

## 2018年四川省眉山市中考真题数学

一、选择题(共12小题,每小题3分,满分36分)

1. 绝对值为1的实数共有( )

- A. 0个
- B. 1个
- C. 2个
- D. 4个

解析: 绝对值为1的实数共有: 1, -1共2个.

答案: C

2. 据相关报道,开展精准扶贫工作以来,我国约有65000000人摆脱贫困,将65000000用科学记数法表示为( )

- A.  $65 \times 10^6$
- B.  $0.65 \times 10^8$
- C.  $6.5 \times 10^6$
- D.  $6.5 \times 10^7$

解析: 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式,其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时,要看把原数变成  $a$  时,小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $\geq 1$  时,  $n$  是非负数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.  $65000000 = 6.5 \times 10^7$ .

答案: D

3. 下列计算正确的是( )

- A.  $(x+y)^2 = x^2 + y^2$
- B.  $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3 = -\frac{1}{6}x^3y^6$
- C.  $x^6 \div x^3 = x^2$
- D.  $\sqrt{(-2)^2} = 2$

解析:  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ , A 错误;



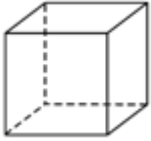
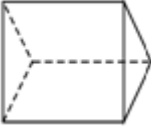
$\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3 = -\frac{1}{8}x^3y^6$ , B 错误;

$x^6 \div x^3 = x^3$ , C 错误;

$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$ , D 正确.

答案: D

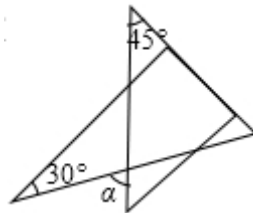
4. 下列立体图形中,主视图是三角形的是( )

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

解析：A、C、D 主视图是矩形，故 A、C、D 不符合题意；  
B、主视图是三角形，故 B 正确。

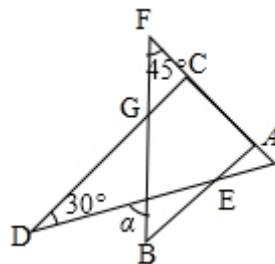
答案：B

5. 将一副直角三角板按如图所示的位置放置，使含  $30^\circ$  角的三角板的一条直角边和含  $45^\circ$  角的三角板的一条直角边放在同一条直线上，则  $\angle \alpha$  的度数是( )



- A.  $45^\circ$   
B.  $60^\circ$   
C.  $75^\circ$   
D.  $85^\circ$

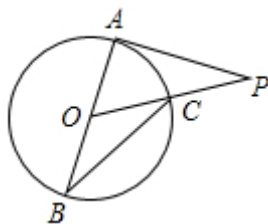
解析：如图，



$\because \angle ACD=90^\circ$ 、 $\angle F=45^\circ$ ， $\therefore \angle CGF=\angle DGB=45^\circ$ ，则  $\angle \alpha = \angle D + \angle DGB=30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$  .

答案：C

6. 如图所示, AB 是  $\odot O$  的直径, PA 切  $\odot O$  于点 A, 线段 PO 交  $\odot O$  于点 C, 连结 BC, 若  $\angle P=36^\circ$ , 则  $\angle B$  等于( )



- A.  $27^\circ$
- B.  $32^\circ$
- C.  $36^\circ$
- D.  $54^\circ$

解析:  $\because$  PA 切  $\odot O$  于点 A,  $\therefore \angle OAP=90^\circ$ ,  $\because \angle P=36^\circ$ ,  $\therefore \angle AOP=54^\circ$ ,  $\therefore \angle B=27^\circ$ .

答案: A

7. 某校有 35 名同学参加眉山市的三苏文化知识竞赛, 预赛分数各不相同, 取前 18 名同学参加决赛. 其中一名同学知道自己的分数后, 要判断自己能否进入决赛, 只需要知道这 35 名同学分数的( )

- A. 众数
- B. 中位数
- C. 平均数
- D. 方差

解析: 35 个不同的成绩按从小到大排序后, 中位数及中位数之后的共有 18 个数, 故只要知道自己的成绩和中位数就可以知道是否进入决赛了.

答案: B

8. 若  $\alpha$ ,  $\beta$  是一元二次方程  $3x^2+2x-9=0$  的两根, 则  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  的值是( )

- A.  $\frac{4}{27}$
- B.  $-\frac{4}{27}$
- C.  $-\frac{58}{27}$
- D.  $\frac{58}{27}$

解析:  $\because \alpha$ 、 $\beta$  是一元二次方程  $3x^2+2x-9=0$  的两根,  $\therefore \alpha + \beta = -\frac{2}{3}$ ,  $\alpha \beta = -3$ ,

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times (-3)}{-3} = -\frac{58}{27}.$$

答案：C

9. 下列命题为真命题的是( )

- A. 两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例
- B. 相似三角形面积之比等于相似比
- C. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- D. 顺次连结矩形各边的中点所得的四边形是正方形

解析：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例，A 是真命题；相似三角形面积之比等于相似比的平方，B 是假命题；对角线互相垂直的平行四边形是菱形，C 是假命题；顺次连结矩形各边的中点所得的四边形是菱形，D 是假命题。

答案：A

10. 我市某楼盘准备以每平方 6000 元的均价对外销售，由于国务院有关房地产的新政策出台后，购房者持币观望，为了加快资金周转，房地产开发商对价格经过连续两次下调后，决定以每平方 4860 元的均价开盘销售，则平均每次下调的百分率是( )

- A. 8%
- B. 9%
- C. 10%
- D. 11%

解析：设平均每次下调的百分率为  $x$ ，由题意，得  $6000(1-x)^2=4860$ ，解得： $x_1=0.1$ ， $x_2=1.9$ (舍去)。平均每次下调的百分率为 10%。

答案：C

11. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x > 2a - 3, \\ 2x \geq 3(x - 2) + 5 \end{cases}$  仅有三个整数解，则  $a$  的取值范围是( )

- A.  $\frac{1}{2} \leq a < 1$
- B.  $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$
- C.  $\frac{1}{2} < a \leq 1$
- D.  $a < 1$

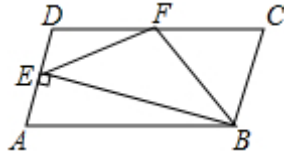
解析：由  $x > 2a - 3$ ，由  $2x \geq 3(x - 2) + 5$ ，解得： $2a - 3 < x \leq 1$ ，

由关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x > 2a - 3, \\ 2x \geq 3(x - 2) + 5 \end{cases}$  仅有三个整数：解得  $-2 \leq 2a - 3 < -1$ ，解得  $\frac{1}{2} \leq a < 1$ 。

1.

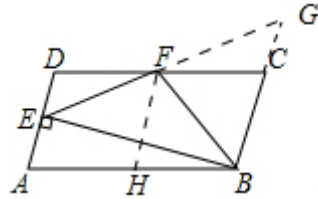
答案：A

12. 如图，在平行四边形 ABCD 中， $CD=2AD$ ， $BE \perp AD$  于点 E，F 为 DC 的中点，连结 EF、BF，下列结论：①  $\angle ABC=2\angle ABF$ ；②  $EF=BF$ ；③  $S_{\text{四边形 DEFC}}=2S_{\triangle EFB}$ ；④  $\angle CFE=3\angle DEF$ ，其中正确结论的个数共有( )



- A. 1 个  
B. 2 个  
C. 3 个  
D. 4 个

解析：如图延长 EF 交 BC 的延长线于 G，取 AB 的中点 H 连接 FH.



$\because CD=2AD, DF=FC, \therefore CF=CB, \therefore \angle CFB=\angle CBF,$   
 $\because CD \parallel AB, \therefore \angle CFB=\angle FBH, \therefore \angle CBF=\angle FBH, \therefore \angle ABC=2\angle ABF.$  故①正确,  
 $\because DE \parallel CG, \therefore \angle D=\angle FCG,$   
 $\because DF=FC, \angle DFE=\angle CFG, \therefore \triangle DFE \cong \triangle FCG, \therefore FE=FG,$   
 $\because BE \perp AD, \therefore \angle AEB=90^\circ,$   
 $\because AD \parallel BC, \therefore \angle AEB=\angle EBG=90^\circ, \therefore BF=EF=FG,$  故②正确,  
 $\because S_{\triangle DFE}=S_{\triangle CFG}, \therefore S_{\text{四边形 DEBC}}=S_{\triangle EBG}=2S_{\triangle BEF},$  故③正确,  
 $\because AH=HB, DF=CF, AB=CD, \therefore CF=BH, \because CF \parallel BH, \therefore \text{四边形 BCFH 是平行四边形},$   
 $\because CF=BC, \therefore \text{四边形 BCFH 是菱形}, \therefore \angle BFC=\angle BFH,$   
 $\because FE=FB, FH \parallel AD, BE \perp AD, \therefore FH \perp BE, \therefore \angle BFH=\angle EFH=\angle DEF, \therefore \angle EFC=3\angle DEF,$  故④正确.

答案：D

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分请将正确答案直接填在答题卡相应的位置上

13. 分解因式： $x^3-9x=$ \_\_\_\_\_.

解析：原式= $x(x^2-9)=x(x+3)(x-3).$

答案： $x(x+3)(x-3)$

14. 已知点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  在直线  $y=kx+b$  上，且直线经过第一、二、四象限，当  $x_1 < x_2$  时， $y_1$  与  $y_2$  的大小关系为\_\_\_\_\_.

解析： $\because$  直线经过第一、二、四象限， $\therefore y$  随  $x$  的增大而减小，

$\because x_1 < x_2, \therefore y_1$  与  $y_2$  的大小关系为： $y_1 > y_2.$

答案： $>$

15. 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{k}{x-3}$  有一个正数解，则  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

解析： $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{k}{x-3},$

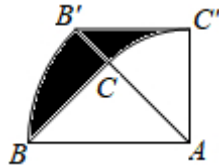
方程两边都乘以  $(x-3)$ ，得  $x=2(x-3)+k$ ，解得  $x=6-k \neq 3$ ，

关于  $x$  的方程  $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{k}{x-3}$  有一个正数解， $\therefore x=6-k > 0$ ，

$k < 6$ ，且  $k \neq 3$ ， $\therefore k$  的取值范围是  $k < 6$  且  $k \neq 3$ 。

答案： $k < 6$  且  $k \neq 3$

16. 如图， $\triangle ABC$  是等腰直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC=2$ ，把  $\triangle ABC$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转  $45^\circ$  后得到  $\triangle AB'C'$ ，则线段  $BC$  在上述旋转过程中所扫过部分(阴影部分)的面积是\_\_\_\_\_。



解析： $\because \triangle ABC$  是等腰直角三角形， $\therefore \angle BAC=45^\circ$ ， $AB=\sqrt{2}AC=2\sqrt{2}$ ，

$\because \triangle ABC$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转  $45^\circ$  后得到  $\triangle AB'C'$ ，

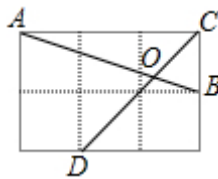
$\therefore \angle BAB' = \angle CAC' = 45^\circ$ ， $\therefore$  点  $B'$ 、 $C$ 、 $A$  共线，

$\therefore$  线段  $BC$  在上述旋转过程中所扫过部分(阴影部分)的面积  $= S_{\text{扇形} BAB'} + S_{\triangle AB'C'} - S_{\text{扇形} CAC'} - S_{\triangle ABC}$   
 $= S_{\text{扇形} BAB'} - S_{\text{扇形} CAC'}$

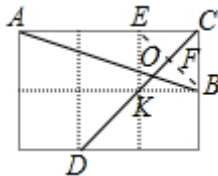
$$= \frac{45 \cdot \pi \cdot (2\sqrt{2})^2}{360} - \frac{45 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} = \frac{1}{2}\pi.$$

答案： $\frac{1}{2}\pi$

17. 如图，在边长为 1 的小正方形网格中，点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  都在这些小正方形的顶点上， $AB$ 、 $CD$  相交于点  $O$ ，则  $\tan \angle AOD =$ \_\_\_\_\_。



解析：如图，连接  $BE$ ，



$\because$  四边形  $BCEK$  是正方形， $\therefore KF=CF=\frac{1}{2}CK$ ， $BF=\frac{1}{2}BE$ ， $CK=BE$ ， $BE \perp CK$ ， $\therefore BF=CF$ ，

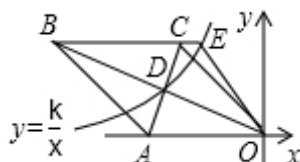
根据题意得： $AC \parallel BK$ ， $\therefore \triangle ACO \sim \triangle BKO$ ，

$\therefore KO:CO=BK:AC=1:3$ ， $\therefore KO:KF=1:2$ ， $\therefore KO=OF=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}BF$ ，

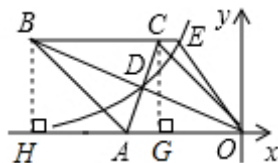
在  $Rt\triangle PBF$  中,  $\tan\angle BOF = \frac{BF}{OF} = 2$ ,  $\therefore \angle AOD = \angle BOF$ ,  $\therefore \tan\angle AOD = 2$ .

答案: 2

18. 如图, 菱形  $OABC$  的一边  $OA$  在  $x$  轴的负半轴上,  $O$  是坐标原点,  $A$  点坐标为  $(-10, 0)$ , 对角线  $AC$  和  $OB$  相交于点  $D$  且  $AC \cdot OB = 160$ . 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x < 0$ ) 的图象经过点  $D$ , 并与  $BC$  的延长线交于点  $E$ , 则  $S_{\triangle OCE} : S_{\triangle OAB} =$  \_\_\_\_\_.



解析: 作  $CG \perp AO$  于点  $G$ , 作  $BH \perp x$  轴于点  $H$ ,



$\because AC \cdot OB = 160$ ,  $\therefore S_{\text{菱形} OABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot OB = 80$ ,  $\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} S_{\text{菱形} OABC} = 40$ , 即  $\frac{1}{2} AO \cdot CG = 40$ ,

$\because A(-10, 0)$ , 即  $OA = 10$ ,  $\therefore CG = 8$ ,

在  $Rt\triangle OGE$  中,  $\because OC = OA = 10$ ,  $\therefore OG = 6$ , 则  $C(-6, 8)$ ,

$\because \triangle BAH \cong \triangle COG$ ,  $\therefore BH = CG = 8$ ,  $AH = OG = 6$ ,  $\therefore B(-16, 8)$ ,

$\because D$  为  $BO$  的中点,  $\therefore D(-8, 4)$ ,

$\because D$  在反比例函数图象上,  $\therefore k = -8 \times 4 = -32$ , 即反比例函数解析式为  $y = -\frac{32}{x}$ ,

当  $y = 8$  时,  $x = -4$ , 则点  $E(-4, 8)$ ,  $\therefore CE = 2$ ,

$\therefore S_{\triangle OCE} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot CG = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$ ,  $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BH = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$ ,  $\therefore S_{\triangle OCE} : S_{\triangle OAB} = 1 : 5$ .

答案: 1: 5

三、解答题: 本大题共 6 个小题, 共 46 分请把解答过程写在答题卡相应的位置上.

19. 计算:  $(\pi - 2)^0 + 4\cos 30^\circ - \sqrt{12} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ .

解析: 先计算零指数幂、代入三角函数值、化简二次根式, 计算负整数指数幂, 再计算乘法和加减运算可得.

答案: 原式  $= 1 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} - 4 = 1 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4 = -3$ .

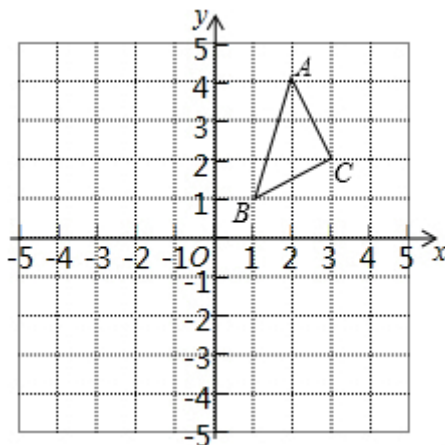
20. 先化简，再求值： $\left(\frac{x-1}{x} - \frac{x-2}{x+1}\right) \div \frac{2x^2-x}{x^2+2x+1}$ ，其中  $x$  满足  $x^2-2x-2=0$ .

解析：先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再由  $x^2-2x-2=0$  得  $x^2=2x+2=2(x+1)$ ，整体代入计算可得.

答案：原式 =  $\left[\frac{x^2-1}{x(x+1)} - \frac{x^2-2x}{x(x+1)}\right] \div \frac{x(2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2x-1}{x(x+1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{x(2x-1)} = \frac{x+1}{x^2}$ ,

$\because x^2-2x-2=0, \therefore x^2=2x+2=2(x+1)$ ，则原式 =  $\frac{x+1}{2(x+1)} = \frac{1}{2}$ .

21. 在边长为 1 个单位长度的正方形网格中建立如图所示的平面直角坐标系， $\triangle ABC$  的顶点都在格点上，请解答下列问题：



- (1) 作出  $\triangle ABC$  向左平移 4 个单位长度后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点  $C_1$  的坐标；
- (2) 作出  $\triangle ABC$  关于原点  $O$  对称的  $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点  $C_2$  的坐标；
- (3) 已知  $\triangle ABC$  关于直线  $l$  对称的  $\triangle A_3B_3C_3$  的顶点  $A_3$  的坐标为  $(-4, -2)$ ，请直接写出直线  $l$  的函数解析式.

解析：(1) 利用网格特点和平移的性质写出点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对应点  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  的坐标，然后描点得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 根据关于原点中心对称的点的坐标特征写出点  $A_2$ 、 $B_2$ 、 $C_2$  的坐标，然后描点即可；

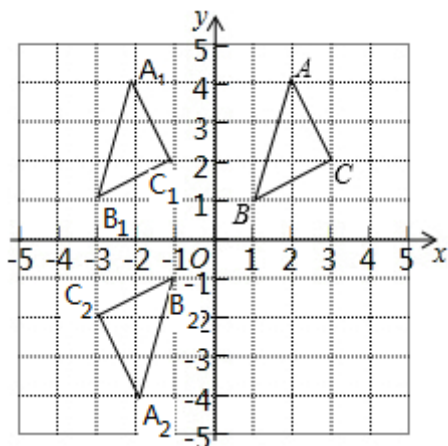
(3) 根据对称的特点解答即可.

答案：(1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$  为所作， $C_1(-1, 2)$ ；

(2) 如图， $\triangle A_2B_2C_2$  为所作， $C_2(-3, -2)$ ；

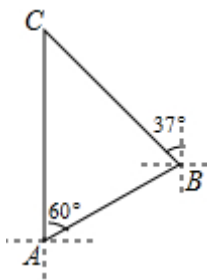
(3) 因为  $A$  的坐标为  $(2, 4)$ ， $A_3$  的坐标为  $(-4, -2)$ ，所以直线  $l$  的函数解析式为  $y=-x$ .





22. 知识改变世界，科技改变生活. 导航装备的不断更新极大方便了人们的出行. 如图，某校组织学生乘车到黑龙滩(用 C 表示)开展社会实践活动，车到达 A 地后，发现 C 地恰好在 A 地的正北方向，且距离 A 地 13 千米，导航显示车辆应沿北偏东  $60^\circ$  方向行驶至 B 地，再沿北偏西  $37^\circ$  方向行驶一段距离才能到达 C 地，求 B、C 两地的距离. (参考数据：

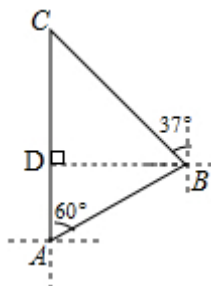
$$\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}, \cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}, \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3})$$



解析：作  $BD \perp AC$ ，设  $AD=x$ ，在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中求得  $BD=\sqrt{3}x$ ，在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中求得  $CD=\frac{4\sqrt{3}}{3}x$ ，

由  $AC=AD+CD$  建立关于  $x$  的方程，解之求得  $x$  的值，最后由  $BC=\frac{BD}{\cos \angle DBC}$  可得答案.

答案：如图，作  $BD \perp AC$  于点 D，则  $\angle BAD=60^\circ$ 、 $\angle DBC=53^\circ$ ，



设  $AD=x$ ，在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $BD=AD \tan \angle BAD=\sqrt{3}x$ ，

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中， $CD=BD \tan \angle DBC=\sqrt{3}x \times \frac{4}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}x$ ，

由  $AC=AD+CD$  可得  $x + \frac{4\sqrt{3}}{3}x = 13$ , 解得:  $x = \frac{39(4\sqrt{3}-3)}{37}$ ,

$$\text{则 } BC = \frac{BD}{\cos \angle DBC} = \frac{\frac{\sqrt{3}x}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}x = \frac{5\sqrt{3}}{3} \times \frac{39(4\sqrt{3}-3)}{37} = \frac{2340 - 585\sqrt{3}}{111},$$

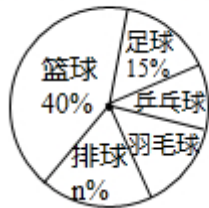
即 BC 两地的距离为  $\frac{2340 - 585\sqrt{3}}{111}$  千米.

23. 为了推进球类运动的发展, 某校组织校内球类运动会, 分篮球、足球、排球、羽毛球、乒乓球五项, 要求每位学生必须参加一项并且只能参加一项, 某班有一名同学根据自己了解的班内情况绘制了如图所示的不完整统计表和扇形统计图.

某班参加球类活动人数统计表

项目	篮球	足球	排球	羽毛球	乒乓球
人数	m	6	8	6	4

某班参加球类活动人数情况扇形统计图



请根据图表中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 图表中  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 若该校学生共有 1000 人, 则该校参加羽毛球活动的人数约为  $\underline{\hspace{2cm}}$  人;
- (3) 该班参加乒乓球活动的 4 位同学中, 有 3 位男同学 (分别用 A, B, C 表示) 和 1 位女同学 (用 D 表示), 现准备从中选出两名同学参加双打比赛, 用树状图或列表法求出恰好选出一男一女的概率.

解析: (1) 根据足球的人数和百分比, 求出总人数即可解决问题;

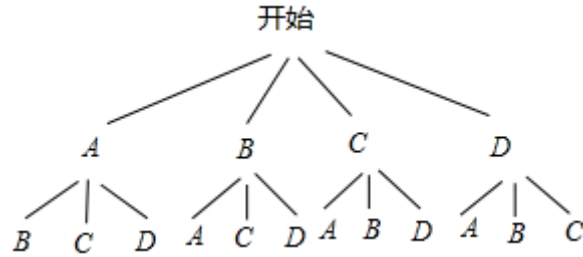
(2) 利用样本估计总体的思想即可解决问题;

(3) 画出树状图, 根据概率公式即可求解.

答案: (1) 总人数  $= \frac{6}{15\%} = 40$  (人),  $m = 40 - 6 - 8 - 6 - 4 = 16$  (人),  $n\% = \frac{8}{40} = 20\%$ ,  $\therefore n = 20$ .

(2)  $1000 \times 64\% = 640$  (人).

(3) 如图所示:



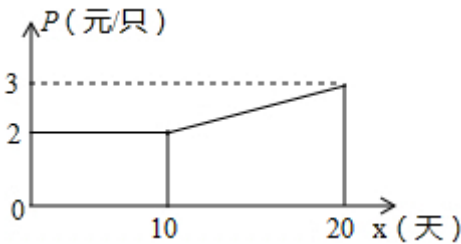
共有 12 种可能，一男一女有 6 种可能，则  $P(\text{恰好选到一男一女}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .

24. 传统的端午节即将来临，某企业接到一批粽子生产任务，约定这批粽子的出厂价为每只 4 元，按要求在 20 天内完成. 为了按时完成任务，该企业招收了新工人，设新工人李明第  $x$

天生产的粽子数量为  $y$  只， $y$  与  $x$  满足如下关系：
$$y = \begin{cases} 34x & (0 \leq x \leq 6), \\ 20x + 80 & (6 < x \leq 20). \end{cases}$$

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 280 只？

(2) 如图，设第  $x$  天生产的每只粽子的成本是  $p$  元， $p$  与  $x$  之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第  $x$  天创造的利润为  $w$  元，求  $w$  与  $x$  之间的函数表达式，并求出第几天的利润最大？最大利润是多少元？（利润=出厂价-成本）



解析：(1) 把  $y=280$  代入  $y=20x+80$ ，解方程即可求得；

(2) 根据图象求得成本  $p$  与  $x$  之间的关系，然后根据利润等于订购价减去成本价，然后整理即可得到  $w$  与  $x$  的关系式，再根据一次函数的增减性和二次函数的增减性解答；

答案：(1) 设李明第  $x$  天生产的粽子数量为 280 只，由题意可知： $20x+80=280$ ，解得  $x=10$ .

答：第 10 天生产的粽子数量为 420 只.

(2) 由图象得，当  $0 \leq x < 10$  时， $p=2$ ；当  $10 \leq x \leq 20$  时，设  $P=kx+b$ ，

把点  $(10, 2)$ ， $(20, 3)$  代入得，
$$\begin{cases} 10k + b = 2, \\ 20k + b = 3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 0.1, \\ b = 1, \end{cases} \therefore p = 0.1x + 1,$$

①  $0 \leq x \leq 6$  时， $w = (4-2) \times 34x = 68x$ ，当  $x=6$  时， $w$  最大=408(元)；

②  $6 < x \leq 10$  时， $w = (4-2) \times (20x+80) = 40x+160$ ，

$\because x$  是整数， $\therefore$  当  $x=10$  时， $w$  最大=560(元)；

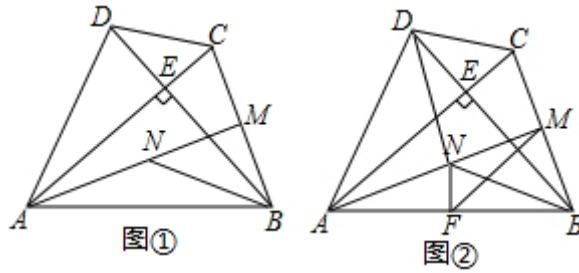
③  $10 < x \leq 20$  时， $w = (4-0.1x-1) \times (20x+80) = -2x^2 + 52x + 240$ ，

$\because a = -3 < 0$ ， $\therefore$  当  $x = -\frac{b}{2a} = 13$  时， $w$  最大=578(元)；

综上，当  $x=13$  时， $w$  有最大值，最大值为 578.

四、解答题：本大题共 2 个小题，共 20 分请把解答过程写在答题卡相应的位置上

25. 如图①, 在四边形 ABCD 中,  $AC \perp BD$  于点 E,  $AB=AC=BD$ , 点 M 为 BC 中点, N 为线段 AM 上的点, 且  $MB=MN$ .



(1) 求证: BN 平分  $\angle ABE$ ;

(2) 若  $BD=1$ , 连结 DN, 当四边形 DNBC 为平行四边形时, 求线段 BC 的长;

(3) 如图②, 若点 F 为 AB 的中点, 连结 FN、FM, 求证:  $\triangle MFN \sim \triangle BDC$ .

解析: (1) 由  $AB=AC$  知  $\angle ABC=\angle ACB$ , 由等腰三角形三线合一知  $AM \perp BC$ , 从而根据  $\angle MAB + \angle ABC = \angle EBC + \angle ACB$  知  $\angle MAB = \angle EBC$ , 再由  $\triangle MBN$  为等腰直角三角形知  $\angle EBC + \angle NBE = \angle MAB + \angle ABN = \angle MNB = 45^\circ$  可得证;

(2) 设  $BM=CM=MN=a$ , 知  $DN=BC=2a$ , 证  $\triangle ABN \cong \triangle DBN$  得  $AN=DN=2a$ ,  $Rt\triangle ABM$  中利用勾股定理可得 a 的值, 从而得出答案;

(3) F 是 AB 的中点知  $MF=AF=BF$  及  $\angle FMN = \angle MAB = \angle CBD$ , 再由  $\frac{MF}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$  即可得证.

答案: (1)  $\because AB=AC, \therefore \angle ABC=\angle ACB, \because M$  为 BC 的中点,  $\therefore AM \perp BC$ ,

在  $Rt\triangle ABM$  中,  $\angle MAB + \angle ABC = 90^\circ$ ,

在  $Rt\triangle CBE$  中,  $\angle EBC + \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle MAB = \angle EBC$ ,

又  $\because MB=MN, \therefore \triangle MBN$  为等腰直角三角形,  $\therefore \angle MNB = \angle MBN = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle EBC + \angle NBE = 45^\circ, \angle MAB + \angle ABN = \angle MNB = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle NBE = \angle ABN$ , 即 BN 平分  $\angle ABE$ ;

(2) 设  $BM=CM=MN=a$ ,

$\because$  四边形 DNBC 是平行四边形,  $\therefore DN=BC=2a$ ,

在  $\triangle ABN$  和  $\triangle DBN$  中,

$$\begin{cases} AB = DB, \\ \angle NBE = \angle ABN, \therefore \triangle ABN \cong \triangle DBN (SAS), \therefore AN = DN = 2a, \\ BN = BN, \end{cases}$$

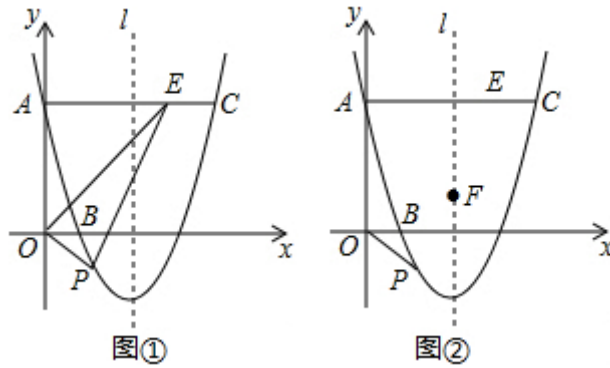
在  $Rt\triangle ABM$  中, 由  $AM^2 + MB^2 = AB^2$  可得  $(2a+a)^2 + a^2 = 1$ , 解得:  $a = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}$  (负值舍去),  $\therefore BC = 2a = \frac{\sqrt{10}}{5}$ ;

(3)  $\because F$  是 AB 的中点,  $\therefore$  在  $Rt\triangle MAB$  中,  $MF=AF=BF, \therefore \angle MAB = \angle FMN$ ,

又  $\because \angle MAB = \angle CBD, \therefore \angle FMN = \angle CBD$ ,

$$\therefore \frac{MF}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{MF}{BD} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}, \therefore \triangle MFN \sim \triangle BDC.$$

26. 如图①, 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  的图象经过点 A(0, 3)、B(1, 0), 其对称轴为直线  $l: x=2$ , 过点 A 作  $AC \parallel x$  轴交抛物线于点 C,  $\angle AOB$  的平分线交线段 AC 于点 E, 点 P 是抛物线上的一个动点, 设其横坐标为 m.



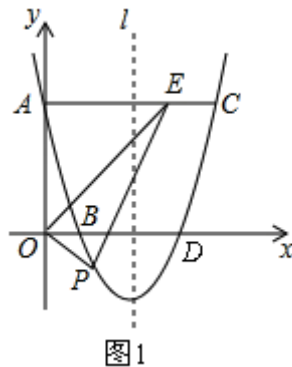
- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 若动点 P 在直线 OE 下方的抛物线上，连结 PE、PO，当 m 为何值时，四边形 AOPE 面积最大，并求出其最大值；
- (3) 如图②，F 是抛物线的对称轴 l 上的一点，在抛物线上是否存在点 P 使  $\triangle POF$  成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形？若存在，直接写出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

解析：(1) 利用对称性可得点 D 的坐标，利用交点式可得抛物线的解析式；

(2) 设  $P(m, m^2-4m+3)$ ，根据 OE 的解析式表示点 G 的坐标，表示 PG 的长，根据面积和可得四边形 AOPE 的面积，利用配方法可得其最大值；

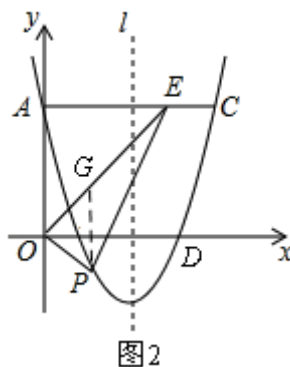
(3) 存在四种情况：如图 3，作辅助线，构建全等三角形，证明  $\triangle OMP \cong \triangle PNF$ ，根据  $OM=PN$  列方程可得点 P 的坐标；同理可得其他图形中点 P 的坐标。

答案：(1) 如图 1，设抛物线与 x 轴的另一个交点为 D，



由对称性得：D(3, 0)，设抛物线的解析式为： $y=a(x-1)(x-3)$ ，把 A(0, 3) 代入得： $3=3a$ ， $a=1$ ， $\therefore$  抛物线的解析式： $y=x^2-4x+3$ ；

(2) 如图 2，设  $P(m, m^2-4m+3)$ ，



∵OE 平分  $\angle AOB$ ,  $\angle AOB=90^\circ$ ,  $\therefore \angle AOE=45^\circ$ ,

∴ $\triangle AOE$  是等腰直角三角形,  $\therefore AE=OA=3$ ,  $\therefore E(3, 3)$ ,

易得 OE 的解析式为:  $y=x$ , 过 P 作  $PG \parallel y$  轴, 交 OE 于点 G,  $\therefore G(m, m)$ ,

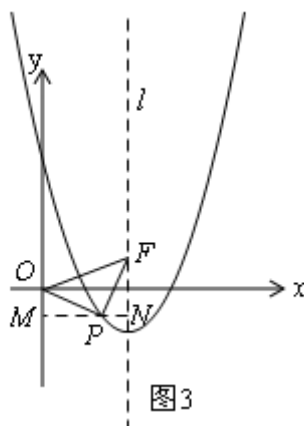
∴ $PG=m-(m^2-4m+3)=-m^2+5m-3$ ,

∴  $S_{\text{四边形 AOPG}} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle POE} =$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} PG \cdot AE = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} \times 3 \times (-m^2 + 5m - 3) = -\frac{3}{2}m^2 + \frac{15m}{2} = \frac{3}{2} \left(m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{75}{8},$$

∵ $-\frac{3}{2} < 0$ ,  $\therefore$  当  $m = \frac{5}{2}$  时, S 有最大值是  $\frac{75}{8}$ ;

(3) 如图 3, 过 P 作  $MN \perp y$  轴, 交 y 轴于 M, 交 l 于 N,

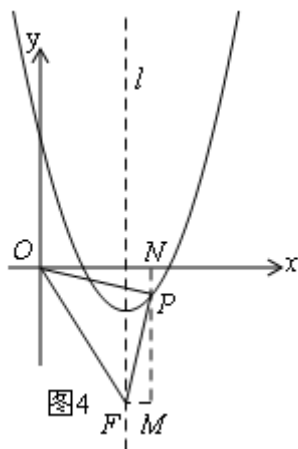


∵ $\triangle OPF$  是等腰直角三角形, 且  $OP=PF$ , 易得  $\triangle OMP \cong \triangle PNF$ ,  $\therefore OM=PN$ ,

∵ $P(m, m^2-4m+3)$ , 则  $-m^2+4m-3=2-m$ , 解得:  $m = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$  或  $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ ,

∴P 的坐标为  $\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$  或  $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ ;

如图 4, 过 P 作  $MN \perp x$  轴于 N, 过 F 作  $FM \perp MN$  于 M,



同理得  $\triangle ONP \cong \triangle PMF$ ,  $\therefore PN=FM$ , 则  $-m^2+4m-3=m-2$ , 解得:  $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$  或  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ;

P 的坐标为  $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$ ;

综上所述，点 P 的坐标是：

$\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$  或  $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$  或  $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$ .