2018年普通高等学校招生全国统一考试(新课标Ⅰ)数学理

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$ ，则|z|=(　)

A.0

B.$\frac{1}{2}$

C.1

D.$\sqrt{2}$

解析：利用复数的代数形式的混合运算化简后，然后求解复数的摸.

$$z=\frac{1-i}{1+i}+2i=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}+2i=-i+2i=i，$$

则|z|=1.

答案：C

2.已知集合 A={x|x^2-x-2＞0}，则 C_RA=(　)

A.{x|-1＜x＜2}

B.{x|-1≤x≤2}

C.{x|x＜-1}∪{x|x＞2}

D.{x|x≤-1}∪{x|x≥2}

解析：通过求解不等式，得到集合 A，然后求解补集即可.

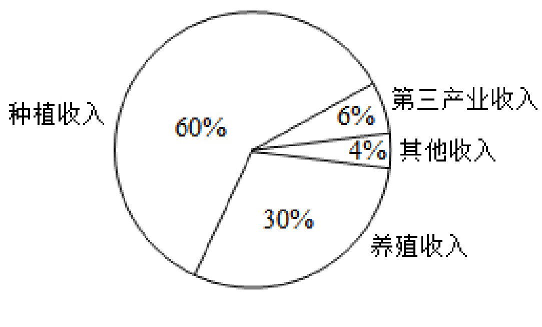
集合 A={x|x^2-x-2＞0}，

可得 A={x|x＜-1 或 x＞2}，

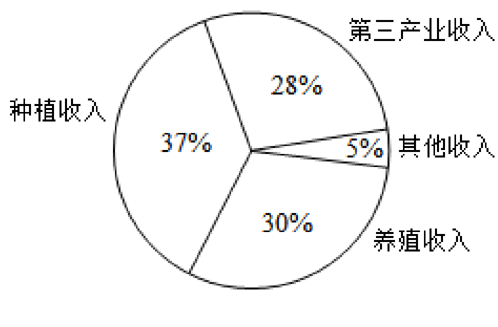
则：C_RA={x|-1≤x≤2}.

答案：B

3.某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番.为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例



建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是(　)
A.新农村建设后，种植收入减少
B.新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
C.新农村建设后，养殖收入增加了一倍
D.新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半
解析：设建设前经济收入为a，建设后经济收入为2a.通过选项逐一分析新农村建设前后，经济收入情况，利用数据推出结果.
设建设前经济收入为a，建设后经济收入为2a.
A项，种植收入37×2a-60%a=14%a＞0，
故建设后，种植收入增加，故A项错误.
B项，建设后，其他收入为5%×2a=10%a，
建设前，其他收入为4%a，
故10%a÷4%a=2.5＞2，
故B项正确.
C项，建设后，养殖收入为30%×2a=60%a，
建设前，养殖收入为30%a，
故60%a÷30%a=2，
故C项正确.
D项，建设后，养殖收入与第三产业收入总和为
(30%+28%)×2a=58%×2a，
经济收入为2a，
故(58%×2a)÷2a=58%＞50%，
故D项正确.
因为是选择不正确的一项.
答案：A

4.记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和.若$3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$，则a_5=(　)
A.-12
B.-10
C.10
D.12
解析：利用等差数列的通项公式和前n项和公式列出方程，能求出a_5的值.
∵S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和.若$3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$，
∴$3\times(3a_1+\frac{3\times 2}{2}d)=a_1+a_1+d+4a_1+\frac{4\times 3}{2}d$，
把$a_1=2$，代入得$d=-3$
∴$a_5=2+4\times(-3)=-10$.
答案：B

5.设函数$f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$.若f(x)为奇函数，则曲线y=f(x)在点(0，0)处的切线方程为(　)
A.y=-2x
B.y=-x
C.y=2x

D. y=x

解析：利用函数的奇偶性求出 a，求出函数的导数，求出切线的向量然后求解切线方程.

函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$，若 f(x) 为奇函数，

可得 a=1，所以函数 $f(x)=x^3+x$，可得 $f'(x)=3x^2+1$，

曲线 y=f(x) 在点(0，0)处的切线的斜率为：1，

则曲线 y=f(x) 在点(0，0)处的切线方程为：y=x.

答案：D

6. 在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{EB}$=(　)

A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

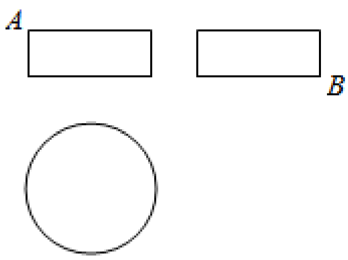
解析：运用向量的加减运算和向量中点的表示，计算可得所求向量.

在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，

$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

答案：A

7. 某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为(　)



A. $2\sqrt{17}$

B. $2\sqrt{5}$

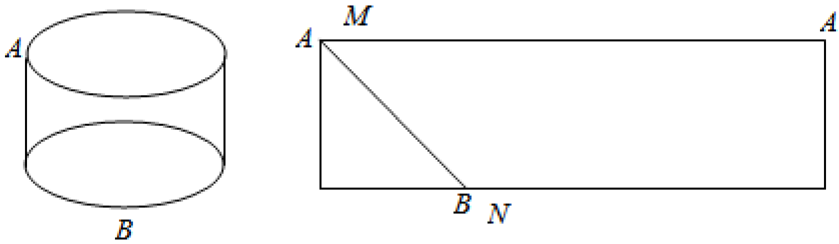
C. 3

D. 2

解析：判断三视图对应的几何体的形状，利用侧面展开图，转化求解即可.

由题意可知几何体是圆柱，底面周长 16，高为：2，

直观图以及侧面展开图如图：



圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度：$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

答案：B

8. 设抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，过点(-2，0)且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M，N 两点，则 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=$（　）

A. 5
B. 6
C. 7
D. 8

解析：求出抛物线的焦点坐标，直线方程，求出 M、N 的坐标，然后求解向量的数量积即可.

抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F(1，0)，过点(-2，0)且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线为：3y=2x+4，

联立直线与抛物线 C：$y^2=4x$，消去 x 可得：$y^2-6y+8=0$，

解得 $y_1=2$，$y_2=4$，不妨 M(1，2)，N(4，4)，

∴ $\overrightarrow{FM}$=(0，2)，$\overrightarrow{FN}$=(3，4).

则 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}$=(0，2)•(3，4)=0×3+2×4=8.

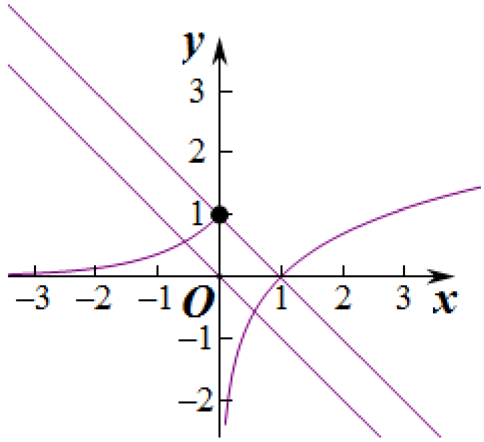
答案：D

9. 已知函数 f(x)=$\begin{cases} e^x, & x\le 0 \\ \ln x, & x>0 \end{cases}$，g(x)=f(x)+x+a. 若 g(x)存在 2 个零点，则 a 的取值范围是（　）

A. [-1，0)
B. [0，+∞)
C. [-1，+∞)
D. [1，+∞)

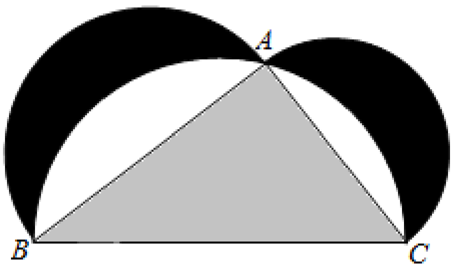
解析：由 g(x)=0 得 f(x)=-x-a，

作出函数 f(x)和 y=-x-a 的图象如图：



当直线 y=-x-a 的截距-a≤1，即 a≥-1 时，两个函数的图象都有 2 个交点，
即函数 g(x)存在 2 个零点，
故实数 a 的取值范围是[-1，+∞).
答案：C

10.如图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形.此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC，直角边 AB，AC.△ABC 的三边所围成的区域记为 I，黑色部分记为Ⅱ，其余部分记为Ⅲ.在整个图形中随机取一点，此点取自Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的概率分别记为 p_1，p_2，p_3，则(　)



A. $p_1=p_2$
B. $p_1=p_3$
C. $p_2=p_3$
D. $p_1=p_2+p_3$
解析：如图：设 $BC=2r_1$，$AB=2r_2$，$AC=2r_3$，
∴$r_1^2=r_2^2+r_3^2$，
∴$S_Ⅰ=\frac{1}{2}\times 4r_2r_3=2r_2r_3$，$S_Ⅲ=\frac{1}{2}\times\pi r_1^2-2r_2r_3$，
$S_Ⅱ=\frac{1}{2}\times\pi r_3^2+\frac{1}{2}\times\pi r_2^2-S_Ⅲ=\frac{1}{2}\times\pi r_3^2+\frac{1}{2}\times\pi r_2^2-\frac{1}{2}\times\pi r_1^2+2r_2r_3=2r_2r_3$，
∴$S_Ⅰ=S_Ⅱ$，
∴$P_1=P_2$.
答案：A

11.已知双曲线 C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，O 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐

近线的交点分别为M，N.若△OMN为直角三角形，则|MN|=(   )

A. $\frac{3}{2}$

B. 3

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

解析：求出双曲线的渐近线方程，求出直线方程，求出MN的坐标，然后求解|MN|.

双曲线C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的渐近线方程为：y=±$\frac{\sqrt{3}}{3}$x，渐近线的夹角为：60°，不妨设过F(2，0)的直线为：y=$\sqrt{3}$(x-2)，

则：$\begin{cases} y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x \\ y=\sqrt{3}(x-2) \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$，即M($\frac{3}{2}$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$)，

$\begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{3}x \\ y=\sqrt{3}(x-2) \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=3 \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$，即N(3，$\sqrt{3}$)，

则$|MN|=\sqrt{\left(3-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=3$.

答案：B

12.已知正方体的棱长为1，每条棱所在直线与平面α所成的角都相等，则α截此正方体所得截面面积的最大值为(   )

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

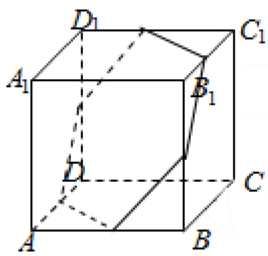
C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析：利用正方体棱的关系，判断平面α所成的角都相等的位置，然后求解α截此正方体所得截面面积的最大值.

正方体的所有棱中，实际上是3组平行的棱，每条棱所在直线与平面α所成的角都相等，如

图所示：



正六边形平行的平面，并且正六边形时，α 截此正方体所得截面面积的最大，

此时正六边形的边长 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，

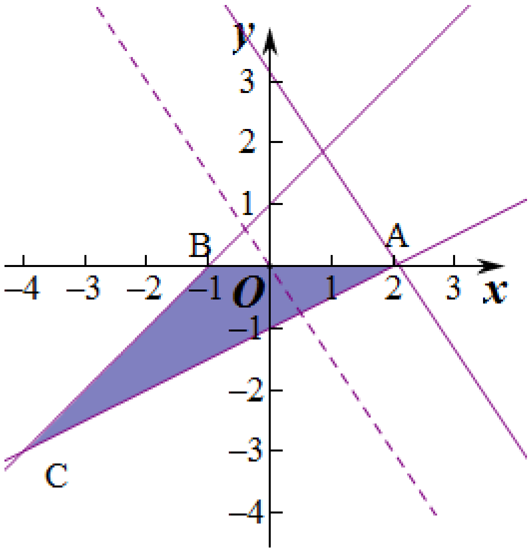
α 截此正方体所得截面最大值为：$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

答案：A

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y-2\le 0\\ x-y+1\ge 0\\ y\le 0\end{cases}$，则 z=3x+2y 的最大值为_____.

解析：作出不等式组对应的平面区域如图：



由 z=3x+2y 得 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$，

平移直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$，

由图象知当直线 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}z$ 经过点 A(2，0)时，直线的截距最大，此时 z 最大，

最大值为 z=3×2=6.
答案：6

14.记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $S_n=2a_n+1$，则 S_6=_____.
解析：先根据数列的递推公式可得 $\{a_n\}$ 是以-1 为首项，以 2 为公比的等比数列，再根据求和公式计算即可.
S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_n=2a_n+1$，①
当 n=1 时，$a_1=2a_1+1$，解得 $a_1=-1$，
当 n≥2 时，$S_{n-1}=2a_{n-1}+1$，②，
由①-②可得 $a_n=2a_n-2a_{n-1}$，
∴$a_n=2a_{n-1}$，
∴$\{a_n\}$ 是以-1 为首项，以 2 为公比的等比数列，

∴ $S_6=\dfrac{-1\times\left(1-2^6\right)}{1-2}=-63$.

答案：-63

15.从 2 位女生，4 位男生中选 3 人参加科技比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同的选法共有_____种.(用数字填写答案)
解析：方法一：直接法，分类即可求出.

1 女 2 男，有 $C_2^1C_4^2=12$，2 女 1 男，有 $C_2^2C_4^1=4$，

根据分类计数原理可得，共有 12+4=16 种.
方法二：间接法，先求出没有限制的种数，再排除全是男生的种数.

$C_6^3C_4^3=20-4=16$ 种.

答案：16

16.已知函数 f(x)=2sinx+sin2x，则 f(x)的最小值是_____.
解析：由题意可得 T=2π 是 f(x)=2sinx+sin2x 的一个周期，
故只需考虑 f(x)=2sinx+sin2x 在[0，2π)上的值域，
先来求该函数在[0，2π)上的极值点，
求导数可得 f′(x)=2cosx+2cos2x=2cosx+2(2cos^{2}x-1)=2(2cosx-1)(cosx+1)，

令 f′(x)=0 可解得 cosx=$\dfrac{1}{2}$ 或 cosx=-1，

可得此时 x=$\dfrac{\pi}{3}$，π 或 $\dfrac{5\pi}{3}$；

∴y=2sinx+sin2x 的最小值只能在点 x=$\dfrac{\pi}{3}$，π 或 $\dfrac{5\pi}{3}$ 和边界点 x=0 中取到，

计算可得 f($\dfrac{\pi}{3}$)=$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，f(π)=0，f($\dfrac{5\pi}{3}$)=$-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，f(0)=0，

∴函数的最小值为$-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

答案：$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

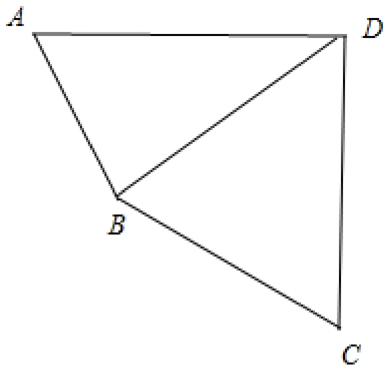
三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.
(一)必考题：每题 12 分，共 60 分.

17.在平面四边形 ABCD 中，∠ADC=90°，∠A=45°，AB=2，BD=5.

(1)求 cos∠ADB.

解析：(1)由正弦定理得 $\frac{2}{\sin\angle ADB}=\frac{5}{\sin 45°}$，求出 sin∠ADB=$\frac{\sqrt{2}}{5}$，由此能求出 cos∠ADB.

答案：(1)如图所示：



∵∠ADC=90°，∠A=45°，AB=2，BD=5，

∴由正弦定理得：$\frac{2}{\sin\angle ADB}=\frac{5}{\sin 45°}$，即 $\frac{2}{\sin\angle ADB}=\frac{5}{\sin 45°}$，

∴$\sin\angle ADB=\frac{2\sin 45°}{5}=\frac{\sqrt{2}}{5}$，

∵AB＜BD，∴∠ADB＜∠A，

∴$\cos\angle ADB=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{23}}{5}$.

(2)若 DC=2$\sqrt{2}$，求 BC.

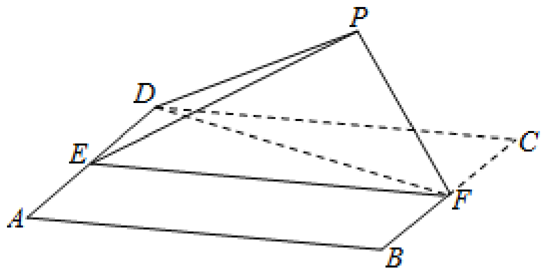
解析：(2)由∠ADC=90°，得 cos∠BDC=sin∠ADB=$\frac{\sqrt{2}}{5}$，再由 DC=2$\sqrt{2}$，利用余弦定理能求出 BC.

答案：(2)∵∠ADC=90°，∴cos∠BDC=sin∠ADB=$\frac{\sqrt{2}}{5}$，

∵DC=$2\sqrt{2}$，

$$\therefore BC=\sqrt{BD^2+DC^2-2\times BD\times DC\times\cos\angle BDC}=\sqrt{25+8-2\times5\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{5}}=5.$$

18.如图，四边形 ABCD 为正方形，E，F 分别为 AD，BC 的中点，以 DF 为折痕把△DFC 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 PF⊥BF.



(1)证明：平面 PEF⊥平面 ABFD.

解析：(1)利用正方形的性质可得 BF 垂直于面 PEF，然后利用平面与平面垂直的判断定理证明即可.

答案：(1)证明：由题意，点 E、F 分别是 AD、BC 的中点，

则 AE=$\frac{1}{2}$AD，BF=$\frac{1}{2}$BC，

由于四边形 ABCD 为正方形，所以 EF⊥BC.

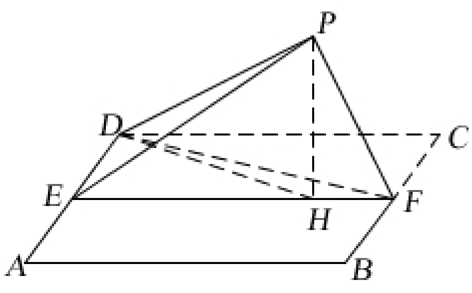
由于 PF⊥BF，EF∩PF=F，则 BF⊥平面 PEF.

又因为 BF⊂平面 ABFD，所以：平面 PEF⊥平面 ABFD.

(2)求 DP 与平面 ABFD 所成角的正弦值.

解析：(2)利用等体积法可求出点 P 到面 ABCD 的距离，进而求出线面角.

答案：(2)在平面 DEF 中，过 P 作 PH⊥EF 于点 H，联结 DH，



由于 EF 为面 ABCD 和面 PEF 的交线，PH⊥EF，

则 PH⊥面 ABFD，故 PH⊥DH.

在三棱锥 P-DEF 中，可以利用等体积法求 PH，

因为 DE∥BF 且 PF⊥BF，

所以 PF⊥DE，

又因为△PDF≌△CDF，

所以∠FPD=∠FCD=90°，
所以 PF⊥PD，
由于 DE∩PD=D，则 PF⊥平面 PDE，
故 $V_{F-PDE}=\frac{1}{3}PF\cdot S_{\triangle PDE}$，
因为 BF∥DA 且 BF⊥面 PEF，
所以 DA⊥面 PEF，
所以 DE⊥EP.
设正方形边长为 2a，则 PD=2a，DE=a
在△PDE 中，PE=$\sqrt{3}$ a，
所以 $S_{\triangle PDE}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$，
故 $V_{F-PDE}=\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$，
又因为 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}a\cdot 2a=a^2$，
所以 $PH=\frac{3V_{F-PDE}}{a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，
所以在△PHD 中，$\sin\angle PDH=\frac{PH}{PD}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，
即∠PDH 为 DP 与平面 ABFD 所成角的正弦值为：$\frac{\sqrt{3}}{4}$.

19.设椭圆 C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$的右焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，点 M 的坐标为(2，0).

(1)当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程.
解析：(1)先得到 F 的坐标，再求出点 A 的方程，根据两点式可得直线方程.

答案：(1)c=$\sqrt{2-1}$=1，
∴F(1，0)，
∵l 与 x 轴垂直，
∴x=1，
由$\begin{cases}x=1\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\ y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴A(1，$\frac{\sqrt{2}}{2}$)或(1，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$)，

∴直线 AM 的方程为 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+\sqrt{2}$，$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$.

(2)设 O 为坐标原点，证明：∠OMA=∠OMB.
解析：(2)分三种情况讨论，根据直线斜率的问题，以及韦达定理，即可证明.
答案：(2)证明：当 l 与 x 轴重合时，∠OMA=∠OMB=0°，
当 l 与 x 轴垂直时，OM 为 AB 的垂直平分线，∴∠OMA=∠OMB，
当 l 与 x 轴不重合也不垂直时，设 l 的方程为 $y=k(x-1)$，$k\neq0$，

$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1<\sqrt{2}$，$x_2<\sqrt{2}$，

直线 MA，MB 的斜率之和为 k_{MA}，k_{MB}之和为$k_{MA}+k_{MB}=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}$，

由 $y_1=kx_1-k$，$y_2=kx_2-k$ 得$k_{MA}+k_{MB}=\frac{2kx_1x_2-3kx_1x_2+4k}{(x_1-2)(x_2-2)}$，

将 $y=k(x-1)$代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$可得$(2k^2+1)x^2-4k^2x+2k^2-2=0$，

∴$x_1+x_2=\frac{4k^2}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2k^2-2}{2k^2+1}$，

∴$2kx_1x_2-3k(x_1+x_2)+4k=\frac{1}{2k^2+1}(4k^2-4k-12k^2+8k^2+4k)=0$
从而 $k_{MA}+k_{MB}=0$，
故 MA，MB 的倾斜角互补，
∴∠OMA=∠OMB，
综上∠OMA=∠OMB.

20.某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品.检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验.设每件产品为不合格品的概率都为 $p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立.

(1)记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$的最大值点 p_0.

解析：(1)求出$f(p)=C_{20}^2p^2(1-p)^{18}$，则

$f'(p)=C_{20}^2[2p(1-p)^{18}-18p^2(1-p)^{17}]=2C_{20}^2p(1-p)^{17}(1-10p)$，利用导数性质能求出 $f(p)$的最大值点 $p_0=0.1$.

答案：(1)记20件产品中恰有2件不合格品的概率为f(p)，

则 $f(p)=C_{20}^{2}p^{2}(1-p)^{18}$，

∴ $f'(p)=C_{20}^{2}\left[2p(1-p)^{18}-18p^{2}(1-p)^{17}\right]=2C_{20}^{2}p(1-p)^{17}(1-10p)$，

令f′(p)=0，得p=0.1，
当p∈(0，0.1)时，f′(p)＞0，
当p∈(0.1，1)时，f′(p)＜0，
∴f(p)的最大值点 $p_0=0.1$.

(2)现对一箱产品检验了20件，结果恰有2件不合格品，以(1)中确定的 p_0 作为p的值.已知每件产品的检验费用为2元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付25元的赔偿费用.
(i)若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为X，求EX.
(ii)以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？
解析：(2)(i)由p=0.1，令Y表示余下的180件产品中的不合格品数，依题意知Y～B(180，0.1)，再由X=20×2+25Y，即X=40+25Y，能求出EX.
(ii)如果对余下的产品作检验，由这一箱产品所需要的检验费为400元，EX=490＞400，从而应该对余下的产品进行检验.
答案：(2)(i)由(1)知p=0.1，
令Y表示余下的180件产品中的不合格品数，依题意知Y～B(180，0.1)，
X=20×2+25Y，即X=40+25Y，
∴EX=E(40+25Y)=40+25EY=40+25×180×0.1=490.
(ii)如果对余下的产品作检验，由这一箱产品所需要的检验费为400元，
∵EX=490＞400，
∴应该对余下的产品进行检验.

21.已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x+a\ln x$.

(1)讨论f(x)的单调性.
解析：(1)求出函数的定义域和导数，利用函数单调性和导数之间的关系进行求解即可.
答案：(1)函数的定义域为(0，+∞)，

函数的导数 $f'(x)=-\dfrac{1}{x^{2}}-1+\dfrac{a}{x}=-\dfrac{x^{2}-ax+1}{x^{2}}$，

设 $g(x)=x^2-ax+1$，
当a≤0时，g(x)＞0恒成立，即f′(x)＜0恒成立，此时函数f(x)在(0，+∞)上是减函数，
当a＞0时，判别式 $\triangle=a^2-4$，
①当0＜a≤2时，△≤0，即g(x)＞0，即f′(x)＜0恒成立，此时函数f(x)在(0，+∞)上是减函数，
②当a＞2时，x，f′(x)，f(x)的变化如下表：

x	$(0, \frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$	$\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$	$(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}, \frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$	$\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$	$(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}, +\infty)$
f′(x)	-	0	+	0	-
f(x)	递减		递增		递减

综上当 a≤2 时，f(x)在(0，+∞)上是减函数，

当 a>2 时，在(0，$\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$)，和($\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$，+∞)上是减函数，

则($\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$，$\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$)上是增函数.

(2)若 f(x)存在两个极值点 x_1，x_2，证明：$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$.

解析：(2)将不等式进行等价转化，构造新函数，研究函数的单调性和最值即可得到结论.

答案：(2)由(1)知 a>2，$0<x_1<1<x_2$，$x_1x_2=1$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=(x_2-x_1)\left(1+\frac{1}{x_1x_2}\right)+a(\ln x_1-\ln x_2)=2(x_2-x_1)+a(\ln x_1-\ln x_2)$，

则 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2=-2+\frac{a(\ln x_1-\ln x_2)}{x_1-x_2}$，

则问题转为证明 $\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<1$ 即可，

即证明 $\ln x_1-\ln x_2>x_1-x_2$，

即证 $2\ln x_1>x_1-\frac{1}{x_1}$ 在(0，1)上恒成立，

设 $h(x)=2\ln x-x+\frac{1}{x}$，(0<x<1)，其中 h(1)=0，

求导得 $h'(x)=\frac{2}{x}-1-\frac{1}{x^2}=-\frac{x^2-2x+1}{x^2}=-\frac{(x-1)^2}{x^2}<0$，

则 h(x)在(0，1)上单调递减，

∴h(x)>h(1)，即 $2\ln x-x+\frac{1}{x}>0$，

故 $2\ln x>x-\frac{1}{x}$，

则$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$成立.

(二)选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4-4：坐标系与参数方程](10 分)

22.在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1的方程为 $y=k|x|+2$.以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2的极坐标方程为$\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

(1)求 C_2的直角坐标方程.

解析：(1)直接利用转换关系，把参数方程和极坐标方程与直角坐标方程进行转化.

答案：(1)曲线 C_2的极坐标方程为$\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

转换为直角坐标方程为：$x^2+y^2+2x-3=0$，

转换为标准式为：$(x+1)^2+y^2=4$.

(2)若 C_1与 C_2有且仅有三个公共点，求 C_1的方程.

解析：(2)利用直线在坐标系中的位置，再利用点到直线的距离公式的应用求出结果.

答案：(2)由于曲线 C_1的方程为 $y=k|x|+2$，则：该直线关于 y 轴对称，且恒过定点(0，2).

由于该直线与曲线 C_2的极坐标有且仅有三个公共点.

所以：必有一直线相切，一直线相交.

则：圆心到直线 $y=kx+2$ 的距离等于半径 2.

故：$\dfrac{|2-k|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，

解得：$k=-\dfrac{4}{3}$或 0，(0 舍去)

故 C_1的方程为：$y=-\dfrac{4}{3}|x|+2$.

[选修 4-5：不等式选讲](10 分)

23.已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$.

(1)当 a=1 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集.

解析：(1)去绝对值，化为分段函数，即可求出不等式的解集.

答案：(1)当 a=1 时，$f(x)=|x+1|-|x-1|=\begin{cases}2，x>1\\2x,-1\le x\le 1\\-2，x<-1\end{cases}$，

由 $f(x)>1$，

$\therefore\begin{cases}2x>1\\-1\le x\le 1\end{cases}$或$\begin{cases}2>1\\x>1\end{cases}$，

解得 $x>\frac{1}{2}$，

故不等式 $f(x)>1$ 的解集为($\frac{1}{2}$，$+\infty$).

(2)若 $x\in(0，1)$时不等式 $f(x)>x$ 成立，求 a 的取值范围.

解析：(2)当 $x\in(0，1)$时不等式 $f(x)>x$ 成立，转化为即$|ax-1|<1$，即 $0<ax<2$，转化为 $a<\frac{2}{x}$，且 $a>0$，即可求出 a 的范围.

答案：(2)当 $x\in(0，1)$时不等式 $f(x)>x$ 成立，

∴$|x+1|-|ax-1|-x>0$，

即 $x+1-|ax-1|-x>0$，

即$|ax-1|<1$，

∴$-1<ax-1<1$，

∴$0<ax<2$，

∵$x\in(0，1)$，

∴$a>0$，

∴$0<x<\frac{2}{a}$，

∴$a<\frac{2}{x}$，

∵$\frac{2}{x}>2$，

∴$0<a\leqslant 2$，

故 a 的取值范围为(0，2].