2018年山东省烟台市中考真题数学

一、选择题(本题共12个小题，每小题3分，满分36分)每小题都给出标号为A，B，C，D四个备选答案，其中有且只有一个是正确的。

1. $-\frac{1}{3}$的倒数是(　　)

A.3

B.-3

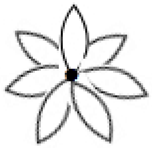
C. $\frac{1}{3}$

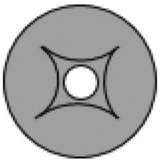
D. $-\frac{1}{3}$

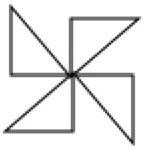
解析：根据乘积为1的两个数互为倒数，可得一个数的倒数. $-\frac{1}{3}$的倒数是-3，

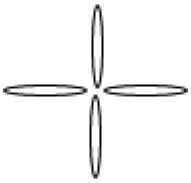
答案：B

2.在学习《图形变化的简单应用》这一节时，老师要求同学们利用图形变化设计图案.下列设计的图案中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项正确；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误.

答案：C

3.2018年政府工作报告指出，过去五年来，我国经济实力跃上新台阶.国内生产总值从54万亿元增加到82.7万亿元，稳居世界第二，82.7万亿用科学记数法表示为(　　)

A. 0.827×10^{14}

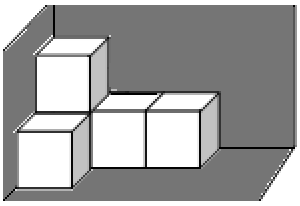
B. 82.7×10^{12}

C. 8.27×10^{13}

D. 8.27×10^{14}

解析：科学记数法的表示形式为 a×10^n的形式，其中 1≤|a|<10，n 为整数.确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1 时，n 是正数；当原数的绝对值<1 时，n 是负数.82.7 万亿=8.27×10^{13}，
答案：C

4.由 5 个棱长为 1 的小正方体组成的几何体如图放置，一面着地，两面靠墙.如果要将露出来的部分涂色，则涂色部分的面积为(　　)



A.9
B.11
C.14
D.18
解析：由图可知涂色部分是从上、前、右三个方向所涂面积相加，即涂色部分面积为 4+4+3=11，
答案：B

5.甲、乙、丙、丁 4 支仪仗队队员身高的平均数及方差如下表所示：

	甲	乙	丙	丁
平均数(cm)	177	178	178	179
方差	0.9	1.6	1.1	0.6

哪支仪仗队的身高更为整齐？(　　)
A.甲
B.乙
C.丙
D.丁
解析：∵甲、乙、丙、丁 4 支仪仗队队员身高的方差中丁的方差最小，
∴丁仪仗队的身高更为整齐，
答案：D

6.下列说法正确的是(　　)
A.367 人中至少有 2 人生日相同
B.任意掷一枚均匀的骰子，掷出的点数是偶数的概率是$\frac{1}{3}$
C.天气预报说明天的降水概率为 90%，则明天一定会下雨
D.某种彩票中奖的概率是 1%，则买 100 张彩票一定有 1 张中奖
解析：A、367 人中至少有 2 人生日相同，正确；
B、任意掷一枚均匀的骰子，掷出的点数是偶数的概率是$\frac{1}{2}$，错误；
C、天气预报说明天的降水概率为 90%，则明天不一定会下雨，错误；
D、某种彩票中奖的概率是 1%，则买 100 张彩票不一定有 1 张中奖，错误.
答案：A

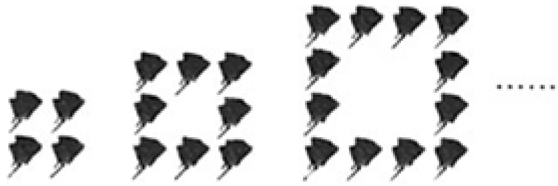
7.利用计算器求值时，小明将按键顺序为 $\boxed{(}\boxed{\sin}\boxed{3}\boxed{0}\boxed{)}\boxed{y^x}\boxed{-}\boxed{4}\boxed{=}$ 显示结果记为 a，$\boxed{6}\boxed{x^2}\boxed{ab/c}\boxed{3}\boxed{=}$ 的显示结果记为 b.则 a，b 的大小关系为(　　)

A. a＜b
B. a＞b
C. a=b
D. 不能比较

解析：由计算器知 $a=(\sin30°)^{-4}=16$、$b=\frac{6^2}{3}=12$，

∴a＞b.
答案：B

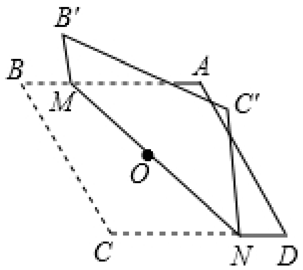
8. 如图所示，下列图形都是由相同的玫瑰花按照一定的规律摆成的，按此规律摆下去，第 n 个图形中有 120 朵玫瑰花，则 n 的值为(　　)



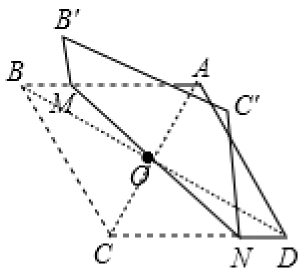
① ② ③

A. 28
B. 29
C. 30
D. 31
解析：由图可得，
第 n 个图形有玫瑰花：4n，
令 4n=120，得 n=30.
答案：C

9. 对角线长分别为 6 和 8 的菱形 ABCD 如图所示，点 O 为对角线的交点，过点 O 折叠菱形，使 B，B′ 两点重合，MN 是折痕. 若 B'M=1，则 CN 的长为(　　)



A. 7
B. 6
C. 5
D. 4
解析：连接 AC、BD，如图，



∵点 O 为菱形 ABCD 的对角线的交点，

∴OC=$\frac{1}{2}$AC=3，OD=$\frac{1}{2}$BD=4，∠COD=90°，

在Rt△COD中，$CD=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∵AB∥CD，

∴∠MBO=∠NDO，

在△OBM和△ODN中$\begin{cases}\angle MBO=\angle NDO\\ OB=OD\\ \angle BOM=\angle DON\end{cases}$，

∴△OBM≌△ODN，

∴DN=BM，

∵过点O折叠菱形，使B，B′两点重合，MN是折痕，

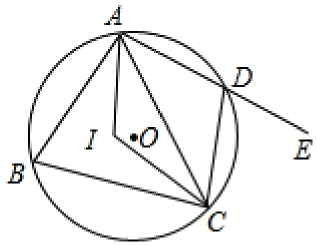
∴BM=B'M=1，

∴DN=1，

∴CN=CD-DN=5-1=4.

答案：D

10.如图，四边形ABCD内接于⊙O，点I是△ABC的内心，∠AIC=124°，点E在AD的延长线上，则∠CDE的度数为(　　)



A.56°

B.62°

C.68°

D.78°

解析：∵点I是△ABC的内心，

∴∠BAC=2∠IAC、∠ACB=2∠ICA，

∵∠AIC=124°，

∴∠B=180°-(∠BAC+∠ACB)

=180°-2(∠IAC+∠ICA)

=180°-2(180°-∠AIC)

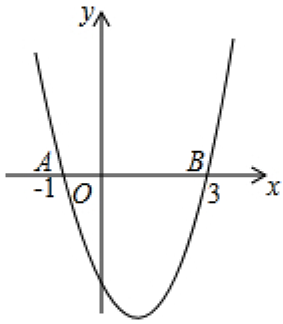
=68°，

又四边形ABCD内接于⊙O，

∴∠CDE=∠B=68°.

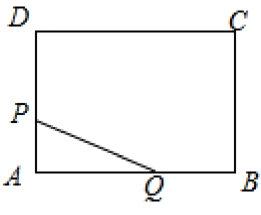
答案：C

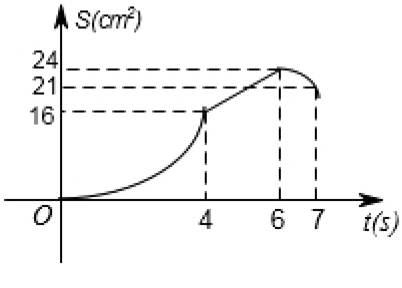
11.如图，二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象与x轴交于点A(-1，0)，B(3，0).下列结论：①2a-b=0；②$(a+c)^2<b^2$；③当-1<x<3时，y<0；④当a=1时，将抛物线先向上平移2个单位，再向右平移1个单位，得到抛物线$y=(x-2)^2-2$.其中正确的是(　　)

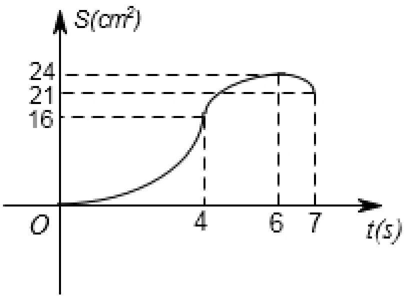


A.①③
B.②③
C.②④
D.③④
解析：①图象与 x 轴交于点 A(-1，0)，B(3，0)，
∴二次函数的图象的对称轴为 $x=\dfrac{-1+3}{2}=1$
∴$-\dfrac{b}{2a}=1$
∴2a+b=0，故①错误；
②令 x=-1，
∴y=a-b+c=0，
∴a+c=b，
∴$(a+c)^2=b^2$，故②错误；
③由图可知：当-1＜x＜3 时，y＜0，故③正确；
④当 a=1 时，
∴$y=(x+1)(x-3)=(x-1)^2-4$
将抛物线先向上平移 2 个单位，再向右平移 1 个单位，
得到抛物线 $y=(x-1-1)^2-4+2=(x-2)^2-2$，故④正确.
答案：D

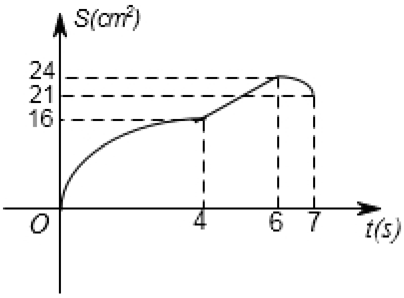
12.如图，矩形 ABCD 中，AB=8cm，BC=6cm，点 P 从点 A 出发，以 1cm/s 的速度沿 A→D→C 方向匀速运动，同时点 Q 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度沿 A→B→C 方向匀速运动，当一个点到达点 C 时，另一个点也随之停止.设运动时间为 t(s)，△APQ 的面积为 $S(cm^2)$，下列能大致反映 S 与 t 之间函数关系的图象是(　　)



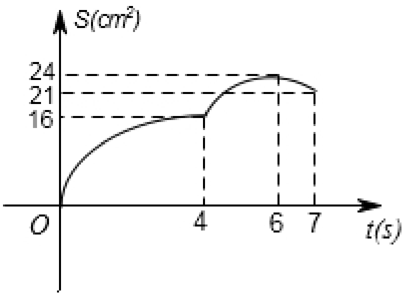
A.



B.



C.



D.

解析：由题意得：AP=t，AQ=2t，

①当 0≤t≤4 时，Q 在边 AB 上，P 在边 AD 上，如图 1，

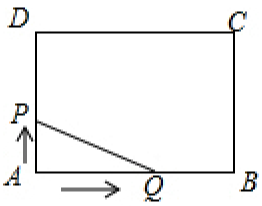


图1

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}AP\cdot AQ=\frac{1}{2}\cdot t\cdot 2t=t^2$，

故选项 C、D 不正确；

②当 4＜t≤6 时，Q 在边 BC 上，P 在边 AD 上，如图 2，

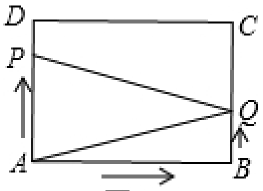


图2

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}AP\cdot AB=\frac{1}{2}t\cdot 8=4t$，

故选项 B 不正确.

答案：A

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分)

13. $(\pi-3.14)^0+\tan60°=$______.

解析：直接利用零指数幂的性质和特殊角的三角函数值分别化简：

原式=$1+\sqrt{3}$.

答案：$1+\sqrt{3}$

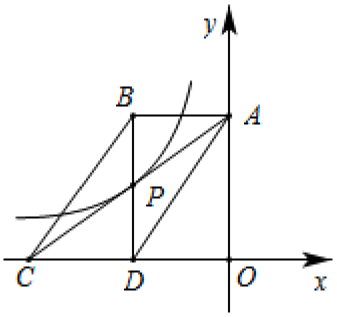
14. $\sqrt{12}$ 与最简二次根式 $5\sqrt{a+1}$ 是同类二次根式，则 a=______.

解析：∵ $\sqrt{12}$ 与最简二次根式 $5\sqrt{a+1}$ 是同类二次根式，且 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，

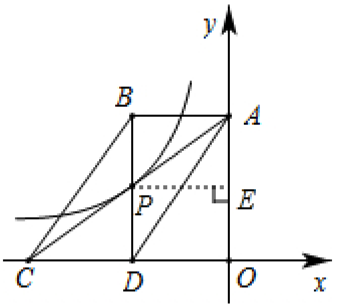
∴a+1=3，解得：a=2.

答案：2

15. 如图，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过▱ABCD 对角线的交点 P，已知点 A，C，D 在坐标轴上，BD⊥DC，▱ABCD 的面积为 6，则 k=______.



解析：过点 P 做 PE⊥y 轴于点 E



∵四边形 ABCD 为平行四边形

∴AB=CD

又∵BD⊥x 轴

∴ABDO 为矩形

∴AB=DO

∴$S_{\text{矩形 ABDO}}=S_{▱ABCD}=6$

∵P 为对角线交点，PE⊥y 轴

∴四边形 PDOE 为矩形面积为 3

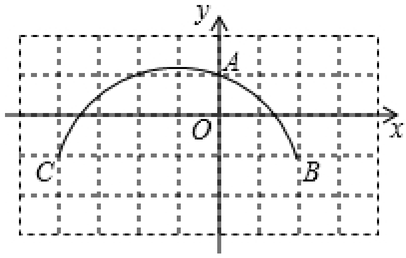
即 DO•EO=3

∴设 P 点坐标为(x，y)

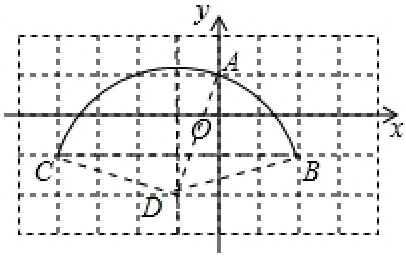
k=xy=-3

答案：-3

16. 如图，方格纸上每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，点 O，A，B，C 在格点(两条网格线的交点叫格点)上，以点 O 为原点建立直角坐标系，则过 A，B，C 三点的圆的圆心坐标为______.



解析：连接 CB，作 CB 的垂直平分线，如图所示：



在 CB 的垂直平分线上找到一点 D，

CD══DB=DA=$\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

所以 D 是过 A，B，C 三点的圆的圆心，

即 D 的坐标为(-1，-2).

答案：(-1，-2)

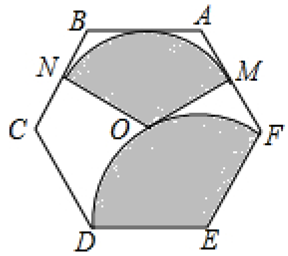
17.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m-1=0$ 的实数根 x_1，x_2，满足 $3x_1x_2-x_1-x_2>2$，则 m 的取值范围是_____.

解析：依题意得：$\begin{cases}(-4)^2-4(m-1)\geq 0\\ 3\times(m-1)-4>2\end{cases}$，

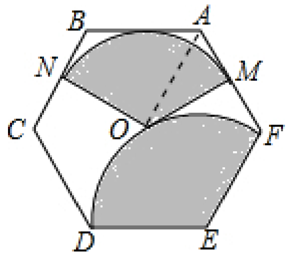
解得 3＜m≤5.

答案：3＜m≤5

18.如图，点 O 为正六边形 ABCDEF 的中心，点 M 为 AF 中点，以点 O 为圆心，以 OM 的长为半径画弧得到扇形 MON，点 N 在 BC 上；以点 E 为圆心，以 DE 的长为半径画弧得到扇形 DEF，把扇形 MON 的两条半径 OM，ON 重合，围成圆锥，将此圆锥的底面半径记为 r_1；将扇形 DEF 以同样方法围成的圆锥的底面半径记为 r_2，则 r_1：r_2=_____.



解析：连 OA



由已知，M 为 AF 中点，则 OM⊥AF

∵六边形 ABCDEF 为正六边形

∴∠AOM=30°

设 AM=a

∴AB=AO=2a，OM=$\sqrt{3}a$

∵正六边形中心角为 60°

∴∠MON=120°

∴扇形 MON 的弧长为：$\frac{120\cdot\pi\cdot\sqrt{3}a}{180}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a$

则 $r_1=\frac{\sqrt{3}}{3}a$

同理：扇形 DEF 的弧长为：$\frac{120\cdot\pi\cdot 2a}{180}=\frac{4}{3}\pi a$

则 $r_2=\frac{2}{3}a$

r_1：r_2=$\sqrt{3}:2$

答案：$\sqrt{3}:2$

三、解答题(本大题共 7 个小题,满分 66 分)

19.先化简，再求值：$\left(1+\frac{x^2+2}{x-2}\right)\div\frac{x+1}{x^2-4x+4}$，其中 x 满足 $x^2-2x-5=0$.

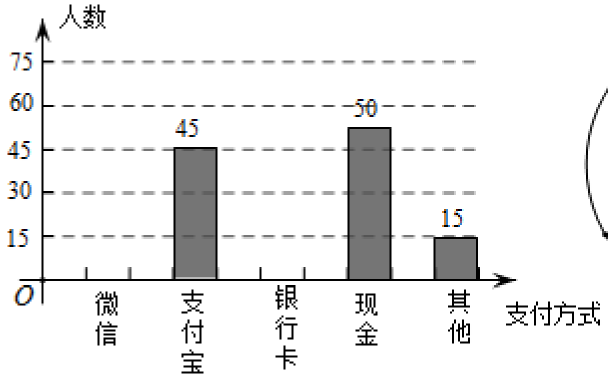
解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把已知等式变形后代入计算即可求出值.

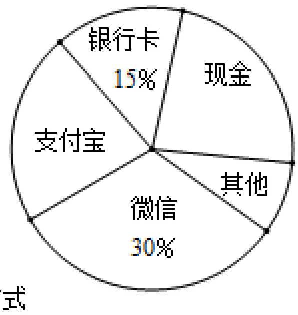
答案：原式=$\frac{x-2+x^2+2}{x-2}\cdot\frac{(x-2)^2}{x+1}=\frac{x(x+1)}{x-2}\cdot\frac{(x-2)^2}{x+1}=x(x-2)=x^2-2x$，

由 $x^2-2x-5=0$，得到 $x^2-2x=5$，

则原式=5.

20.随着信息技术的迅猛发展，人们去商场购物的支付方式更加多样、便捷.某校数学兴趣小组设计了一份调查问卷，要求每人选且只选一种你最喜欢的支付方式.现将调查结果进行统计并绘制成如下两幅不完整的统计图，请结合图中所给的信息解答下列问题：



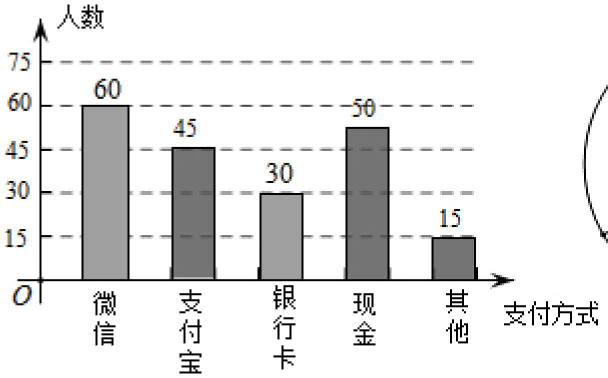


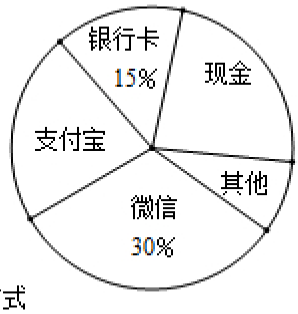
(1)这次活动共调查了______人；在扇形统计图中，表示“支付宝”支付的扇形圆心角的度数为______；

(2)将条形统计图补充完整.观察此图，支付方式的“众数”是“______”；

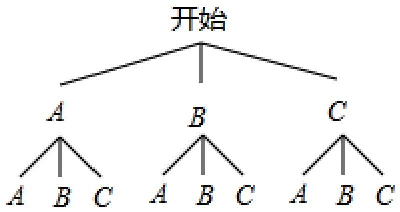
(3)在一次购物中，小明和小亮都想从“微信”、“支付宝”、“银行卡”三种支付方式中选一种方式进行支付，请用画树状图或列表格的方法，求出两人恰好选择同一种支付方式的概率.

解析：(1)用支付宝、现金及其他的人数和除以这三者的百分比之和可得总人数，再用 360°乘以“支付宝”人数所占比例即可得；
(2)用总人数乘以对应百分比可得微信、银行卡的人数，从而补全图形，再根据众数的定义求解可得；
(3)首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两人恰好选择同一种支付方式的情况，再利用概率公式即可求得答案.
答案：(1)本次活动调查的总人数为(45+50+15)÷(1-15%-30%)=200 人，
则表示“支付宝”支付的扇形圆心角的度数为 $360°\times\frac{45}{200}=81°$，
故答案为：200、81°；
(2)微信人数为 200×30%=60 人，银行卡人数为 200×15%=30 人，
补全图形如下：



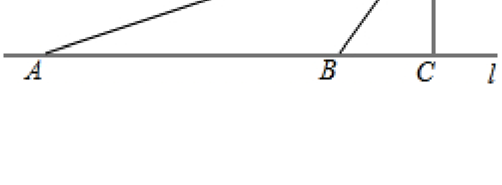


由条形图知，支付方式的“众数”是“微信”，
故答案为：微信；
(3)将微信记为 A、支付宝记为 B、银行卡记为 C，
画树状图如下：
画树状图得：



∵共有 9 种等可能的结果，其中两人恰好选择同一种支付方式的有 3 种，
∴两人恰好选择同一种支付方式的概率为 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

21.汽车超速行驶是交通安全的重大隐患，为了有效降低交通事故的发生，许多道路在事故易发路段设置了区间测速如图，学校附近有一条笔直的公路 l，其间设有区间测速，所有车辆限速 40 千米/小时数学实践活动小组设计了如下活动：在 l 上确定 A，B 两点，并在 AB 路段进行区间测速.在 l 外取一点 P，作 PC⊥l，垂足为点 C.测得 PC=30 米，∠APC=71°，∠BPC=35°.上午 9 时测得一汽车从点 A 到点 B 用时 6 秒，请你用所学的数学知识说明该车是否超速.(参考数据：sin35°≈0.57，cos35°≈0.82，tan35°≈0.70，sin71°≈0.95，cos71°≈0.33，tan71°≈2.90)



解析：先求得 AC=PCtan∠APC=87、BC=PCtan∠BPC=21，据此得出 AB=AC-BC=87-21=66，从而求得该车通过 AB 段的车速，比较大小即可得.

答案：在 Rt△APC 中，AC=PCtan∠APC=30tan71° ≈30×2.90=87，

在 Rt△BPC 中，BC=PCtan∠BPC=30tan35° ≈30×0.70=21，

则 AB=AC-BC=87-21=66，

∴该汽车的实际速度为 $\frac{66}{6}$=11m/s，

又∵40km/h≈11.1m/s，

∴该车没有超速.

22.为提高市民的环保意识，倡导“节能减排，绿色出行”，某市计划在城区投放一批“共享单车”这批单车分为 A，B 两种不同款型，其中 A 型车单价 400 元，B 型车单价 320 元.

(1)今年年初，“共享单车”试点投放在某市中心城区正式启动.投放 A，B 两种款型的单车共 100 辆，总价值 36800 元.试问本次试点投放的 A 型车与 B 型车各多少辆？

(2)试点投放活动得到了广大市民的认可，该市决定将此项公益活动在整个城区全面铺开.按照试点投放中 A，B 两车型的数量比进行投放，且投资总价值不低于 184 万元.请问城区 10 万人口平均每 100 人至少享有 A 型车与 B 型车各多少辆？

解析：(1)设本次试点投放的 A 型车 x 辆、B 型车 y 辆，根据“两种款型的单车共 100 辆，总价值 36800 元”列方程组求解可得；

(2)由(1)知 A、B 型车辆的数量比为 3：2，据此设整个城区全面铺开时投放的 A 型车 3a 辆、B 型车 2a 辆，根据“投资总价值不低于 184 万元”列出关于 a 的不等式，解之求得 a 的范围，进一步求解可得.

答案：(1)设本次试点投放的 A 型车 x 辆、B 型车 y 辆，

根据题意，得：$\begin{cases} x+y=100 \\ 400x+320y=36800 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=60 \\ y=40 \end{cases}$，

答：本次试点投放的 A 型车 60 辆、B 型车 40 辆；

(2)由(1)知 A、B 型车辆的数量比为 3：2，

设整个城区全面铺开时投放的 A 型车 3a 辆、B 型车 2a 辆，

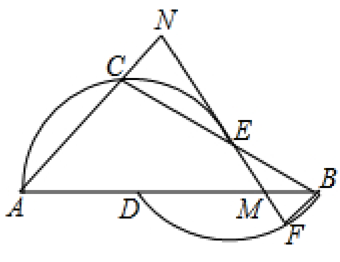
根据题意，得：3a×400+2a×320≥1840000，

解得：a≥1000，

即整个城区全面铺开时投放的 A 型车至少 3000 辆、B 型车至少 2000 辆，

则城区 10 万人口平均每 100 人至少享有 A 型车 3000×$\frac{100}{100000}$=3 辆、至少享有 B 型车 2000×$\frac{100}{100000}$=2 辆.

23.如图，已知 D，E 分别为△ABC 的边 AB，BC 上两点，点 A，C，E 在⊙D 上，点 B，D 在⊙E 上.F 为 $\overset{\frown}{BD}$上一点，连接 FE 并延长交 AC 的延长线于点 N，交 AB 于点 M.



(1)若∠EBD 为α，请将∠CAD 用含α 的代数式表示；

(2)若 EM=MB，请说明当∠CAD 为多少度时，直线 EF 为⊙D 的切线；

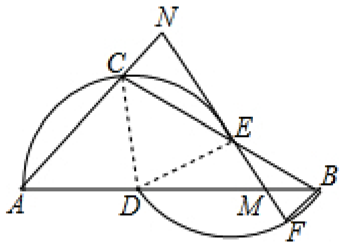
(3)在(2)的条件下，若 AD=$\sqrt{3}$，求 $\frac{MN}{MF}$ 的值.

解析：(1)根据同圆的半径相等和等边对等角得：∠EDB=∠EBD=α，∠CAD=∠ACD，∠DCE=∠DEC=2α，再根据三角形内角和定理可得结论；

(2)设∠MBE=x，同理得：∠EMB=∠MBE=x，根据切线的性质知：∠DEF=90°，所以∠CED+∠MEB=90°，同理根据三角形内角和定理可得∠CAD=45°；

(3)由(2)得：∠CAD=45°；根据(1)的结论计算∠MBE=30°，证明△CDE 是等边三角形，得 CD=CE=DE=EF=AD=$\sqrt{3}$，求 EM=1，MF=EF-EM=$\sqrt{3}$-1，根据三角形内角和及等腰三角形的判定得：EN=CE=$\sqrt{3}$，代入化简可得结论.

答案：(1)连接 CD、DE，⊙E 中，∵ED=EB，



∴∠EDB=∠EBD=α，

∴∠CED=∠EDB+∠EBD=2α，

⊙D 中，∵DC=DE=AD，

∴∠CAD=∠ACD，∠DCE=∠DEC=2α，

△ACB 中，∠CAD+∠ACD+∠DCE+∠EBD=180°，

∴∠CAD=$\frac{180°-3\alpha}{2}=90°-\frac{3\alpha}{2}$；

(2)设∠MBE=x，

∵EM=MB，

∴∠EMB=∠MBE=x，

当 EF 为⊙D 的切线时，∠DEF=90°，

∴∠CED+∠MEB=90°，

∴∠CED=∠DCE=90°-x，

△ACB 中，同理得，∠CAD+∠ACD+∠DCE+∠EBD=180°，

∴2∠CAD=180°-90∴=90∴，

∴∠CAD=45°；

(3)由(2)得：∠CAD=45°；

由(1)得：∠CAD=$\frac{180°-3\angle MBE}{2}$；

∴∠MBE=30°，

∴∠CED=2∠MBE=60°，

∵CD=DE，

∴△CDE 是等边三角形，

∴CD=CE=DE=EF=AD=$\sqrt{3}$，

Rt△DEM 中，∠EDM=30°，DE=$\sqrt{3}$，

∴EM=1，MF=EF-EM=$\sqrt{3}$-1，

△ACB 中，∠NCB=45°+30°=75°，

△CNE 中，∠CEN=∠BEF=30°，

∴∠CNE=75°，

∴∠CNE=∠NCB=75°，

∴EN=CE=$\sqrt{3}$，

∴$\dfrac{MN}{MF}=\dfrac{NE+EM}{MF}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=2+\sqrt{3}$.

24.【问题解决】

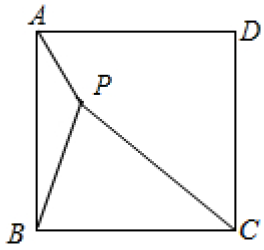


图1

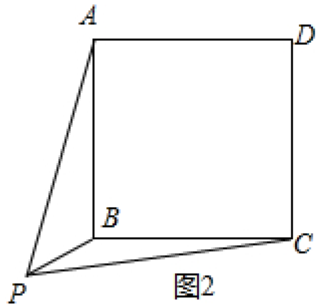


图2

一节数学课上，老师提出了这样一个问题：如图 1，点 P 是正方形 ABCD 内一点，PA=1，PB=2，PC=3.你能求出∠APB 的度数吗？
小明通过观察、分析、思考，形成了如下思路：
思路一：将△BPC 绕点 B 逆时针旋转 90°，得到△BP′A，连接 PP′，求出∠APB 的度数；
思路二：将△APB 绕点 B 顺时针旋转 90°，得到△CP'B，连接 PP′，求出∠APB 的度数.
请参考小明的思路，任选一种写出完整的解答过程.
【类比探究】
如图 2，若点 P 是正方形 ABCD 外一点，PA=3，PB=1，PC=$\sqrt{11}$，求∠APB 的度数.
解析：(1)思路一、先利用旋转求出∠PBP'=90°，BP'=BP=2，AP'=CP=3，利用勾股定理求出 PP'，进而判断出△APP'是直角三角形，得出∠APP'=90°，即可得出结论；
思路二、同思路一的方法即可得出结论；
(2)同(1)的思路一的方法即可得出结论.
答案：(1)思路一、如图 1，

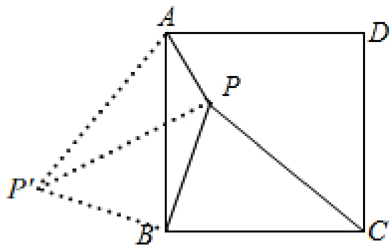
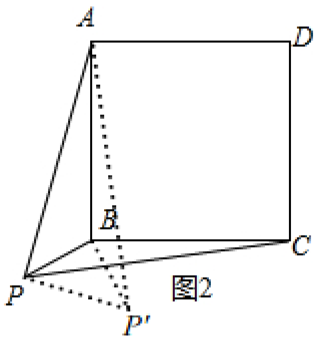


图1

将△BPC 绕点 B 逆时针旋转 90°，得到△BP′A，连接 PP′，
∴△ABP'≌△CBP，
∴∠PBP'=90°，BP'=BP=2，AP'=CP=3，
在 Rt△PBP'中，BP=BP'=2，
∴∠BPP'=45°，根据勾股定理得，PP'=$\sqrt{2}BP=2\sqrt{2}$，
∵AP=1，
∴$AP^2+PP'^2=1+8=9$，
∵$AP'^2=3^2=9$，
∴$AP^2+PP'^2=AP'^2$，
∴△APP'是直角三角形，且∠APP'=90°，
∴∠APB=∠APP'+∠BPP'=90°+45°=135°；
思路二、同思路一的方法；
(2)如图 2，



将△BPC 绕点 B 逆时针旋转 90°，得到△BP′A，连接 PP′，

∴△ABP’≌△CBP，

∴∠PBP’=90°，BP’=BP=1，AP’=CP=$\sqrt{11}$，

在 Rt△PBP’中，BP=BP’=1，

∴∠BPP’=45°，根据勾股定理得，PP’=$\sqrt{2}BP=\sqrt{2}$，

∵AP=3，

∴$AP^2+PP'^2=9+2=11$，

∵$AP'^2=(\sqrt{11})^2=11$，

∴$AP^2+PP'^2=AP'^2$，

∴△APP’是直角三角形，且∠APP’=90°，

∴∠APB=∠APP’-∠BPP’=90°-45°=45°.

25.如图 1，抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 与 x 轴交于 A(-4，0)，B(1，0)两点，过点 B 的直线 $y=kx+\frac{2}{3}$ 分别与 y 轴及抛物线交于点 C，D.

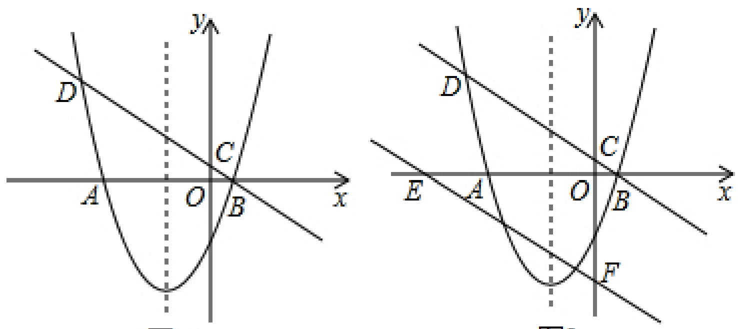


图1　　图2

(1)求直线和抛物线的表达式；

(2)动点 P 从点 O 出发，在 x 轴的负半轴上以每秒 1 个单位长度的速度向左匀速运动，设运动时间为 t 秒，当 t 为何值时，△PDC 为直角三角形？请直接写出所有满足条件的 t 的值；

(3)如图 2，将直线 BD 沿 y 轴向下平移 4 个单位后，与 x 轴，y 轴分别交于 E，F 两点，在抛物线的对称轴上是否存在点 M，在直线 EF 上是否存在点 N，使 DM+MN 的值最小？若存在，求出其最小值及点 M，N 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)利用待定系数法求解可得；

(2)先求得点 D 的坐标，过点 D 分别作 DE⊥x 轴、DF⊥y 轴，分 $P_1D\perp P_1C$、$P_2D\perp DC$、$P_3C\perp DC$ 三种情况，利用相似三角形的性质逐一求解可得；

(3)通过作对称点，将折线转化成两点间距离，应用两点之间线段最短.

答案：(1)把 A(-4，0)，B(1，0)代入 $y=ax^2+2x+c$，得

$$\begin{cases}16a-8+c=0\\a+2+c=0\end{cases},$$

解得：$\begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ c=-\frac{8}{3} \end{cases}$，

∴抛物线解析式为：$y=\frac{2}{3}x^2+2x-\frac{8}{3}$，

∵过点 B 的直线 y=kx+$\frac{2}{3}$，

∴代入(1，0)，得：k=-$\frac{2}{3}$，

∴BD 解析式为 y=-$\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$；

(2)由$\begin{cases} y=\frac{2}{3}x^2+2x-\frac{8}{3} \\ y=-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3} \end{cases}$得交点坐标为 D(-5，4)，

如图 1，过 D 作 DE⊥x 轴于点 E，作 DF⊥y 轴于点 F，

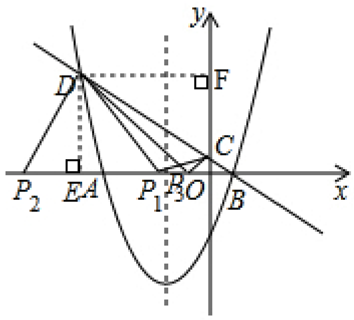


图1

当 $P_1D\perp P_1C$ 时，$\triangle P_1DC$ 为直角三角形，
则$\triangle DEP_1\backsim\triangle P_1OC$，

∴$\frac{DE}{PO}=\frac{PE}{OC}$，即$\frac{4}{t}=\frac{5-t}{\frac{2}{3}}$，

解得$t=\frac{15\pm\sqrt{129}}{6}$，

当 $P_2D\perp DC$ 于点 D 时，$\triangle P_2DC$ 为直角三角形

由$\triangle P_2DB\backsim\triangle DEB$ 得$\frac{DB}{EB}=\frac{P_2B}{DB}$，

即$\frac{t+1}{\sqrt{52}}=\frac{\sqrt{52}}{6}$，

解得：t=$\frac{23}{3}$；

当 $P_3C\perp DC$ 时，$\triangle DFC\backsim\triangle COP_3$，

∴$\frac{DF}{OC}=\frac{CF}{P_3O}$，即$\frac{5}{\frac{2}{3}}=\frac{\frac{10}{3}}{t}$，

解得：t=$\frac{4}{9}$，

∴t 的值为$\frac{4}{9}$、$\frac{15\pm\sqrt{129}}{6}$、$\frac{23}{3}$.

(3)由已知直线 EF 解析式为：$y=-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$，

在抛物线上取点 D 的对称点 D′，过点 D′作 D′N⊥EF 于点 N，交抛物线对称轴于点 M

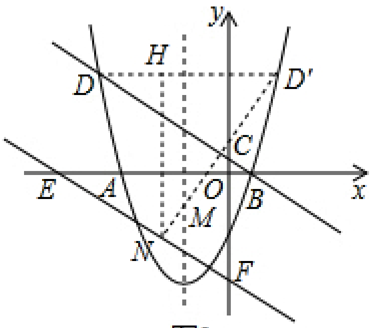


图2

过点 N 作 NH⊥DD′于点 H，此时，DM+MN=D′N 最小.

则△EOF∽△NHD′

设点 N 坐标为(a，$-\frac{2}{3}a-\frac{10}{3}$)，

∴$\frac{OE}{NH}=\frac{OF}{HD'}$，即$\frac{5}{4-\left(-\frac{2}{3}a-\frac{10}{3}\right)}=\frac{\frac{10}{3}}{2-a}$，

解得：a=-2，

则 N 点坐标为(-2，-2)，

求得直线 ND′的解析式为 y=$\frac{3}{2}$x+1，

当 x=-$\frac{3}{2}$时，y=$-\frac{5}{4}$，

∴M 点坐标为($-\frac{3}{2}$,$-\frac{5}{4}$)，

此时，DM+MN 的值最小为$\sqrt{D'H^2+NH^2}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$.