2015年广东省广州市中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，满分30分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.四个数-3.14，0，1，2中为负数的是(　　)

A.-3.14

B.0

C.1

D.2

解析：四个数-3.14，0，1，2中为负数的是-3.14.

答案：A

2.将图中所示的图案以圆心为中心，旋转180°后得到的图案是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：将图中所示的图案以圆心为中心，旋转180°后得到的图案如下.

答案：D

3. 已知⊙O的半径为5，直线l是⊙O的切线，则点O到直线l的距离是(　　)

A.2.5

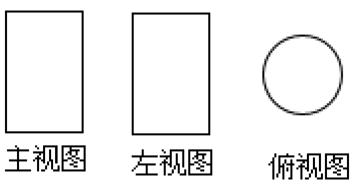
B.3C.5

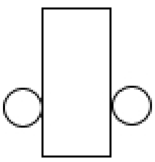
D.10
解析：∵直线 l 与半径为 r 的⊙O 相切，∴点 O 到直线 l 的距离等于圆的半径，即点 O 到直线 l 的距离为 5.
答案：C

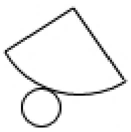
4.两名同学进行了 10 次三级蛙跳测试，经计算，他们的平均成绩相同，若要比较这两名同学的成绩哪一位更稳定，通常还需要比较他们成绩的(　　)
A.众数
B.中位数
C.方差
D.以上都不对
解析：由于方差能反映数据的稳定性，需要比较这两名学生三级蛙跳成绩的方差.
答案：C

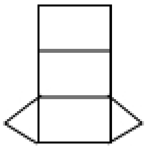
5.下列计算正确的是(　　)
A.$ab\cdot ab=2ab$
B.$(2a)^3=2a^3$
C.$3\sqrt{a}-\sqrt{a}=3$ $(a\geqslant 0)$
D.$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$
解析：A、$ab\cdot ab=a^2b^2$，故此选项错误；
B、$(2a)^3=8a^3$，故此选项错误；
C、$3\sqrt{a}-\sqrt{a}=2\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$，故此选项错误；
D、$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$，正确.
答案：D.

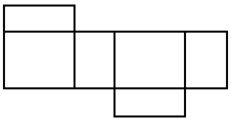
6.如图是一个几何体的三视图，则该几何体的展开图可以是(　　)




A.


B.

C. 

D. 

解析：∵主视图和左视图是长方形，∴该几何体是柱体，
∵俯视图是圆，∴该几何体是圆柱，∴该几何体的展开图可以是选项 A.

答案：A

7. 已知 a，b 满足方程组 $\begin{cases} a+5b=12, \\ 3a-b=4, \end{cases}$ 则 a+b 的值为(　　)

A. -4
B. 4
C. -2
D. 2

解析：$\begin{cases} a+5b=12① , \\ 3a-b=4② , \end{cases}$ ①+②×5 得：16a=32，即 a=2，
把 a=2 代入①得：b=2，则 a+b=4.
答案：B

8. 下列命题中，真命题的个数有(　　)
①对角线互相平分的四边形是平行四边形；
②两组对角分别相等的四边形是平行四边形；
③一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形.
A. 3 个
B. 2 个
C. 1 个
D. 0 个
解析：①对角线互相平分的四边形是平行四边形，正确，符合题意；
②两组对角分别相等的四边形是平行四边形，正确，符合题意；
③一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形，说法错误，例如等腰梯形，也符合一组对边平行，另一组对边相等.
答案：B

9. 已知圆的半径是 2 $\sqrt{3}$，则该圆的内接正六边形的面积是(　　)

A. 3$\sqrt{3}$

B. $9\sqrt{3}$

C. $18\sqrt{3}$

D. $36\sqrt{3}$

解析：连接正六边形的中心与各个顶点，得到六个等边三角形，等边三角形的边长是 $2\sqrt{3}$，

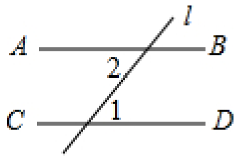
高为 $\sqrt{3}$，因而等边三角形的面积是 $3\sqrt{3}$，∴正六边形的面积=$18\sqrt{3}$.

答案：C

10.已知 2 是关于 x 的方程 $x^2-2mx+3m=0$ 的一个根，并且这个方程的两个根恰好是等腰三角形 ABC 的两条边长，则三角形 ABC 的周长为(　　)
A.10
B.14
C.10 或 14
D.8 或 10
解析：∵2 是关于 x 的方程 $x^2-2mx+3m=0$ 的一个根，
∴$2^2-4m+3m=0$，m=4，∴$x^2-8x+12=0$，解得 $x_1=2$，$x_2=6$.
①当 6 是腰时，2 是底边，此时周长=6+6+2=14；
②当 6 是底边时，2 是腰，2+2＜6，不能构成三角形.
所以它的周长是 14.
答案：B

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

11.如图，AB∥CD，直线 l 分别与 AB，CD 相交，若∠1=50°，则∠2 的度数为__________.



解析：∵AB∥CD，∴∠1=∠2，∵∠1=50°，∴∠2=50°.
答案：50°

12.根据环保局公布的广州市 2013 年至 2014 年 PM2.5 的主要来源的数据，制成扇形统计图，其中所占百分比最大的主要来源是__________.(填主要来源的名称)

解析：所占百分比最大的主要来源是：机动车尾气.

答案：机动车尾气.

13.分解因式：2mx-6my=__________.

解析：原式提取公因式即可得到结果.原式=2m(x-3y).

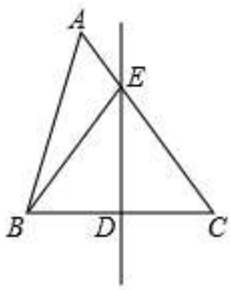
答案：2m(x-3y)

14.某水库的水位在 5 小时内持续上涨，初始的水位高度为 6 米，水位以每小时 0.3 米的速度匀速上升，则水库的水位高度 y 米与时间 x 小时(0≤x≤5)的函数关系式为__________.

解析：根据题意可得：y=6+0.3x(0≤x≤5)，

答案：y=6+0.3x

15.如图，△ABC 中，DE 是 BC 的垂直平分线，DE 交 AC 于点 E，连接 BE.若 BE=9，BC=12，则 cosC=__________.

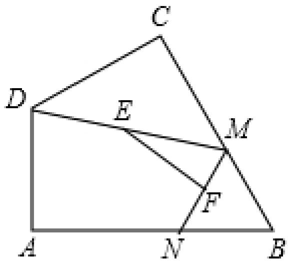


解析：∵DE 是 BC 的垂直平分线，∴CE=BE，∴CD=BD，

∵BE=9，BC=12，∴CD=6，CE=9，∴cosC=$\frac{CD}{CE}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

答案：$\frac{2}{3}$

16.如图，四边形 ABCD 中，∠A=90°，AB=$3\sqrt{3}$，AD=3，点 M，N 分别为线段 BC，AB 上的动点(含端点，但点 M 不与点 B 重合)，点 E，F 分别为 DM，MN 的中点，则 EF 长度的最大值为__________.



解析：∵ED=EM，MF=FN，∴EF=$\dfrac{1}{2}$DN，∴DN 最大时，EF 最大，

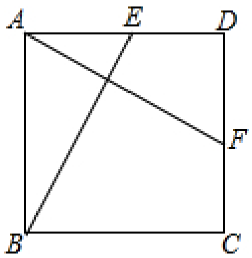
∵N 与 B 重合时 DN 最大，此时 DN=DB=$\sqrt{AD^2+AB^2}$ =6，∴EF 的最大值为 3.

答案：3.

三、解答题(本大题共 9 小题，满分 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.解方程：5x=3(x-4)
解析：方程去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.
答案：方程去括号得：5x=3x-12，
移项合并得：2x=-12，
解得：x=-6

18.如图，正方形 ABCD 中，点 E，F 分别在 AD，CD 上，且 AE=DF，连接 BE，AF.求证：BE=AF.



解析：根据正方形的四条边都相等可得 AB=AD，每一个角都是直角可得∠BAE=∠D=90°，然后利用“边角边”证明△ABE 和△ADF 全等，根据全等三角形对应边相等证明即可.
答案：在正方形 ABCD 中，AB=AD，∠BAE=∠D=90°，

在△ABE 和△ADF 中，$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle BAE=\angle D=90^\circ,\\ AE=DF,\end{cases}$∴△ABE≌△ADF(SAS)，∴BE=AF.

19.已知 A=$\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}-\dfrac{x}{x-1}$.

(1)化简 A；

(2)当 x 满足不等式组$\begin{cases}x-1\ge 0,\\ x-3<0,\end{cases}$且 x 为整数时，求 A 的值.

解析：(1)根据分式四则混合运算的运算法则，把A式进行化简即可.
(2)首先求出不等式组的解集，然后根据x为整数求出x的值，再把求出的x的值代入化简后的A式进行计算即可.

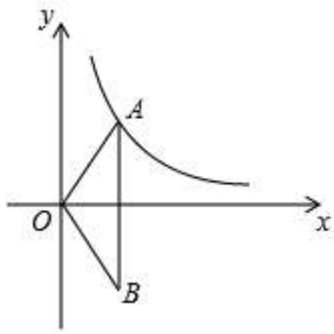
答案：(1)A=$\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}-\frac{x}{x-1}=\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}-\frac{x}{x-1}=\frac{x+1}{x-1}-\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$

(2)∵$\begin{cases}x-1\geq 0,\\x-3<0,\end{cases}$∴$\begin{cases}x\geq 1,\\x<3,\end{cases}$∴1≤x＜3，∵x为整数，∴x=1或x=2，

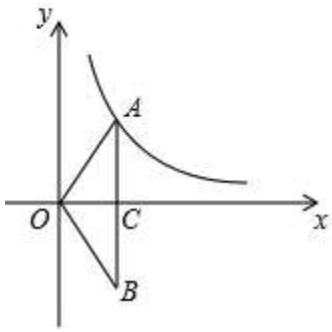
①当x=1时，∵x-1≠0，∴A=$\frac{1}{x-1}$中x≠1，∴当x=1时，A=$\frac{1}{x-1}$无意义.

②当x=2时，A=$\frac{1}{x-1}=\frac{1}{2-1}$=1.

20.已知反比例函数y=$\frac{m-7}{x}$的图象的一支位于第一象限.



(1)判断该函数图象的另一支所在的象限，并求m的取值范围；
(2)如图，O为坐标原点，点A在该反比例函数位于第一象限的图象上，点B与点A关于x轴对称，若△OAB的面积为6，求m的值.
解析：(1)根据反比例函数的图象是双曲线.当k＞0时，则图象在一、三象限，且双曲线是关于原点对称的；
(2)由对称性得到△OAC的面积为3.设A(x，$\frac{m-7}{x}$)，则利用三角形的面积公式得到关于m的方程，借助于方程来求m的值.
答案：(1)根据反比例函数的图象关于原点对称知，该函数图象的另一支在第三象限，且m-7＞0，则m＞7.
(2)∵点B与点A关于x轴对称，若△OAB的面积为6，∴△OAC的面积为3.



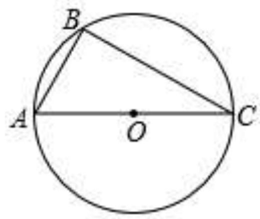
设A(x，$\frac{m-7}{x}$)，则$\frac{1}{2}$x·$\frac{m-7}{x}$=3，解得m=13.

21.某地区2013年投入教育经费2500万元，2015年投入教育经费3025万元.
(1)求2013年至2015年该地区投入教育经费的年平均增长率；
(2)根据(1)所得的年平均增长率，预计2016年该地区将投入教育经费多少万元.
解析:(1)一般用增长后的量=增长前的量×(1+增长率),2014年要投入教育经费是2500(1+x)万元，在2014年的基础上再增长x，就是2015年的教育经费数额，即可列出方程求解.
(2)利用(1)中求得的增长率来求2016年该地区将投入教育经费.
答案：设增长率为x，根据题意2014年为2500(1+x)万元，2015年为$2500(1+x)^2$万元.
则$2500(1+x)^2=3025$，
解得x=0.1=10%，或x=-2.1(不合题意舍去).
答：这两年投入教育经费的平均增长率为10%.
(2)3025×(1+10%)=3327.5(万元).
故根据(1)所得的年平均增长率，预计2016年该地区将投入教育经费3327.5万元.

22.　4件同型号的产品中，有1件不合格品和3件合格品.
(1)从这4件产品中随机抽取1件进行检测，求抽到的是不合格品的概率；
(2)从这4件产品中随机抽取2件进行检测，求抽到的都是合格品的概率；
(3)在这4件产品中加入x件合格品后，进行如下试验:随机抽取1件进行检测，然后放回，多次重复这个试验，通过大量重复试验后发现，抽到合格品的频率稳定在0.95，则可以推算出x的值大约是多少？
解析：(1)用不合格品的数量除以总量即可求得抽到不合格品的概率；
(2)利用独立事件同时发生的概率等于两个独立事件单独发生的概率的积即可计算；
(3)根据频率估计出概率，利用概率公式列式计算即可求得x的值.
答案：(1)∵4件同型号的产品中，有1件不合格品，∴P(不合格品)=$\frac{1}{4}$.
(2)共有12种情况，抽到的都是合格品的情况有6种，

P(抽到的都是合格品)=$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.
(3)∵大量重复试验后发现，抽到合格品的频率稳定在0.95，
∴抽到合格品的概率等于0.95，∴$\frac{x+3}{x+4}$=0.95，解得：x=16.

23.如图，AC是⊙O的直径，点B在⊙O上，∠ACB=30°.



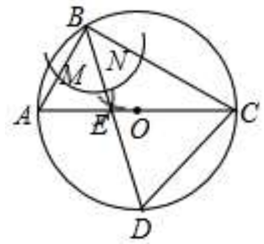
(1)利用尺规作∠ABC 的平分线 BD，交 AC 于点 E，交⊙O 于点 D，连接 CD(保留作图痕迹，不写作法)

(2)在(1)所作的图形中，求△ABE 与△CDE 的面积之比.

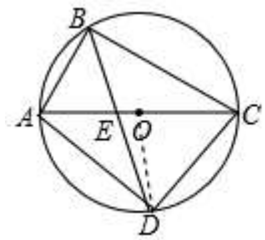
解析：(1)①以点 B 为圆心，以任意长为半径画弧，两弧交角 ABC 两边于点 M，N；②分别以点 M，N 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$MN 的长度为半径画弧，两弧交于一点；③作射线 BE 交 AC 与 E，交⊙O 于点 D，则线段 BD 为△ABC 的角平分线；

(2)连接 OD,设⊙O 的半径为 r,证得△ABE∽△DCE,在 Rt△ACB 中,∠ABC=90°,∠ACB=30°，得到 AB=$\frac{1}{2}$AC=r，推出△ADC 是等腰直角三角形，在 Rt△ODC 中，求得 DC=$\sqrt{OD^2+OC^2}$=$\sqrt{2}$r，于是问题可得.

答案：(1)如图所示.



(2)如图，连接 OD，设⊙O 的半径为 r，



∵∠BAE=∠CDE，∠AEB=∠DEC，∴△ABE∽△DCE，

在 Rt△ACB 中，∠ABC=90°，∠ACB=30°，∴AB=$\frac{1}{2}$AC=r，

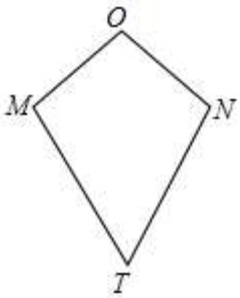
∵∠ABD=∠ACD=45°，

∵OD=OC，∴∠ABD=∠ACD=45°，∴∠DOC=90°，

在 Rt△ODC 中，DC=$\sqrt{OD^2+OC^2}$=$\sqrt{2}$r，

∴$\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta CDE}}=(\frac{AB}{DC})^2=(\frac{r}{\sqrt{2}r})^2=\frac{1}{2}$.

24.如图，四边形 OMTN 中，OM=ON，TM=TN，我们把这种两组邻边分别相等的四边形叫做筝形.



(1)试探究筝形对角线之间的位置关系，并证明你的结论；

(2)在筝形 ABCD 中，已知 AB=AD=5，BC=CD，BC＞AB，BD、AC 为对角线，BD=8，

①是否存在一个圆使得 A，B，C，D 四个点都在这个圆上？若存在，求出圆的半径；若不存在，请说明理由；

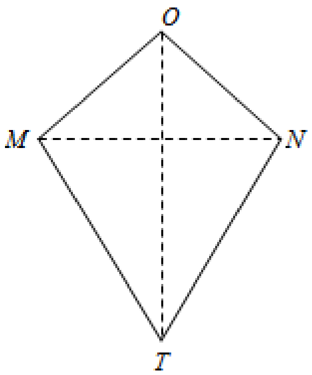
②过点 B 作 BF⊥CD，垂足为 F，BF 交 AC 于点 E，连接 DE，当四边形 ABED 为菱形时，求点 F 到 AB 的距离.

解析：(1)证明△OMP≌△ONP，即可证得 MN⊥OT，且 OT 平分 MN；

(2)①若经过 A，B，C，D 四个点的圆存在，则对角互补，据此即可判断；

②已知 FM⊥AB，作 EG⊥AB 于 G，根据菱形的面积公式求得 GE 的长，然后根据△BNE∽△BFD 求得 BF 的长，再根据△BEG∽△BFM 求得 FM 的长.

答案：(1)猜想：筝形对角线之间的位置关系：垂直.即 OT⊥MN.

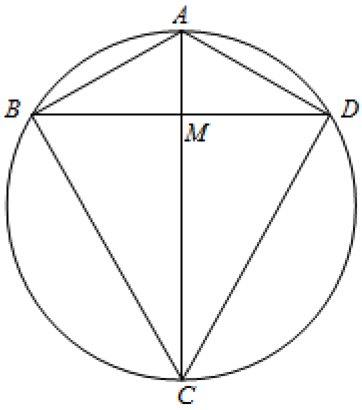


证明：连接 OT，MN，在△OMT 和△ONT 中，$\begin{cases} OM = ON, \\ OT = OT, \\ TM = TN, \end{cases}$

∴△OMT≌△ONT(SSS)，∴∠MOT=∠NOT，

∵OM=ON，∴OT⊥MN(等腰三角形三线合一).

(2)①存在.由(1)得 AC⊥BD，设 AC 与 BD 交于点 M，



在 Rt△AMB 中，AB=5，BM=$\frac{1}{2}$BD=4，∴AM=$\sqrt{AB^2-BM^2}$=3，

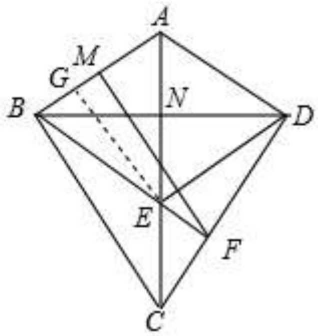
∵A、B、C、D 四点共圆，∴∠ABC+∠ADC=180°，

又∵△ABC≌△ADC，∴∠ABC=∠ADC=90°，∴AC 即为所求圆的直径

∵∠BAM=∠BAC，∠ABC=∠AMB=90°，∴△ABM∽△ACB，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AM}{AB}$，即$\frac{5}{AC}=\frac{3}{5}$，∴AC=$\frac{25}{3}$，∴圆的半径为：$\frac{1}{2}$AC=$\frac{25}{6}$.

②作 FM⊥AB，作 EG⊥AB 于 G.



∵四边形 ABED 是菱形，∴AE⊥BD，且 BN=$\frac{1}{2}$BD=4，

∴AN=NE=$\sqrt{AB^2-BN^2}=\sqrt{5^2-4^2}$=3，AE=6. ∴$S_{菱形ABED}$=$\frac{1}{2}$AE•BD=$\frac{1}{2}$×6×8=24，

又∵$S_{菱形ABED}$=AB•EG，∴EG=$\frac{24}{5}$.

∵∠DBF=∠DBF，∠BNE=∠BFD，∴△BNE∽△BFD，

∴$\frac{BF}{BN}=\frac{BD}{BE}$，即$\frac{BF}{4}=\frac{8}{5}$，∴BF=$\frac{32}{5}$.

∵GE⊥AB，FM⊥AB，∴GE∥FM，∴△BEG∽△BFM，

∴$\frac{FM}{GE}=\frac{BF}{BE}$，即$\frac{FM}{\frac{24}{5}}=\frac{\frac{32}{5}}{5}$，解得：FM=$\frac{768}{125}$.

25. 已知 O 为坐标原点，抛物线 $y_1=ax^2+bx+c(a\neq0)$与 x 轴相交于点 $A(x_1，0)$，$B(x_2，0)$，与 y 轴交于点 C，且 O，C 两点间的距离为 3，$x_1\bullet x_2<0$，$|x_1|+|x_2|=4$，点 A，C 在直线 $y_2=-3x+t$

上.
(1)求点C的坐标；
(2)当 y_1 随着x的增大而增大时，求自变量x的取值范围；
(3)将抛物线 y_1 向左平移 $n(n>0)$ 个单位，记平移后y随着x的增大而增大的部分为P，直线 y_2 向下平移n个单位，当平移后的直线与P有公共点时，求 $2n^2-5n$ 的最小值.
解析：(1)利用y轴上点的坐标性质表示出C点坐标，再利用O，C两点间的距离为3求出即可；
(2)分别利用①若C(0，3)，即c=3，以及②若C(0，-3)，即c=-3，得出A，B点坐标，进而求出函数解析式，进而得出答案；
(3)利用①若c=3，则 $y_1=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$，$y_2=-3x+3$，得出 y_1 向左平移n个单位后，则解析式为：$y_3=-(x+1+n)2+4$，进而求出平移后的直线与P有公共点时得出n的取值范围，②若c=-3，则 $y_1=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，$y_2=-3x-3$，y_1 向左平移n个单位后，则解析式为：$y_3=(x-1+n)^2-4$，进而求出平移后的直线与P有公共点时得出n的取值范围，进而利用配方法求出函数最值.
答案：(1)令x=0，则y=c，故C(0，c)，
∵OC的距离为3，∴|c|=3，即c=±3，∴C(0，3)或(0，-3).
(2)∵ $x_1x_2<0$，∴ x_1，x_2 异号，
①若C(0，3)，即c=3，
把C(0，3)代入 $y2=-3x+t$，则0+t=3，即t=3，∴ $y_2=-3x+3$，
把A(x1，0)代入 $y2=-3x+3$，则 $-3x1+3=0$，即 $x_1=1$，∴A(1，0)，
∵ x_1，x_2 异号，$x_1=1>0$，∴ $x_2<0$，
∵ $|x_1|+|x_2|=4$，∴ $1-x_2=4$，解得：$x_2=-3$，则B(-3，0)，
代入 $y_1=ax^2+bx+3$ 得，$\begin{cases}a+b+3=0,\\9a-3b+3=0,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}a=-1,\\b=-2,\end{cases}$
∴ $y_1=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$，则当 $x\leqslant-1$ 时，y随x增大而增大.
②若C(0，-3)，即c=-3，
把C(0，-3)代入 $y_2=-3x+t$，则0+t=-3，即t=-3，∴ $y_2=-3x-3$，
把 $A(x_1，0)$，代入 $y_2=-3x-3$，则 $-3x_1-3=0$，即 $x_1=-1$，∴A(-1，0)，
∵ x_1，x_2 异号，$x_1=-1<0$，∴ $x_2>0$，
∵ $|x_1|+|x_2|=4$，∴ $1+x_2=4$，解得：$x_2=3$，则B(3，0)，
代入 $y_1=ax^2+bx+3$ 得，$\begin{cases}a-b-3=0,\\9a+3b-3=0,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}a=1,\\b=-2,\end{cases}$ ∴ $y_1=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，
则当 $x\geqslant1$ 时，y随x增大而增大，
综上所述，若c=3，当y随x增大而增大时，$x\leqslant-1$；
若c=-3，当y随x增大而增大时，$x\geqslant1$.
(3)①若c=3，则 $y_1=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$，$y_2=-3x+3$，
y_1 向左平移n个单位后，则解析式为：$y_3=-(x+1+n)^2+4$，
则当 $x\leqslant-1-n$ 时，y随x增大而增大，
y_2 向下平移n个单位后，则解析式为：$y_4=-3x+3-n$，
要使平移后直线与P有公共点，则当 $x=-1-n$，$y_3\geqslant y_4$，
即 $-(-1-n+1+n)^2+4\geqslant-3(-1-n)+3-n$，解得：$n\leqslant-1$，
∵ $n>0$，∴ $n\leqslant-1$ 不符合条件，应舍去；

②若 $c=-3$，则 $y_1=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，$y_2=-3x-3$，
y_1 向左平移 n 个单位后，则解析式为：$y_3=(x-1+n)^2-4$，
则当 $x\geqslant 1-n$ 时，y 随 x 增大而增大，y_2 向下平移 n 个单位后，则解析式为：$y_4=-3x-3-n$，
要使平移后直线与 P 有公共点，则当 $x=1-n$，$y_3\leqslant y_4$，
即 $(1-n-1+n)^2-4\leqslant -3(1-n)-3-n$，解得：$n\geqslant 1$，综上所述：$n\geqslant 1$，
$2n^2-5n=2(n-\frac{5}{4})^2-\frac{25}{8}$，
∴当 $n=\frac{5}{4}$ 时，$2n^2-5n$ 的最小值为：$-\frac{25}{8}$.