2018年上海市静安区中考二模数学

一、选择题：(本大题共6题，每题4分，满分24分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.下列实数中，有理数是(　　)

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt[3]{4}$

D. $\sqrt{4}$

解析：$\sqrt{2}$、$\sqrt{\frac{1}{2}}$、$\sqrt[3]{4}$既不是分数也不是整数，不属于有理数，故A、B、C均不符合题意；

$\sqrt{4}$=2，是整数，属于有理数，故D选项符合题意.

答案：D

2.下列方程中，有实数根的是(　　)

A. $\sqrt{x-1}=-x$

B. $(x+2)^2-1=0$

C. $x^2+1=0$

D. $\sqrt{x-4}+\sqrt{x-3}=0$

解析：A、由$\sqrt{x-1}$得，x≥1，

则-x＜0，

根据算术平方根的定义可知，A无实根；

B、$(x+2)^2=1$

x+2=±1，

$x_1=-1$，$x_2=-3$，B有实根；

C、$x^2\neq-1$，

故C无实根；

D、由x-4≥0可知，x≥4，

则$\sqrt{x-4}$≥0，$\sqrt{x-3}$＞0，

故D无实根.

答案：B

3.如果a＞b，m＜0，那么下列不等式中成立的是(　　)

A. am＞bm

B. $\frac{a}{m}>\frac{b}{m}$

C. a+m＞b+m

D. -a+m＞-b+m.

解析：A、am＜bm，故原题错误；

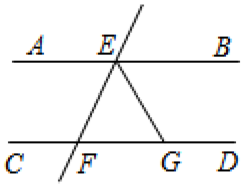
B、$\frac{a}{m}<\frac{b}{m}$，故原题错误；

C、a+m＞b+m，故原题正确；

D、-a+m＜-b+m，故原题错误.

答案：C

4.如图，AB∥CD，直线 EF 分别交 AB、CD 于点 E、F，EG 平分∠BEF，如果∠EFG=64°，那么∠EGD 的大小是(　)



A.122°
B.124°
C.120°
D.126°
解析：∵AB∥CD，∠EFG=64°，
∴∠BEF=180°−∠EFG=116°，
∵EG 平分∠BEF 交 CD 于点 G，
∴∠BEG=$\frac{1}{2}$∠BEF=58°，
∵AB∥CD，
∴∠EGD=180°−∠BEG=122°.
答案：A

5.已知两组数据：a_1，a_2，a_3，a_4，a_5 和 a_1-1，a_2-1，a_3-1，a_4-1，a_5-1，下列判断中错误的是(　)
A.平均数不相等，方差相等
B.中位数不相等，标准差相等
C.平均数相等，标准差不相等
D.中位数不相等，方差相等
解析：因为两组数据：a_1，a_2，a_3，a_4，a_5 和 a_1-1，a_2-1，a_3-1，a_4-1，a_5-1，
它们的平均数不同，方差相等，中位数不同，标准差相等.
答案：C

6.下列命题中，假命题是(　)
A.两组对角分别相等的四边形是平行四边形
B.有一条对角线与一组邻边构成等腰三角形的平行四边形是菱形
C.一组邻边互相垂直，两组对边分别平行的四边形是矩形
D.有一组邻边相等且互相垂直的平行四边形是正方形
解析：A、两组对角分别相等的四边形是平行四边形，正确；
B、有一条对角线与一组邻边构成等腰三角形的平行四边形不一定是菱形，错误；
C、一组邻边互相垂直，两组对边分别平行的四边形是矩形，正确；
D、有一组邻边相等且互相垂直的平行四边形是正方形，正确.
答案：B

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】
7.计算：$2a^2\cdot a^3=$____.
解析：$2a^2\cdot a^3=(2\times1)(a^2\cdot a^3)=2a^5$.
答案：$2a^5$

8.分解因式 $(x-y)^2+4xy=$____.
解析：$(x-y)^2+4xy=x^2-2xy+y^2+4xy$，
$=x^2+2xy+y^2$，

$=(x+y)^2$.
答案：$(x+y)^2$

9. 方程组$\begin{cases} x+y=3 \\ y-2x=6 \end{cases}$的解是____.

解析：$\begin{cases} x+y=3① \\ -2x+y=6② \end{cases}$，
①-②，得
3x=-3，
解这个方程，得
x=-1，
把 x=-1 代入①，得
-1+y=3，
解得 x=4，
这个方程组的解为$\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$，
答案：$\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$

10. 如果$\dfrac{x}{\sqrt{x-4}}$有意义，那么 x 的取值范围是____.
解析：由题意可知：x-4≥0 且 x-4≠0
所以 x＞4
答案：x＞4

11. 如果函数$y=\dfrac{-a^2-1}{x}$(a 为常数)的图象上有两点(1，y_1)、$\left(\dfrac{1}{3},\ y_2\right)$，那么函数值 y_1____y_2.(填“＜”、“=”或“＞”)
解析：∵$-a^2-1<0$，
∴在图象的每一支上 y 随 x 的增大而增大，
∵$1>\dfrac{1}{3}$，
∴$y_1>y_2$.
答案：＞

12. 为了解植物园内某种花卉的生长情况，在一片约有 3000 株此类花卉的园地内，随机抽测了 200 株的高度作为样本，统计结果整理后列表如下：(每组数据可包括最低值，不包括最高值)

高度(cm)	40～45	45～50	50～55	55～60	60～65	65～70
频数	33	42	22	24	43	36

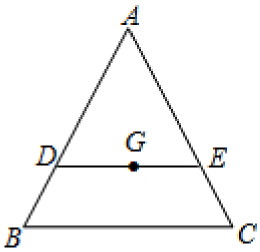
试估计该园地内此类花卉高度小于 55 厘米且不小于 45 厘米的约为____株.
解析：估计该园地内此类花卉高度小于 55 厘米且不小于 45 厘米的约为 $3000\times\dfrac{42+22}{200}$=960(株).
答案：960

13. 从 1，2，3，4，5，6，7，8，9 中任取一个数，这个数既是奇数又是素数的概率是____.
解析：∵在 1～9 这 9 个数中，既是奇数又是素数的有 3、5、7 这三个，

∴这个数既是奇数又是素数的概率是 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$

14. 如图，在△ABC 中，点 G 是重心，过点 G 作 DE∥BC，分别交 AB、AC 于点 D、E. 已知 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{AE}=$____.（用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示）



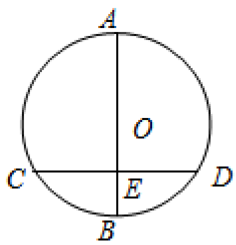
解析：∵DE∥BC，点 G 是重心，

∴ $AD=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\vec{a}$，$DE=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}\vec{b}$，

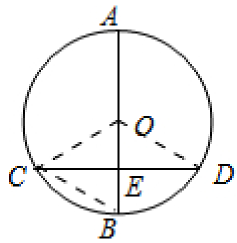
∴ $AE=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$，

答案：$\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$

15. 如图，已知⊙O 中，直径 AB 平分弦 CD，且交 CD 于点 E，如果 OE=BE，那么弦 CD 所对的圆心角是____度.



解析：连接 OC，BC，OD，



∵直径 AB 平分弦 CD，OE=BE，
∴OC=BC=OB，
∴△OCB 是等边三角形，
∴∠COB=60°，
∴∠COD=120°，
即弦 CD 所对的圆心角是 120°.
答案：120

16.已知正多边形的边长为 a，且它的一个外角是其内角的一半，那么此正多边形的边心距是____.(用含字母 a 的代数式表示).
解析：∵正多边形的一个外角是其内角的一半，
∴设外角为 x°，则内角为 2x°，
∴x+2x=180，
x=60，
∴这个正多边形的边数是 360÷60=6，
∴它的中心角=60°，
∴正六边形的边长与正六边形的半径组成等边三角形，
∴它的半径为 a，
∴此正多边形的边心距是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$a.
答案：$\frac{\sqrt{3}}{2}$a

17.在平面直角坐标系中，如果对任意一点(a，b)，规定两种变换：f(a，b)=(-a，-b)，g(a，b)=(b，-a)，那么 g[f(1，-2)]=____.
解析：由题意得：f(1，-2)=(-1，2)，
g(-1，2)=(2，1)，
答案：(2，1)

18.等腰△ABC 中，AB=AC，它的外接圆⊙O 半径为 1，如果线段 OB 绕点 O 旋转 90°后可与线段 OC 重合，那么∠ABC 的余切值是____.
解析：如图 1，由题意得，∠BOC=90°，AD⊥BC，

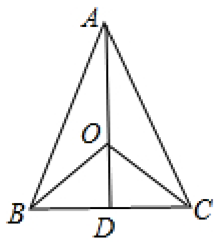


图1

则∠OBC=45°，
∴BD=OD=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，
∴AD=$\frac{\sqrt{2}}{2}$+1，
则 tan∠ABC=$\frac{AD}{BD}=\sqrt{2}+1$；
如图 2，tan∠ABC=$\frac{AD}{BD}=\sqrt{2}-1$.

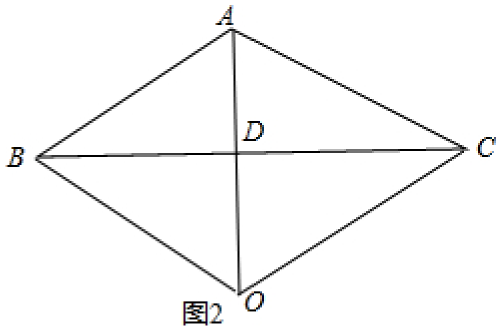


图2

答案：$\sqrt{2}\pm 1$

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. 计算：$\sqrt{18}+(-\cot 45°)^{2018}+|\sqrt{2}-\sqrt{3}|+(\pi-3)^{0}-(\sin 30°)^{-1}$.

解析：直接利用零指数幂的性质以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质分别化简得出答案.

答案：原式$=3\sqrt{2}+(-1)^{2018}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+1-(\frac{1}{2})^{-1}$

$=3\sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1-2$

$=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$.

20. 解方程：$\frac{x+4}{x+1}+\frac{5}{1-x}=\frac{6x}{x^2-1}$.

解析：首先找出最简公分母进而去分母解方程得出答案.

答案：$\frac{x+4}{x+1}+\frac{5}{1-x}=\frac{6x}{x^2-1}$，

$(x+4)(x-1)-5(x+1)=6x$

$x^2+3x-4-5x-5-6x=0$，

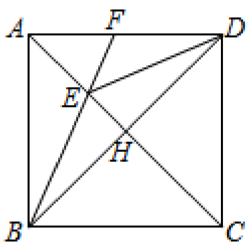
$x^2-8x-9=0$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=9$，

经检验：$x=-1$ 是增根，舍去

∴原方程的根是 $x=9$.

21. 已知：如图，边长为 1 的正方形 ABCD 中，AC、DB 交于点 H. DE 平分∠ADB，交 AC 于点 E. 联结 BE 并延长，交边 AD 于点 F.



(1) 求证：DC=EC;

(2) 求△EAF 的面积.

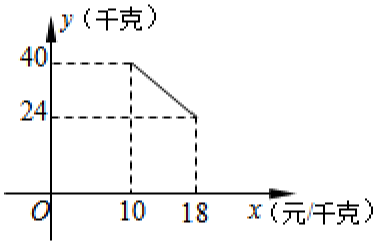
解析：(1) 由正方形性质知∠ADH=∠HDC=∠DCH=∠DAE=45°，根据 DE 平分∠ADB 知∠ADE=∠EDH，由∠DAE+∠ADE=∠DEC、∠EDH+∠HDC=∠EDC 得∠EDC=∠DEC，据此即可得证；

(2) 由△AFE∽△CBE 知 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle CEB}}=\left(\frac{AE}{EC}\right)^2$，再求出 $S_{\triangle EBC}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，进一步求解可得.

答案：(1) ∵正方形 ABCD，

∴DC=BC=BA=AD，∠BAD=∠ADC=∠DCB=∠CBA=90°，
AH=DH=CH=BH，AC⊥BD，
∴∠ADH=∠HDC=∠DCH=∠DAE=45°，
又∵DE 平分∠ADB，
∴∠ADE=∠EDH，
∵∠DAE+∠ADE=∠DEC，∠EDH+∠HDC=∠EDC，
∴∠EDC=∠DEC，
∴DC=EC；
(2)∵正方形 ABCD，
∴AD∥BC，
∴△AFE∽△CBE，
∴ $\frac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta CEB}}=\left(\frac{AE}{EC}\right)^2$，
∵AB=BC=DC=EC=1，AC=$\sqrt{2}$，
∴AE=$\sqrt{2}$ -1，
Rt△BHC 中，BH=$\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，
∴在△BEC 中，BH⊥EC，$S_{\triangle EBC}=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，
∴ $\frac{S_{\Delta AEF}}{\frac{\sqrt{2}}{4}}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$，
∴$S_{\triangle AEF}=\frac{\sqrt{2}}{4}\times\left(3-2\sqrt{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}-4}{4}$.

22.今年本市蜜桔大丰收，某水果商销售一种蜜桔，成本价为 10 元/千克，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不高于 18 元/千克，市场调查发现，该产品每天的销售量 y(千克)与销售价 x(元/千克)之间的函数关系如图所示：



(1)求 y 与 x 之间的函数关系式；
(2)该经销商想要每天获得 150 元的销售利润，销售价应定为多少？(销售利润=销售价-成本价)
解析：(1)观察函数图象找出点的坐标，再利用待定系数法即可求出 y 与 x 之间的函数关系式；
(2)根据总利润=每千克的销售利润×销售数量，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其中的正值即可得出结论.
答案：(1)设 y 与 x 之间的函数关系式 y=kx+b(k≠0)，
把(10，40)，(18，24)代入得：$\begin{cases}10k+b=40\\18k+b=24\end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k=-2 \\ b=60 \end{cases}$，

∴y 与 x 之间的函数关系式 $y=-2x+60(10\leqslant x\leqslant 18)$；

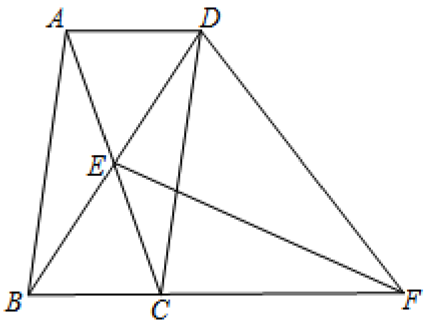
(2)根据题意得：$(x-10)(-2x+60)=150$，

整理，得：$x^2-40x+375=0$，

解得：$x_1=15$，$x_2=25$(不合题意，舍去).

答：该经销商想要每天获得 150 元的销售利润，销售价应定为 15 元.

23.已知：如图，在平行四边形 ABCD 中，AC、DB 交于点 E，点 F 在 BC 的延长线上，联结 EF、DF，且∠DEF=∠ADC.



(1)求证：$\dfrac{EF}{BF}=\dfrac{AB}{DB}$；

(2)如果 $BD^2=2AD\cdot DF$，求证：平行四边形 ABCD 是矩形.

解析：(1)由已知条件和平行四边形的性质易证△ADB∽△EBF，再由相似三角形的性质：对应边的比值相等即可证明：$\dfrac{EF}{BF}=\dfrac{AB}{DB}$；

(2)由(1)可得 $BD^2=2AD\cdot BF$，又因为 $BD^2=2AD\cdot DF$，所以可证明 BF=DF，再由等腰三角形的性质可得∠DEF=90°，所以∠ADC=∠DEF=90°，进而可证明平行四边形 ABCD 是矩形.

答案：(1)证明：∵平行四边形 ABCD，

∴AD∥BC，AB∥DC

∴∠BAD+∠ADC=180°，

又∵∠BEF+∠DEF=180°，

∴∠BAD+∠ADC=∠BEF+∠DEF，

∵∠DEF=∠ADC，

∴∠BAD=∠BEF，

∵AB∥DC，

∴∠EBF=∠ADB，

∴△ADB∽△EBF，

∴$\dfrac{EF}{BF}=\dfrac{AB}{DB}$；

(2)∵△ADB∽△EBF，

∴$\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{BE}{BF}$，

在平行四边形 ABCD 中，$BE=ED=\dfrac{1}{2}BD$，

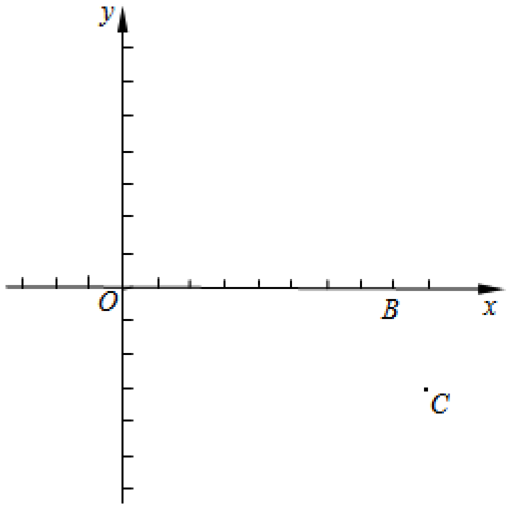
∴$AD\cdot BF=BD\cdot BE=\dfrac{1}{2}BD^2$，

∴$BD^2=2AD\cdot BF$，

又∵$BD^2=2AD\cdot DF$，

∴BF=DF，
∴△DBF 是等腰三角形，
∵BE=DE，
∴FE⊥BD，
即∠DEF=90°，
∴∠ADC=∠DEF=90°，
∴平行四边形 ABCD 是矩形.

24.在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 B(8，0)和点 C(9，-3).抛物线 $y=ax^2-8ax+c$(a，c 是常数，a≠0)经过点 B、C，且与 x 轴的另一交点为 A.对称轴上有一点 M，满足 MA=MC.

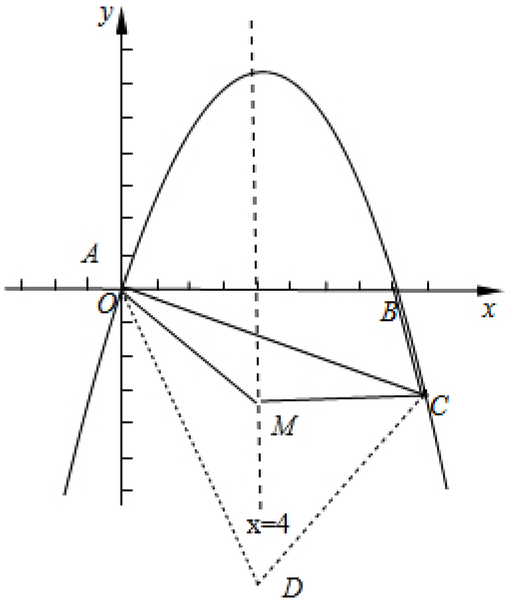


(1)求这条抛物线的表达式；
(2)求四边形 ABCM 的面积；
(3)如果坐标系内有一点 D，满足四边形 ABCD 是等腰梯形，且 AD∥BC，求点 D 的坐标.
解析：(1)先求出抛物线的对称轴方程，再确定点 A 的坐标，然后利用待定系数法求抛物线解析式；
(2)设 M(4，y)，由于 MA=MC，则利用两点间的距离公式得到 $4^2+y^2=5^2+(y+3)^2$，再解方程可得到 M(4，-3)，然后利用梯形的面积公式求解；
(3)先利用待定系数法求直线 BC 的解析式为 y=-3x+24，则利用 AD∥BC 得到直线 AD 的解析式为 y=-3x，根据等腰梯形的性质得 CD=AB=8，设 D(t，-3t)，所以 $(t-9)^2+(-3t+3)^2=8^2$，然后解方程求出 t 即可得到 D 点坐标.

答案：(1)∵抛物线对称轴为直线 $x=-\dfrac{-8a}{2a}=4$，
∴点 B(8，0)关于直线 x=4 的对称点 A 的坐标为(0，0)，
将 A(0，0)，C(9，-3)代入 $y=ax^2-8ax+c$ 得 $\begin{cases} c=0 \\ 81a-72a+c=-3 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=-\dfrac{1}{3} \\ c=0 \end{cases}$，
∴抛物线解析式为 $y=-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{8}{3}x$；
(2)设 M(4，y)，
又∵MA=MC，
∴$4^2+y^2=5^2+(y+3)^2$，
解得 y=-3，
∴M(4，-3)，
∵MC∥AB 且 MC≠AB，
∴四边形 ABCM 为梯形，

∴四边形 ABCM 的面积=$\frac{1}{2}(5+8)\times3=\frac{39}{2}$；

(3)设直线 BC 的解析式为 y=mx+n，



把 B(8，0)，C(9，-3)代入得$\begin{cases}8m+n=0\\9m+n=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=-3\\n=24\end{cases}$，

∴直线 BC 的解析式为 y=-3x+24，

∵AD∥BC，

∴直线 AD 的解析式为 y=-3x，

∵四边形 ABCD 是等腰梯形，

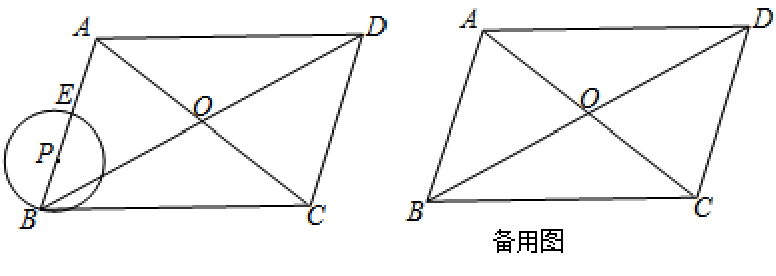
∴CD=AB=8，

设 D(t，-3t)，

∴$(t-9)^2+(-3t+3)^2=8^2$，解得 $t_1=0$(舍去)，$t_2=\frac{13}{5}$，

∴点 D 的坐标$(\frac{13}{5},-\frac{39}{5})$.

25.如图，平行四边形 ABCD 中，已知 AB=6，BC=9，cos∠ABC=$\frac{1}{3}$.对角线 AC、BD 交于点 O.动点 P 在边 AB 上，⊙P 经过点 B，交线段 PA 于点 E.设 BP=x.



(1)求 AC 的长；

(2)设⊙O 的半径为 y，当⊙P 与⊙O 外切时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3)如果 AC 是⊙O 的直径，⊙O 经过点 E，求⊙O 与⊙P 的圆心距 OP 的长.

解析：(1)先求出 BH，进而得出 HC，利用勾股定理求出 AH，即可得出结论；

(2)先求出 AI，IO，进而得出 PI，利用勾股定理得出 OP，即可得出结论；

(3)先判断出⊙O 与⊙P 相交，再分两种情况讨论即可得出结论.

答案：(1)如图，作 AH⊥BC 于 H，且 cos∠ABC=$\frac{1}{3}$，AB=6，

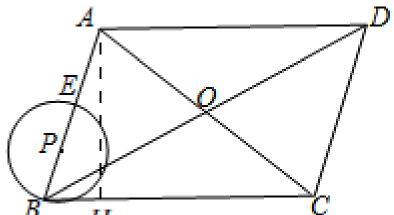


图1

∴BH=AB·cos∠ABC=2，
∵BC=9，
∴HC=9-2=7，
在 Rt△ABH 中，根据勾股定理得，AH=$\sqrt{AB^2-BH^2}=4\sqrt{2}$
在 Rt△AHC 中，根据勾股定理得，AC=$\sqrt{AH^2+HC^2}$=9；
(2)如图 2，作 OI⊥AB 于 I，联结 PO，AC=BC=9，AO=4.5

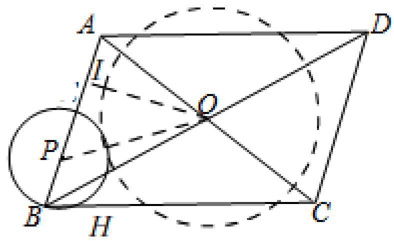


图2

∴∠OAB=∠ABC，
∴Rt△AIO 中，cos∠IAO=cos∠ABC=$\frac{AI}{AO}=\frac{1}{3}$
∴AI=1.5，IO=$2\sqrt{2}AI=3\sqrt{2}$
∴PI=AB-BP-AI=6-x-1.5=$\frac{9}{2}$-x
∴Rt△PIO 中，$OP^2=PI^2+OI^2=x^2-9x+\frac{153}{4}$
∵⊙P 与⊙O 外切，
∴OP=$\sqrt{x^2-9x+\frac{153}{4}}$=x+y
∴ $y=\sqrt{x^2-9x+\frac{153}{4}}-x=\frac{1}{2}\sqrt{4x^2-36x+153}-x$
∵动点 P 在边 AB 上，⊙P 经过点 B，交线段 PA 于点 E.
∴定义域：0＜x≤3，
(3)由题意得：
∵点 E 在线段 AP 上，⊙O 经过点 E，
∴⊙O 与⊙P 相交
∵AO 是⊙O 半径，且 AO＞OI，
∴交点 E 存在两种不同的位置，OE=OA=$\frac{9}{2}$
①当 E 与点 A 不重合时，AE 是⊙O 的弦，OI 是弦心距，
∵AI=1.5，AE=3，

∴点 E 是 AB 中点，BE=$\frac{1}{2}$AB=3，BP=PE=$\frac{3}{2}$，PI=3，IO=$3\sqrt{2}$，

∴$OP=\sqrt{PI^{2}+IO^{2}}=3\sqrt{3}$

②当 E 与点 A 重合时，点 P 是 AB 中点，点 O 是 AC 中点，OP=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{9}{2}$

∴OP=$3\sqrt{3}$或$\frac{9}{2}$.