2017年普通高等学校招生全国统一考试（新课标Ⅲ卷）数学文

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合A={1，2，3，4}，B={2，4，6，8}，则A∩B中元素的个数为(　　)

A.1

B.2

C.3

D.4

解析：∵集合A={1，2，3，4}，B={2，4，6，8}，

∴A∩B={2，4}，

∴A∩B中元素的个数为2.

答案：B.

2.复平面内表示复数z=i(-2+i)的点位于(　　)

A.第一象限

B.第二象限

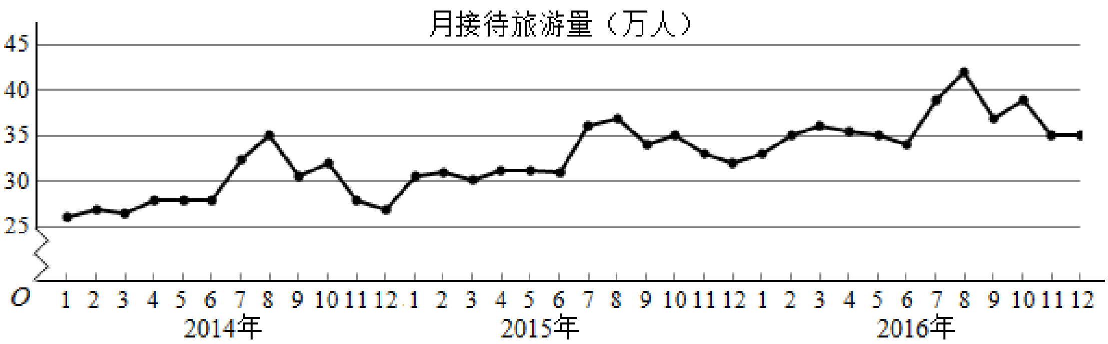
C.第三象限

D.第四象限

解析：z=i(-2+i)=-2i-1对应的点(-1，-2)位于第三象限.

答案：C.

3.某城市为了解游客人数的变化规律,提高旅游服务质量,收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位：万人)的数据，绘制了下面的折线图.



根据该折线图，下列结论错误的是(　　)

A.月接待游客量逐月增加

B.年接待游客量逐年增加

C.各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月

D.各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

解析：由已有中2014年1月至2016年12月期间月接待游客量(单位：万人)的数据可得：

月接待游客量逐月有增有减，故A错误；

年接待游客量逐年增加，故B正确；

各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月，故C正确；

各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳，故D正

确.
答案：A.

4.已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4}{3}$，则 $\sin2\alpha=$(　　)

A.$-\frac{7}{9}$

B.$-\frac{2}{9}$

C.$\frac{2}{9}$

D.$\frac{7}{9}$

解析：由条件，两边平方，根据二倍角公式和平方关系即可求出.
答案：A.

5.设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}3x+2y-6\le 0\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$则 z=x-y 的取值范围是(　　)

A.[-3，0]

B.[-3，2]

C.[0，2]

D.[0，3]

解析：画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解目标函数的范围即可.
答案：B.

6.函数 $f(x)=\frac{1}{5}\sin(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{6})$的最大值为(　　)

A.$\frac{6}{5}$

B.1

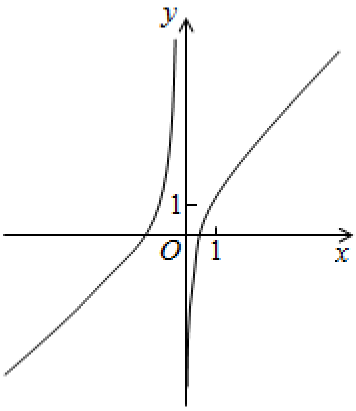
C.$\frac{3}{5}$

D.$\frac{1}{5}$

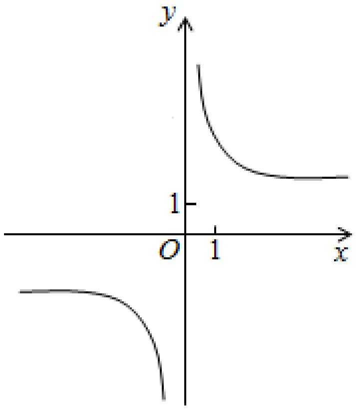
解析：利用诱导公式化简函数的解析式，通过正弦函数的最值求解即可.
答案：A.

7.函数 $y=1+x+\frac{\sin x}{x^2}$的部分图象大致为(　　)

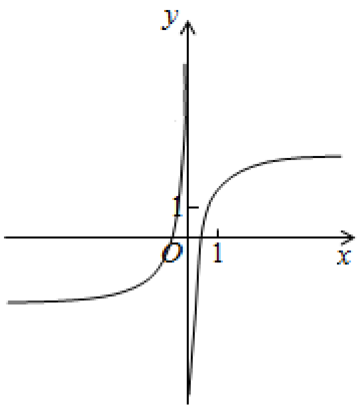
解析：通过函数的解析式，利用函数的奇偶性的性质，函数的图象经过的特殊点判断函数的图象即可.



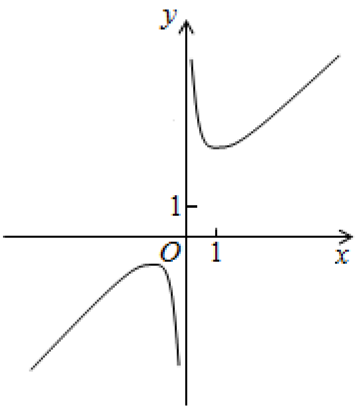
A.



B.



C.

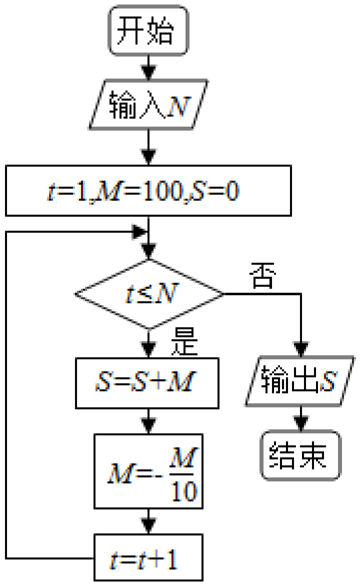


D.

解析：通过函数的解析式，利用函数的奇偶性的性质，函数的图象经过的特殊点判断函数的图象即可.

答案：D.

8. 执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为(　　)



A. 5
B. 4
C. 3
D. 2
解析：通过模拟程序，可得到 S 的取值情况，进而可得结论.
答案：D.

9. 已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为(　　)
A. π
B. $\frac{3\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{2}$
D. $\frac{\pi}{4}$

解析：推导出该圆柱底面圆周半径 $r=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，由此能求出该圆柱的体积.

答案：B.

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 CD 的中点，则(　　)
A. $A_1E\perp DC_1$
B. $A_1E\perp BD$
C. $A_1E\perp BC_1$
D. $A_1E\perp AC$
解析：法一：连 B_1C，推导出 $BC_1\perp B_1C$，$A_1B_1\perp BC_1$，从而 $BC_1\perp$ 平面 A_1ECB_1，由此得到 $A_1E\perp BC_1$.
法二：以 D 为原点，DA 为 x 轴，DC 为 y 轴，DD_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出结果.

答案：C.

11.已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$=1(a＞b＞0)的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 bx-ay+2ab=0 相切，则 C 的离心率为(　　)

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

解析：以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 bx-ay+2ab=0 相切，可得原点到直线的距离 $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$=a，化简即可得出.

答案：A.

12.已知函数 $f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 a=(　　)

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

解析：通过转化可知问题等价于函数 $y=1-(x-1)^2$ 的图象与 $y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 的图象只有一个交点求 a 的值.分 a=0、a＜0、a＞0 三种情况，结合函数的单调性分析可得结论.

答案：C.

二、填空题.

13.已知向量 $\vec{a}$=(-2，3)，$\vec{b}$=(3，m)，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 m=_____.

解析：利用平面向量数量积坐标运算法则和向量垂直的性质求解.

答案：2.

14.双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}$=1(a＞0)的一条渐近线方程为 y=$\frac{3}{5}$x，则 a=_____.

解析：利用双曲线方程，求出渐近线方程，求解 a 即可.
答案：5.

15.△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 C=60°，b=$\sqrt{6}$，c=3，则 A=_____.

解析：根据正弦定理和三角形的内角和计算即可
答案：75°.

16.设函数 f(x)=$\begin{cases} x+1, & x\le 0 \\ 2^x, & x>0 \end{cases}$，则满足 f(x)+f(x-$\frac{1}{2}$)>1 的 x 的取值范围是_____.

解析：根据分段函数的表达式，分别讨论 x 的取值范围，进行求解即可.

答案：($-\frac{1}{4}$，+∞).

三、解答题.
17.设数列{a_n}满足 $a_1+3a_2+\cdots+(2n-1)a_n=2n$.
(1)求{a_n}的通项公式；
(2)求数列{$\frac{a_n}{2n+1}$}的前 n 项和.
解析：(1)利用数列递推关系即可得出.

(2)$\frac{a_n}{2n+1}=\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$.利用裂项求和方法即可得出.

答案：(1)数列{a_n}满足 $a_1+3a_2+\cdots+(2n-1)a_n=2n$.
n≥2 时，$a_1+3a_2+\cdots+(2n-3)a_{n-1}=2(n-1)$.
∴$(2n-1)a_n=2$. ∴$a_n=\frac{2}{2n-1}$.
当 n=1 时，$a_1=2$，上式也成立.
∴$a_n=\frac{2}{2n-1}$.

(2)$\frac{a_n}{2n+1}=\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$.

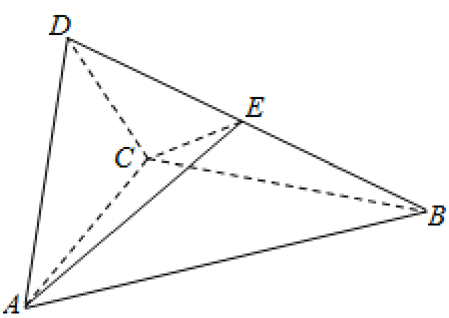
∴数列{$\frac{a_n}{2n+1}$}的前 n 项和=$(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=1-\frac{1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$.

18.某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完.根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温(单位：℃)有关.如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间[20，25)，需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶.为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15)	[15，20)	[20，25)	[25，30)	[30，35)	[35，40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.
(1)求六月份这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率;
(2)设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y(单位:元),当六月份这种酸奶一天的进货量为450瓶时,写出Y的所有可能值,并估计Y大于零的概率.
解析:(1)由前三年六月份各天的最高气温数据,求出最高气温位于区间[20,25)和最高气温低于20的天数,由此能求出六月份这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率.
(2)当温度大于等于25°C时,需求量为500,求出Y=900元;当温度在[20,25)°C时,需求量为300,求出Y=300元;当温度低于20°C时,需求量为200,求出Y=-100元,从而当温度大于等于20时,Y>0,由此能估计估计Y大于零的概率.
答案:(1)由前三年六月份各天的最高气温数据,
得到最高气温位于区间[20,25)和最高气温低于20的天数为2+16+36=54,
根据往年销售经验,每天需求量与当天最高气温(单位:℃)有关.
如果最高气温不低于25,需求量为500瓶,
如果最高气温位于区间[20,25),需求量为300瓶,
如果最高气温低于20,需求量为200瓶,
∴六月份这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率p=$\frac{54}{90}=\frac{3}{5}$.
(2)当温度大于等于25°C时,需求量为500,
Y=450×2=900元,
当温度在[20,25)°C时,需求量为300,
Y=300×2-(450-300)×2=300元,
当温度低于20°C时,需求量为200,
Y=400-(450-200)×2=-100元,
当温度大于等于20时,Y>0,
由前三年六月份各天的最高气温数据,得当温度大于等于20°C的天数有:
90-(2+16)=72,
∴估计Y大于零的概率P=$\frac{72}{90}=\frac{4}{5}$.

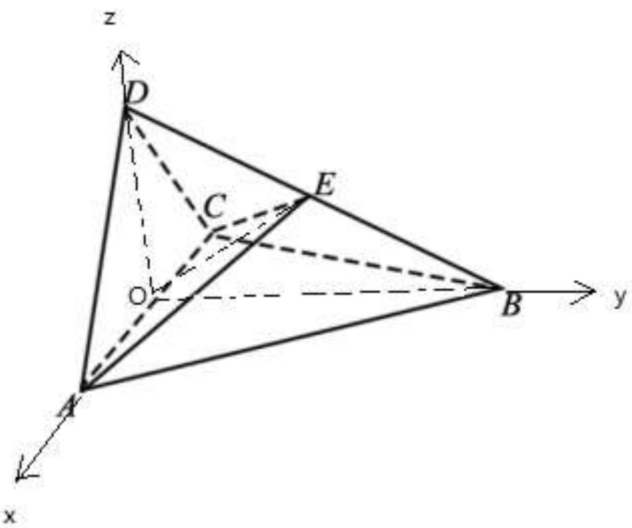
19.如图四面体ABCD中,△ABC是正三角形,AD=CD.



(1)证明:AC⊥BD;
(2)已知△ACD是直角三角形,AB=BD,若E为棱BD上与D不重合的点,且AE⊥EC,求四面体ABCE与四面体ACDE的体积比.
解析:(1)取AC中点O,连结DO、BO,推导出DO⊥AC,BO⊥AC,从而AC⊥平面BDO,由此能证明AC⊥BD.
(2)法一:连结OE,设AD=CD=$\sqrt{2}$,则OC=OA=1,由余弦定理求出BE=1,由BE=ED,四面体

ABCE 与四面体 ACDE 的高都是点 A 到平面 BCD 的高 h，$S_{\triangle DCE}=S_{\triangle BCE}$，由此能求出四面体 ABCE 与四面体 ACDE 的体积比.法二：设 AD=CD=$\sqrt{2}$，则 AC=AB=BC=BD=2，AO=CO=DO=1，BO=$\sqrt{3}$，推导出 BO⊥DO，以 O 为原点，OA 为 x 轴，OB 为 y 轴，OD 为 z 轴，建立空间直角坐标系，由 AE⊥EC，求出 DE=BE，由此能求出四面体 ABCE 与四面体 ACDE 的体积比.

答案：(1)取 AC 中点 O，连结 DO、BO，



∵△ABC 是正三角形，AD=CD，

∴DO⊥AC，BO⊥AC，

∵DO∩BO=O，∴AC⊥平面 BDO，

∵BD⊂平面 BDO，∴AC⊥BD.

(2)法一：连结 OE，由(1)知 AC⊥平面 OBD，

∵OE⊂平面 OBD，∴OE⊥AC，

设 AD=CD=$\sqrt{2}$，则 OC=OA=1，

∴E 是线段 AC 垂直平分线上的点，∴EC=EA=CD=$\sqrt{2}$，

由余弦定理得：

cos∠CBD=$\dfrac{BC^2+BD^2-CD^2}{2BC\cdot BD}=\dfrac{BC^2+BE^2-CE^2}{2BC\cdot BE}$，

即$\dfrac{4+4-2}{2\times 2\times 2}=\dfrac{4+BE^2-2}{2\times 2\times BE}$，解得 BE=1 或 BE=2，

∵BE<<BD=2，∴BE=1，∴BE=ED，

∵四面体 ABCE 与四面体 ACDE 的高都是点 A 到平面 BCD 的高 h，

∵BE=ED，∴$S_{\triangle DCE}=S_{\triangle BCE}$，

∴四面体 ABCE 与四面体 ACDE 的体积比为 1.

法二：设 AD=CD=$\sqrt{2}$，则 AC=AB=BC=BD=2，AO=CO=DO=1，

∴BO=$\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$，∴$BO^2+DO^2=BD^2$，∴BO⊥DO，

以 O 为原点，OA 为 x 轴，OB 为 y 轴，OD 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

则 C(-1，0，0)，D(0，0，1)，B(0，$\sqrt{3}$，0)，A(1，0，0)，

设 E(a，b，c)，$\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{DB}$，(0≤λ≤1)，则(a，b，c-1)=λ(0，$\sqrt{3}$，-1)，解得 E(0，$\sqrt{3}\lambda$，1-λ)，

∴$\overrightarrow{CE}$ =(1，$\sqrt{3}\lambda$，1-λ)，$\overrightarrow{AE}$=(-1，$\sqrt{3}\lambda$，1-λ)，

∵AE⊥EC，∴$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CE}$=-1+3$\lambda^2$+$(1-\lambda)^2$=0，

由λ∈[0，1]，解得$\lambda=\dfrac{1}{2}$，∴DE=BE，
∵四面体 ABCE 与四面体 ACDE 的高都是点 A 到平面 BCD 的高 h，
∵DE=BE，∴$S_{\triangle DCE}=S_{\triangle BCE}$，
∴四面体 ABCE 与四面体 ACDE 的体积比为 1.

20.在直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A、B 两点，点 C 的坐标为(0，1)，当 m 变化时，解答下列问题：
(1)能否出现 AC⊥BC 的情况？说明理由；
(2)证明过 A、B、C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.
解析：(1)设曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A(x_1，0)，B(x_2，0)，运用韦达定理，再假设 AC⊥BC，运用直线的斜率之积为-1，即可判断是否存在这样的情况；
(2)设过 A、B、C 三点的圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$($D^2+E^2-4F>0$)，由题意可得 D=m，F=-2，代入(0，1)，可得 E=1，再令 x=0，即可得到圆在 y 轴的交点，进而得到弦长为定值.
答案：(1)曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A、B 两点，
可设 A(x_1，0)，B(x_2，0)，
由韦达定理可得 $x_1x_2=-2$，
若 AC⊥BC，则 $k_{AC}\cdot k_{BC}=-1$，

即有$\dfrac{1-0}{0-x_1}\cdot\dfrac{1-0}{0-x_2}$=-1，

即为 $x_1x_2=-1$ 这与 $x_1x_2=-2$ 矛盾，
故不出现 AC⊥BC 的情况；
(2)证明：设过 A、B、C 三点的圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$($D^2+E^2-4F>0$)，
由题意可得 y=0 时，$x^2+Dx+F=0$ 与 $x^2+mx-2=0$ 等价，
可得 D=m，F=-2，
圆的方程即为 $x^2+y^2+mx+Ey-2=0$，
由圆过 C(0，1)，可得 0+1+0+E-2=0，可得 E=1，
则圆的方程即为 $x^2+y^2+mx+y-2=0$，
再令 x=0，可得 $y^2+y-2=0$，
解得 y=1 或-2.
即有圆与 y 轴的交点为(0，1)，(0，-2)，
则过 A、B、C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值 3.

21.已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+(2a+1)x$.

(1)讨论 $f(x)$的单调性;

(2)当 $a<0$ 时，证明 $f(x)\leqslant -\frac{3}{4a}-2$.

解析：(1)题干求导可知 $f'(x)=\frac{(2ax+1)(x+1)}{x}(x>0)$，分 $a=0$、$a>0$、$a<0$ 三种情况讨论 $f'(x)$与 0 的大小关系可得结论;

(2)通过(1)可知 $f(x)_{max}=f(-\frac{1}{2a})=-1-\ln 2-\frac{1}{4a}+\ln(-\frac{1}{a})$，进而转化可知问题转化为证明：当 $t>0$ 时 $-\frac{1}{2}t+\ln t\leqslant -1+\ln 2$.进而令 $g(t)=-\frac{1}{2}t+\ln t$，利用导数求出 $y=g(t)$的最大值即可.

答案：(1)解：因为 $f(x)=\ln x+ax^2+(2a+1)x$，

求导 $f'(x)=\frac{1}{x}+2ax+(2a+1)=\frac{2ax^2+(2a+1)x+1}{x}=\frac{(2ax+1)(x+1)}{x}$，$(x>0)$，

①当 $a=0$ 时，$f'(x)=\frac{1}{x}+1>0$ 恒成立，此时 $y=f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增;

②当 $a>0$，由于 $x>0$，所以$(2ax+1)(x+1)>0$ 恒成立，此时 $y=f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增;

③当 $a<0$ 时，令 $f'(x)=0$，解得：$x=-\frac{1}{2a}$.

因为当 $x\in(0,-\frac{1}{2a})$ $f'(x)>0$、当 $x\in(-\frac{1}{2a},+\infty)$ $f'(x)<0$，

所以 $y=f(x)$在$(0,-\frac{1}{2a})$上单调递增、在$(-\frac{1}{2a},+\infty)$上单调递减.

综上可知：当 $a\geqslant 0$ 时 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

当 $a<0$ 时，$f(x)$在$(0,-\frac{1}{2a})$上单调递增、在$(-\frac{1}{2a},+\infty)$上单调递减;

(2)证明：由(1)可知：当 $a<0$ 时 $f(x)$在$(0,-\frac{1}{2a})$上单调递增、在$(-\frac{1}{2a},+\infty)$上单调递减，

所以当 $x=-\frac{1}{2a}$ 时函数 $y=f(x)$取最大值 $f(x)_{max}=f(-\frac{1}{2a})=-1-\ln 2-\frac{1}{4a}+\ln(-\frac{1}{a})$.

从而要证 $f(x)\leqslant -\frac{3}{4a}-2$，即证 $f(-\frac{1}{2a})\leqslant -\frac{3}{4a}-2$，

即证$-1-\ln 2-\frac{1}{4a}+\ln(-\frac{1}{a})\leqslant -\frac{3}{4a}-2$，即证$-\frac{1}{2}(-\frac{1}{a})+\ln(-\frac{1}{a})\leqslant -1+\ln 2$.

令 $t=-\frac{1}{a}$，则 $t>0$，问题转化为证明：$-\frac{1}{2}t+\ln t\leqslant -1+\ln 2$.…(*)

令 $g(t)=-\frac{1}{2}t+\ln t$，则 $g'(t)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{t}$，

令 $g'(t)=0$ 可知 $t=2$，则当 $0<t<2$ 时 $g'(t)>0$，当 $t>2$ 时 $g'(t)<0$，

所以 $y=g(t)$在$(0,2)$上单调递增、在$(2,+\infty)$上单调递减，

即 $g(t)\leqslant g(2)=-\dfrac{1}{2}\times 2+\ln 2=-1+\ln 2$，即(*)式成立，

所以当 $a<0$ 时，$f(x)\leqslant -\dfrac{3}{4a}-2$ 成立.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22.在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1的参数方程为$\begin{cases}x=2+t\\ y=kt\end{cases}$，(t 为参数)，直线 l_2的参数方程为$\begin{cases}x=-2+m\\ y=\dfrac{m}{k}\end{cases}$，(m 为参数).设 l_1与 l_2的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C.

(1)写出 C 的普通方程;

(2)以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，M 为 l_3与 C 的交点，求 M 的极径.

解析:(1)分别消掉参数 t 与 m 可得直线 l_1与直线 l_2的普通方程为 $y=k(x-2)$①与 $x=-2+ky$②;联立①②，消去 k 可得 C 的普通方程为 $x^2-y^2=4$;

(2)将 l_3的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$ 化为普通方程：$x+y-\sqrt{2}=0$，再与曲线 C 的方程联立，可得$\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，即可求得 l_3与 C 的交点 M 的极径为 $\rho=\sqrt{5}$.

答案：(1)∵直线 l_1的参数方程为$\begin{cases}x=2+t\\ y=kt\end{cases}$，(t 为参数)，

∴消掉参数 t 得：直线 l_1的普通方程为：$y=k(x-2)$①;

又直线 l_2的参数方程为$\begin{cases}x=-2+m\\ y=\dfrac{m}{k}\end{cases}$，(m 为参数)，

同理可得，直线 l_2的普通方程为：$x=-2+ky$②;

联立①②，消去 k 得：$x^2-y^2=4$，即 C 的普通方程为 $x^2-y^2=4$;

(2)∵l_3的极坐标方程为 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，

∴其普通方程为：$x+y-\sqrt{2}=0$，

联立$\begin{cases}x+y=\sqrt{2}\\ x^2-y^2=4\end{cases}$得：$\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴ $\rho^2=x^2+y^2=\frac{18}{4}+\frac{2}{4}=5$.

∴ l_3 与 C 的交点 M 的极径为 $\rho=\sqrt{5}$.

[选修 4-5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集；

(2) 若不等式 $f(x)\geqslant x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.

解析：(1) 由于 $f(x)=|x+1|-|x-2|=\begin{cases}-3, & x<-1\\ 2x-1, & -1\le x\le 2\\ 3, & x>2\end{cases}$，解不等式 $f(x)\geqslant 1$ 可分 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 与 $x>2$ 两类讨论即可解得不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集；

(2) 依题意可得 $m\leqslant[f(x)-x^2+x]max$，设 $g(x)=f(x)-x^2+x$，分 $x\leqslant 1$、$-1<x<2$、$x\geqslant 2$ 三类讨论，可求得 $g(x)_{max}=\frac{5}{4}$，从而可得 m 的取值范围.

答案：(1) ∵ $f(x)=|x+1|-|x-2|=\begin{cases}-3, & x<-1\\ 2x-1, & -1\le x\le 2\\ 3, & x>2\end{cases}$，$f(x)\geqslant 1$，

∴当 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$2x-1\geqslant 1$，解得 $1\leqslant x\leqslant 2$；

当 $x>2$ 时，$3\geqslant 1$ 恒成立，故 $x>2$；

综上，不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集为 $\{x|x\geqslant 1\}$.

(2) 原式等价于存在 $x\in R$ 使得 $f(x)-x^2+x\geqslant m$ 成立，

即 $m\leqslant[f(x)-x^2+x]_{max}$，设 $g(x)=f(x)-x2+x$.

由(1)知，$g(x)=\begin{cases}-x^2+x-3, & x\le -1\\ -x^2+3x-1, & -1<x<2\\ -x^2+x+3, & x\ge 2\end{cases}$，

当 $x\leqslant -1$ 时，$g(x)=-x^2+x-3$，其开口向下，对称轴方程为 $x=\frac{1}{2}>-1$，

∴ $g(x)\leqslant g(-1)=-1-1-3=-5$；

当 $-1<x<2$ 时，$g(x)=-x^2+3x-1$，其开口向下，对称轴方程为 $x=\frac{3}{2}\in(-1, 2)$，

∴ $g(x)\leqslant g(\frac{3}{2})=-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}-1=\frac{5}{4}$；

当 $x\geqslant 2$ 时，$g(x)=-x^2+x+3$，其开口向下，对称轴方程为 $x=\frac{1}{2}<2$，

∴ $g(x)\leqslant g(2)=-4+2=3=1$；

综上，$g(x)_{max}=\frac{5}{4}$，

∴m 的取值范围为 $(-\infty, \frac{5}{4}]$.