 AE.对于下列结论：①AD=DC；②△CBA∽△CDE；③弧 BD=弧 AD；④AE 为⊙O 的切线，一定正确的结论全部包含其中的选项是(　　)



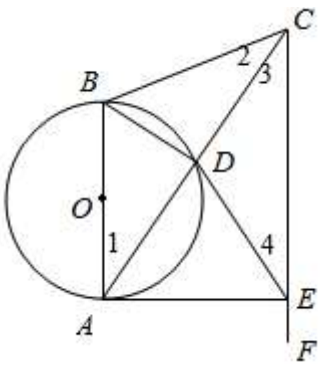
A.①②

B.①②③

C.①④

D.①②④

解析：∵AB 为直径，∴∠ADB=90°，∴BD⊥AC，而 AB=CB，∴AD=DC，所以①正确；



∵AB=CB，∴∠1=∠2，而 CD=ED，∴∠3=∠4，

∵CF∥AB，∴∠1=∠3，∴∠1=∠2=∠3=∠4，∴△CBA∽△CDE，所以②正确；

∵△ABC 不能确定为直角三角形，∴∠1 不能确定等于 45°，∴弧 BD 与弧 AD 不能确定相等，所以③错误；

∵DA=DC=DE，∴点 E 在以 AC 为直径的圆上，∴∠AEC=90°，∴CE⊥AE，而 CF∥AB，∴AB⊥

AE，∴AE 为⊙O 的切线，所以④正确.
答案：D.

二、填空题(本大题 8 道小题，每小题 4 分，满分 32 分。)

9.单项式$-\frac{1}{2}x^2y^3$的次数是________.
解析：根据单项式的次数的定义：单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数解答.
单项式$-\frac{1}{2}x^2y^3$的次数是 2+3=5.
答案：5

10.分解因式：$x^2-9=$________.
解析：$x^2-9=(x+3)(x-3)$.
答案：$(x+3)(x-3)$

11.据统计，2015 年岳阳市参加中考的学生约为 49000 人，用科学记数法可将 49000 表示为________.
解析：用科学记数法可将 49000 表示为 4.9×10^4，
答案：4.9×10^4.

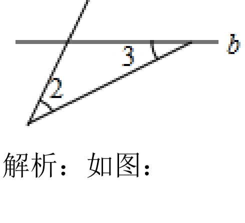
12.若关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根，则 m=________.
解析：∵方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根，∴$\triangle=9-4m=0$，解得：$m=\frac{9}{4}$.

答案：$\frac{9}{4}$.

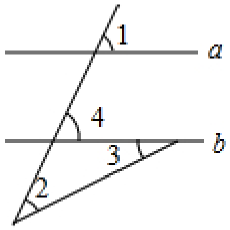
13.在一次文艺演出中，各评委对某节目给出的分数是：9.20，9.25，9.10，9.20，9.15，9.20，9.15，这组数据的众数是________.
解析：因为 9.20 出现的次数最多，所以众数是 9.20.
答案：9.20

14.一个 n 边形的内角和是 1800°，则 n=________.
解析：根据题意得 180(n-2)=1800，解得：n=12.
答案：12

15.如图，直线 a∥b，∠1=50°，∠2=30°，则∠3=________.



解析：如图：

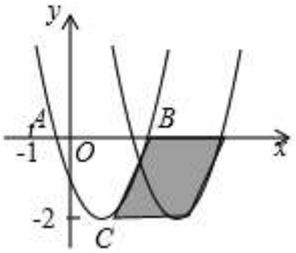


∵a∥b，∴∠4=∠1=50°.

由三角形的外角的性质可知：∠4=∠2+∠3，∴∠3=∠4-∠2=50°-30°=20°.

答案：20°.

16.如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，顶点 C 的纵坐标为-2，现将抛物线向右平移 2 个单位，得到抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$，则下列结论正确的是__________.(写出所有正确结论的序号)



①$b>0$

②$a-b+c<0$

③阴影部分的面积为 4

④若 $c=-1$，则 $b^2=4a$.

解析：∵抛物线开口向上，∴$a>0$，

又∵对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2a}>0$，∴$b<0$，∴结论①不正确；

∵$x=-1$ 时，$y>0$，∴$a-b+c>0$，∴结论②不正确；

∵抛物线向右平移了 2 个单位，∴平行四边形的底是 2，

∵函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值是 $y=-2$，∴平行四边形的高是 2，

∴阴影部分的面积是：2×2=4，∴结论③正确；

∵$\dfrac{4ac-b^2}{4a}=-2$，$c=-1$，∴$b^2=4a$，∴结论④正确.

综上，结论正确的是：③④.

答案：③④.

三、解答题(本大题 8 道小题，满分 64 分。)

17.计算：$(-1)^4-2\tan60°+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^0+12$.

解析：根据有理数的乘方，特殊角的三角函数值，零指数幂，二次根式的性质分别求出每一部分的值，再求出即可.

答案：原式$=1-2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}=2$.

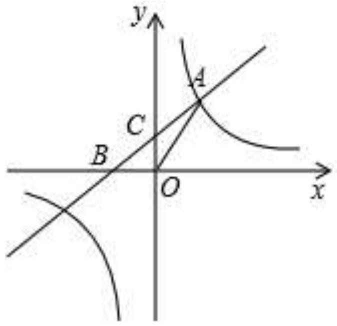
18.先化简，再求值：$\left(1-\frac{1}{x+2}\right)\div\frac{x^2+x}{x^2+4x+4}$，其中 x=$\sqrt{2}$.

解析：先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 x 的值代入原式进行计算即可.

答案：$\left(1-\frac{1}{x+2}\right)\div\frac{x^2+x}{x^2+4x+4}=\frac{x+2-1}{x+2}\div\frac{x(x+1)}{(x+2)^2}=\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{(x+2)^2}{x(x+1)}=\frac{x+2}{x}$，

当 x=$\sqrt{2}$ 时，原式=$\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}$=1+$\sqrt{2}$.

19.如图，直线 y=x+b 与双曲线 y=$\frac{m}{x}$ 都经过点 A(2，3)，直线 y=x+b 与 x 轴、y 轴分别交于 B、C 两点.



(1)求直线和双曲线的函数关系式；
(2)求△AOB 的面积.

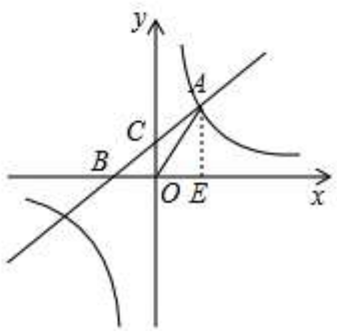
解析：(1)将点 A 的坐标分别代入直线 y=x+b 与双曲线 y=$\frac{m}{x}$ 的解析式求出 b 和 m 的值即可；
(2)当 y=0 时，求出 x 的值，求出 B 的坐标，就可以求出 OB 的值，作 AE⊥x 轴于点 E，由 A 的坐标就可以求出 AE 的值，由三角形的面积公式就可以求出结论.

答案：(1)∵线 y=x+b 与双曲线 y=$\frac{m}{x}$ 都经过点 A(2，3)，∴3=2+b，3=$\frac{m}{2}$，

∴b=1，m=6，∴y=x+1，y=6x，

∴直线的解析式为 y=x+1，双曲线的函数关系式为 y=$\frac{6}{x}$.

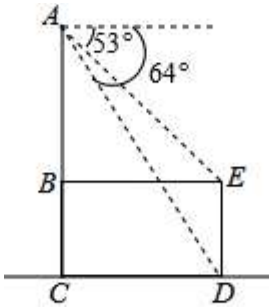
(2)当 y=0 时，0=x+1，x=-1，∴B(-1，0)，∴OB=1.作 AE⊥x 轴于点 E，



∵A(2，3)，∴AE=3.∴$S_{\triangle AOB}=\frac{1\times 3}{2}=\frac{3}{2}$.

答：△AOB 的面积为$\frac{3}{2}$.

20.如图是放在水平地面上的一把椅子的侧面图，椅子高为 AC，椅面宽为 BE，椅脚高为 ED，且 AC⊥BE，AC⊥CD，AC∥ED.从点 A 测得点 D、E 的俯角分别为 64°和 53°.已知 ED=35cm，求椅子高 AC 约为多少？(参考数据：tan53°≈$\frac{4}{3}$，sin53°≈$\frac{4}{5}$，tan64°≈2，sin64°≈$\frac{9}{10}$)



解析：根据正切函数的定义，可得方程①②，根据代入消元法，可得答案.

答案：在 Rt△ABD 中，tan∠ADC=tan64°=$\frac{AC}{CD}$=2，CD=$\frac{AC}{2}$①.

在 Rt△ABE 中 tan∠ABE=tan53°=$\frac{AB}{BE}=\frac{4}{3}$，BE=$\frac{3}{4}$AB②.

BE=CD，得$\frac{AC}{2}=\frac{AB+DE}{2}=\frac{AB+35}{2}=\frac{3}{4}AB$，解得 AB=70cm，

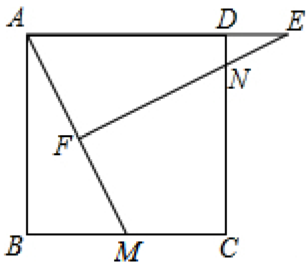
AC=AB+BC=AB+DE=70+35=105cm.

21.某校以“我最喜爱的体育运动”为主题对全校学生进行随机抽样调查，调查的运动项目有：篮球、羽毛球、乒乓球、跳绳及其它项目(每位同学仅选一项).根据调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图：

运动项目	频数（人数）	频率
篮球	30	0.25
羽毛球	m	0.20
乒乓球	36	n
跳绳	18	0.15
其它	12	0.10

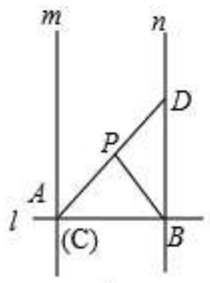
请根据以上图表信息解答下列问题：
(1)频数分布表中的 m=________，n=________；
(2)在扇形统计图中，“乒乓球”所在的扇形的圆心角的度数为________；
(3)从选择“篮球”选项的 30 名学生中，随机抽取 3 名学生作为代表进行投篮测试，则其中某位学生被选中的概率是________.
解析：(1)根据篮球的人数和所占的百分比求出总人数，再用总人数乘以羽毛球所占的百分比，求出 m 的值；再用乒乓球的人数除以总人数，求出 n 的值；
(2)由于已知喜欢乒乓球的百分比，故可用 360°×n 的值，即可求出对应的扇形圆心角的度数；
用总人数乘以最喜爱篮球的学生人数所占的百分比即可得出答案；
(3)用随机抽取学生人数除以选择“篮球”选项的学生人数，列式计算即可得出答案.
答案：(1)30÷0.25=120(人)，
120×0.2=24(人)，
36÷120=0.3.
(2)360°×0.3=108°.
故在扇形统计图中，“乒乓球”所在的扇形的圆心角的度数为 108°；
(3)3÷30=$\frac{1}{10}$. 故其中某位学生被选中的概率是 $\frac{1}{10}$.

22.如图，正方形 ABCD 中，M 为 BC 上一点，F 是 AM 的中点，EF⊥AM，垂足为 F，交 AD 的延长线于点 E，交 DC 于点 N.

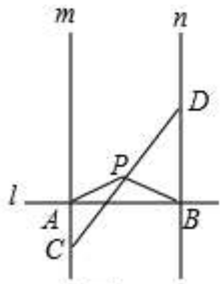


(1)求证：△ABM∽△EFA；
(2)若 AB=12，BM=5，求 DE 的长.
解析：(1)由正方形的性质得出 AB=AD，∠B=90°，AD∥BC，得出∠AMB=∠EAF，再由∠B=∠AFE，即可得出结论；
(2)由勾股定理求出 AM，得出 AF，由△ABM∽△EFA 得出比例式，求出 AE，即可得出 DE 的长.
答案：(1)∵四边形 ABCD 是正方形，∴AB=AD，∠B=90°，AD∥BC，∴∠AMB=∠EAF，
又∵EF⊥AM，∴∠AFE=90°，∴∠B=∠AFE，∴△ABM∽△EFA.
(2)∵∠B=90°，AB=12，BM=5，∴AM=$\sqrt{12^2+5^2}$=13，AD=12，
∵F 是 AM 的中点，∴AF=$\frac{1}{2}$AM=6.5，
∵△ABM∽△EFA，∴$\frac{BM}{AF}=\frac{AM}{AE}$，即 $\frac{5}{6.5}=\frac{13}{AE}$，∴AE=16.9，∴DE=AE-AD=4.9.

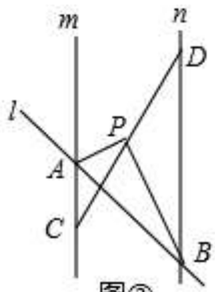
23.已知直线 m∥n，点 C 是直线 m 上一点，点 D 是直线 n 上一点，CD 与直线 m、n 不垂直，点 P 为线段 CD 的中点.



图①



图②



图③

(1)操作发现：直线 l⊥m，l⊥n，垂足分别为 A、B，当点 A 与点 C 重合时(如图①所示)，连接 PB，请直接写出线段 PA 与 PB 的数量关系：________.

(2)猜想证明：在图①的情况下，把直线 l 向上平移到如图②的位置，试问(1)中的 PA 与 PB 的关系式是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由.

(3)延伸探究：在图②的情况下，把直线 l 绕点 A 旋转，使得∠APB=90°（如图③所示），若两平行线 m、n 之间的距离为 2k.求证：PA • PB=k • AB.

解析：(1)根据三角形 CBD 是直角三角形，而且点 P 为线段 CD 的中点，应用直角三角形的性质，可得 PA=PB，据此解答即可.

(2)首先过 C 作 CE⊥n 于点 E，连接 PE，然后分别判断出 PC=PE、∠PCA=∠PEB、AC=BE；然后根据全等三角形判定的方法，判断出△PAC∽△PBE，即可判断出 PA=PB 仍然成立.

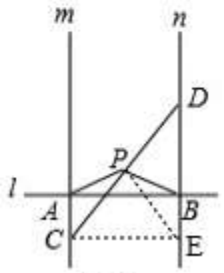
(3)首先延长 AP 交直线 n 于点 F，作 AE⊥BD 于点 E，然后根据相似三角形判定的方法，判断出△AEF∽△BPF,即可判断出 AF •BP=AE •BF，再个 AF=2PA，AE=2k，BF=AB，可得 2PA •PB=2k •AB，所以 PA • PB=k • AB，据此解答即可.

答案：(1)∵l⊥n，∴BC⊥BD，∴三角形 CBD 是直角三角形，

又∵点 P 为线段 CD 的中点，∴PA=PB.

(2)把直线 l 向上平移到如图②的位置，PA=PB 仍然成立，理由如下：

如图②，过 C 作 CE⊥n 于点 E，连接 PE，



图②

∵三角形 CED 是直角三角形，点 P 为线段 CD 的中点，∴PD=PE，

又∵点 P 为线段 CD 的中点，∴PC=PD，∴PC=PE；

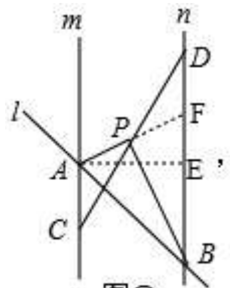
∵PD=PE，∴∠CDE=∠PEB，

∵直线 m∥n，∴∠CDE=∠PCA，∴∠PCA=∠PEB，

又∵直线 l⊥m，l⊥n，CE⊥m，CE⊥n，∴l∥CE，∴AC=BE，

在△PAC 和△PBE 中，$\begin{cases} PC = PE, \\ \angle PCA = \angle PEB, \\ AC = BE, \end{cases}$ ∴△PAC≌△PBE，∴PA=PB.

(3)如图③，延长 AP 交直线 n 于点 F，作 AE⊥BD 于点 E，



图③

∵直线 m∥n，∴ $\dfrac{AP}{PF}=\dfrac{PC}{PD}=1$，∴AP=PF，

∵∠APB=90°，∴BP⊥AF，

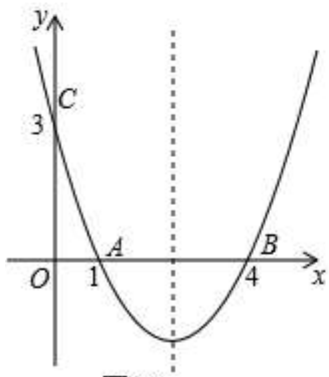
又∵AP=PF，∴BF=AB；

在△AEF 和△BPF 中，$\begin{cases}\angle AEF=\angle BPF=90°,\\ \angle AFE=\angle BFP,\end{cases}$ ∴△AEF∽△BPF，∴ $\dfrac{AF}{BF}=\dfrac{AE}{BP}$，∴

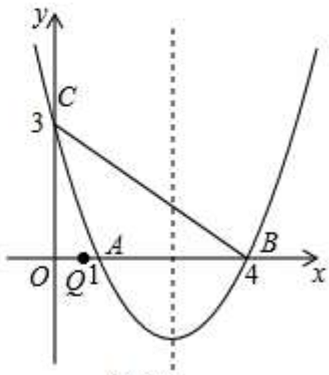
AF·BP=AE·BF，

∵AF=2PA，AE=2k，BF=AB，∴2PA·PB=2k·AB，∴PA·PB=k·AB.

24.如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A(1，0)、B(4，0)、C(0，3)三点.



图①



图②

(1)求抛物线的解析式；

(2)如图①，在抛物线的对称轴上是否存在点 P，使得四边形 PAOC 的周长最小？若存在，求出四边形 PAOC 周长的最小值；若不存在，请说明理由.

(3)如图②，点 Q 是线段 OB 上一动点，连接 BC，在线段 BC 上是否存在这样的点 M，使△CQM 为等腰三角形且△BQM 为直角三角形？若存在，求点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)把点 A(1，0)、B(4，0)、C(0，3)三点的坐标代入函数解析式，利用待定系数法求解；

(2)A、B 关于对称轴对称，连接 BC，则 BC 与对称轴的交点即为所求的点 P，此时 PA+PC=BC，四边形 PAOC 的周长最小值为：OC+OA+BC；根据勾股定理求得 BC，即可求得；

(3)分两种情况分别讨论，即可求得.

答案：(1)由已知得 $\begin{cases}a+b+c=0,\\ 16+4b+c=0,\\ c=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=34,\\ b=-\dfrac{15}{4},\\ c=3.\end{cases}$

所以，抛物线的解析式为 y=$\frac{3}{4}x^2-\frac{15}{4}x+3$.

(2)∵A、B 关于对称轴对称，如图 1，连接 BC，

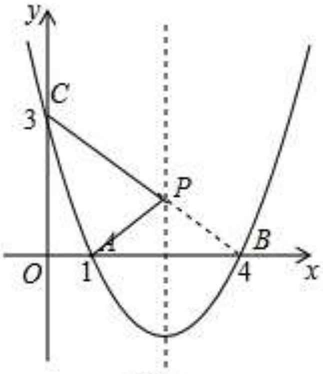


图1

∴BC 与对称轴的交点即为所求的点 P，此时 PA+PC=BC，

∴四边形 PAOC 的周长最小值为：OC+OA+BC，

∵A(1，0)、B(4，0)、C(0，3)，

∴OA=1，OC=3，BC=$\sqrt{OB^2+OC^2}$ =5，∴OC+OA+BC=1+3+5=9；

∴在抛物线的对称轴上存在点 P，使得四边形 PAOC 的周长最小，四边形 PAOC 周长的最小值为 9.

(3)∵B(4，0)、C(0，3)，∴直线 BC 的解析式为 y=$-\frac{3}{4}$x+3，

①当∠BQM=90°时，如图 2，设 M(a，b)，

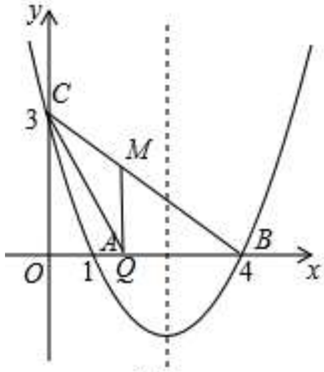


图2

∵∠CMQ＞90°，∴只能 CM=MQ=b，

∵MQ∥y 轴，∴△MQB∽△COB，

∴$\frac{BM}{BC}=\frac{MQ}{OC}$，即$\frac{5-b}{5}=\frac{b}{3}$，解得 b=$\frac{15}{8}$，代入 y=$-\frac{3}{4}$x+3 得，$\frac{15}{8}$=$-\frac{3}{4}$a+3，解得 a=$\frac{3}{2}$，

∴M($\frac{3}{2}$，$\frac{15}{8}$)；

②当∠QMB=90°时，如图 3，

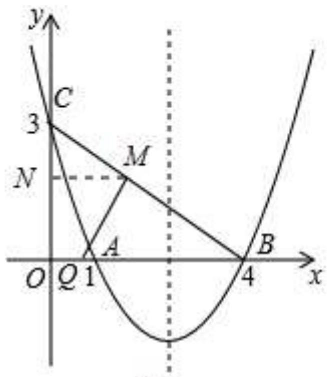


图3

∵∠CMQ=90°，∴只能 CM=MQ，

设 CM=MQ=m，∴BM=5-m，

∵∠BMQ=∠COB=90°，∠MBQ=∠OBC，∴△BMQ∽△BOC，

∴$\frac{m}{3}=\frac{5-m}{4}$，解得 m=$\frac{15}{7}$，作 MN∥OB，

∴$\frac{MN}{OB}=\frac{CN}{OC}=\frac{CM}{BC}$，即$\frac{MN}{4}=\frac{CN}{3}=\frac{\frac{15}{7}}{5}$，

∴MN=$\frac{12}{7}$，CN=$\frac{9}{7}$，∴ON=OC-CN=3-$\frac{9}{7}$=$\frac{12}{7}$，∴M($\frac{12}{7}$，$\frac{12}{7}$)，

综上，在线段 BC 上存在这样的点 M，使△CQM 为等腰三角形且△BQM 为直角三角形，点 M 的坐标为($\frac{3}{2}$，$\frac{15}{8}$)或($\frac{12}{7}$，$\frac{12}{7}$).