2014年黑龙江省黑河市中考真题数学

一、单项选择题(每小题3分，满分30分)

1.(3分)下列各式计算正确的是(　　)

A.$a^4\cdot a^3=a^{12}$

B.$3a\cdot 4a=12a$

C.$(a^3)^4=a^{12}$

D.$a^{12}\div a^3=a^4$

解析：A、底数不变指数相加，故A错误；

B、底数不变指数相加，故B错误；

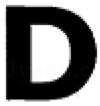
C、底数不变指数相乘，故C正确；

D、底数不变指数相减，故D错误；

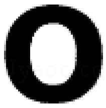
答案：C.

2.(3分)下列英文字母既是中心对称图形又是轴对称图形的是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：A、图形A是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项错误；

B、图形B不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误；

C、图形C不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误；

D、图形D是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确.

答案：D.

3.(3分)现测得齐齐哈尔市扎龙自然保护区六月某五天的最高气温分别为27、30、27、32、34(单位：℃)，这组数据的众数和中位数分别是(　　)

A.34、27

B.27、30

C.27、34

D.30、27

解析：27出现了2次，出现的次数最多，则众数是27；

把这组数据从小到大排列：27，27，30，32，34，最中间的数是30，则中位数是30；

答案：B.

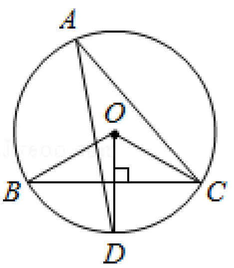
4.(3分)将一张面值100元的人民币，兑换成10元或20元的零钱，兑换方案有(　　)

A. 6 种
B. 7 种
C. 8 种
D. 9 种
解析：设兑换成 10 元 x 张，20 元的零钱 y 元，由题意得：$10x+20y=100$，
整理得：$x+2y=10$，方程组的整数解为：$\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$，$\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$，$\begin{cases}x=6\\y=2\end{cases}$，$\begin{cases}x=8\\y=1\end{cases}$，$\begin{cases}x=10\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$，
因此兑换方案有 6 种，
答案：A.

5.(3 分)关于 x 的分式方程$\frac{2x-a}{x+1}=1$的解为正数，则字母 a 的取值范围为(　　)

A. $a\geq-1$
B. $a>-1$
C. $a\leq-1$
D. $a<-1$
解析：分式方程去分母得：$2x-a=x+1$，解得：$x=a+1$，
根据题意得：$a+1>0$ 且 $a+1+1\neq0$，解得：$a>-1$ 且 $a\neq-2$.即字母 a 的取值范围为 $a>-1$.
答案：B.

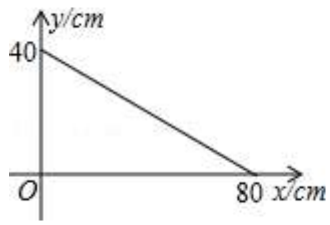
6.(3 分)如图，在⊙O 中，OD⊥BC，∠BOD=60°，则∠CAD 的度数等于(　　)

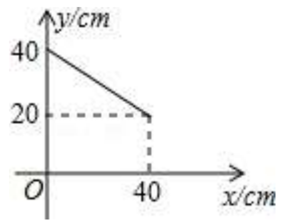


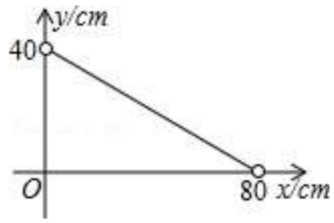
A. 15°
B. 20°
C. 25°
D. 30°
解析：∵在⊙O 中，OD⊥BC，∴$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$，∴$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times60°=30°$.

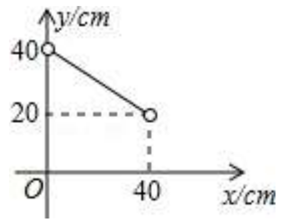
答案：D.

7.(3 分)若等腰三角形的周长是 80cm，则能反映这个等腰三角形的腰长 ycm 与底边长 xcm 的函数关系式的图象是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：根据题意，x+2y=80，所以 $y=-\frac{1}{2}x+40$，

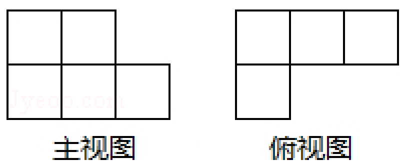
根据三角形的三边关系，x＞y-y=0，x＜y+y=2y，所以 x+x＜80，解得 x＜40，

所以，y 与 x 的函数关系式为 $y=-\frac{1}{2}x+40(0<x<40)$，

只有 D 选项符合.

答案：D.

8.(3 分)如图，由几个相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图，组成这个几何体的小正方体的个数是(　　)



A. 5 个或 6 个

B. 6 个或 7 个

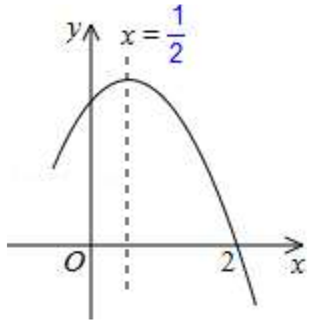
C. 7 个或 8 个

D. 8 个或 9 个

解析:从俯视图可得最底层有 4 个个小正方体,由主视图可得上面一层是 2 个或 3 小正方体,则组成这个几何体的小正方体的个数是 6 个或 7 个;

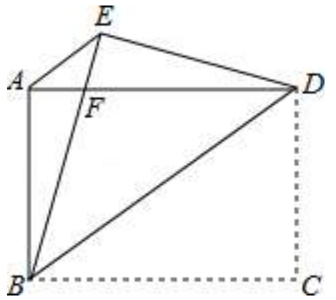
答案：B.

9.(3 分)如图，二次函 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$图象的一部分，对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，且经过点(2，0)，下列说法：①abc＜0；②a+b=0；③4a+2b+c＜0；④若$(-2，y_1)$，$(\frac{5}{2}，y_2)$是抛物线上的两点，则 $y_1<y_2$，其中说法正确的是(　　)



A.①②④
B.③④
C.①③④
D.①②
解析：①∵二次函数的图象开口向下，∴a＜0，
∵二次函数的图象交 y 轴的正半轴于一点，∴c＞0，
∵对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$，∴$-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，∴b=-a＞0，∴abc＜0.故①正确；
②∵由①中知 b=-a，∴a+b=0，故②正确；
③把 x=2 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得：y=4a+2b+c，
∵抛物线经过点(2，0)，∴当 x=2 时，y=0，即 4a+2b+c=0.故③错误；
④∵$(-2，y_1)$关于直线 $x=\frac{1}{2}$的对称点的坐标是$(3，y_1)$，
又∵当 $x>\frac{1}{2}$时，y 随 x 的增大而减小，$\frac{5}{2}<3$，∴$y_1<y_2$.故④正确；
综上所述，正确的结论是①②④.
答案：A.

10.(3 分)如图，四边形 ABCD 是矩形，AB=6cm，BC=8cm，把矩形沿直线 BD 折叠，点 C 落在点 E 处，BE 与 AD 相交于点 F，连接 AE，下列结论：
①△FBD 是等腰三角形；②四边形 ABDE 是等腰梯形；③图中共有 6 对全等三角形；④四边形 BCDF 的周长为$\frac{53}{2}$cm；⑤AE 的长为$\frac{14}{5}$cm.
其中结论正确的个数为(　　)



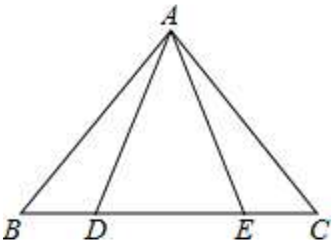
A. 2 个
B. 3 个
C. 4 个
D. 5 个
解析：①由折叠的性质知，CD=ED，BE=BC.
∵四边形 ABCD 是矩形，∴AD=BC，AB=CD，∠BAD=90°，∴AB=DE，BE=AD，BD=BD，
∴△ABD≌△EDB，∴∠EBD=∠ADB，∴BF=DF，即△FBD 是等腰三角形，结论正确；
②∵AD=BE，AB=DE，AE=AE，∴△AED≌△EAB(SSS)，∴∠AEB=∠EAD，
∵∠AFE=∠BFD，∴∠AEB=∠EBD，∴AE∥BD，
又∵AB=DE，∴四边形 ABDE 是等腰梯形.结论正确；
③图中的全等三角形有：△ABD≌△CDB，△ABD≌△EDB，△CDB≌△EDB，△ABF≌△EDF，△ABE≌△EDA 共有 5 对，则结论错误；
④BC=BE=8cm，CD=ED=AB=6cm，则设 BF=DF=xcm，则 AF=8-xcm，
在直角△ABF 中，$AB^2+AF^2=BF^2$，则 $36+(8-x)^2=x^2$，解得：$x=\frac{25}{4}$cm，
则四边形 BCDF 的周长为：$8+6+2\times\frac{25}{4}=14+\frac{25}{2}=\frac{53}{2}$cm，则结论正确；
⑤在直角△BCD 中，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=10$，
∵AE∥BD，∴△BDF∽△EAF，∴$\frac{AE}{BD}=\frac{AF}{DF}=\frac{8-\frac{25}{4}}{\frac{25}{4}}=\frac{7}{25}$，∴$AE=\frac{7}{25}BD=\frac{7}{25}\times10=\frac{14}{5}$cm.则结论正确.
综上所述，正确的结论有①②④⑤，共 4 个.
答案：C.

二、填空题(每小题 3 分，满分 30 分)

11.(3 分)财政部近日公开的情况显示，2014 年中央本级“三公”经费财政款预算比去年年初预算减少 8.18 亿元，用科学记数法表示 8.18 亿元为_______.
解析：8.18 亿元=8.18×10^8元.
答案：8.18×10^8元.

12.(3 分)在函数 $y=\frac{\sqrt{2x-1}}{x-3}$中，自变量 x 的取值范围是________.
解析：由题意得，$2x-1\geqslant0$ 且 $x-3\neq0$，解得 $x\geqslant\frac{1}{2}$且 $x\neq3$.
答案：$x\geqslant\frac{1}{2}$且 $x\neq3$.

13.(3 分)如图，已知△ABC 中，AB=AC，点 D、E 在 BC 上，要使△ABD≌ACE，则只需添加一个适当的条件是________.(只填一个即可)



解析：BD=CE，理由是：∵AB=AC，∴∠B=∠C，

在△ABD 和△ACE 中，$\begin{cases} AB=AC \\ \angle B=\angle C \\ BD=CE \end{cases}$，∴△ABD≌△ACE(SAS)，

答案：BD=CE.

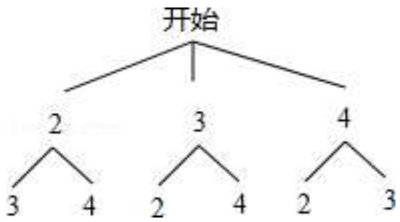
14.(3 分)已知 $x^2-2x=5$，则代数式 $2x^2-4x-1$ 的值为_______.

解析：∵$x^2-2x=5$，∴$2x^2-4x-1=2(x^2-2x)-1$，$=2\times5-1$，$=10-1$，$=9$.

答案：9.

15.(3 分)从 2、3、4 这三个数字中任取两个数字组成一个两位数，其中能被 3 整除的两位数的概率是____.

解析：画树状图得：



∵共有 6 种等可能的结果，其中能被 3 整除的两位数的有：24，42，

∴其中能被 3 整除的两位数的概率是：$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$.

16.(3 分)用一个圆心角为 240°半径为 6 的扇形做一个圆锥的侧面，则这个圆锥底面半径为____.

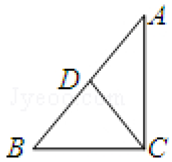
解析：∵扇形的弧长=$\frac{240\pi\times6}{180}=8\pi$，∴圆锥的底面半径为 $8\pi\div2\pi=4$.

答案：4.

17.(3 分)在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，CD 是斜边 AB 上的中线，CD=4，AC=6，则 sinB 的值是____.

解析：∵Rt△ABC 中，CD 是斜边 AB 上的中线，CD=4，∴AB=2CD=8，则 $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

答案：$\frac{3}{4}$.

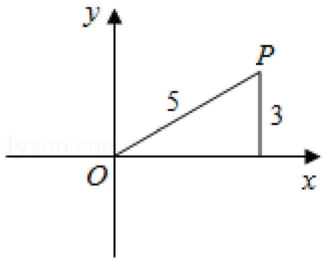


18.(3 分)在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 到 x 轴的距离为 3 个单位长度，到原点 O 的距离为 5 个单位长度，则经过点 P 的反比例函数的解析式为_______.

解析：根据题意，P 的坐标可能是：(4，3)，(4，-3)，(-4，3)，(-4，-3)，

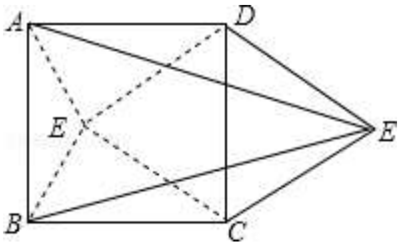
设反比例解析式为 y=$\frac{k}{x}$，将 P 坐标分别代入得：k=12 或 k=-12，则反比例解析式为 y=$\frac{12}{x}$或 y=-$\frac{12}{x}$.

答案：y=$\frac{12}{x}$或 y=-$\frac{12}{x}$.



19.(3 分)已知正方形 ABCD 的边长为 2cm，以 CD 为边作等边三角形 CDE，则△ABE 的面积为_______cm^2.

解析：如图，∵△CDE 是等边三角形，

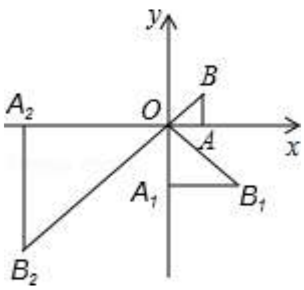


∴点 E 到 CD 的距离为 $2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$cm，∴点 E 到 AB 的距离=$2+\sqrt{3}$cm 或 $2-\sqrt{3}$cm，

∴△ABE 的面积=$\frac{1}{2}\times2\times(2+\sqrt{3})=2+\sqrt{3}$cm^2，或△ABE 的面积=$\frac{1}{2}\times2\times(2-\sqrt{3})=2-\sqrt{3}$cm^2.

故答案为：$(2+\sqrt{3})$或$(2-\sqrt{3})$.

20.(3 分)如图，在在平面直角坐标系 xOy 中，有一个等腰直角三角形 AOB，∠OAB=90°，直角边 AO 在 x 轴上，且 AO=1.将 Rt△AOB 绕原点 O 顺时针旋转 90°得到等腰直角三角形 A_1OB_1，且 $A_1O=2AO$，再将 Rt△A_1OB_1 绕原点 O 顺时针旋转 90°得到等腰三角形 A_2OB_2，且 $A_2O=2A_1O$…，依此规律，得到等腰直角三角形 $A_{2014}OB_{2014}$，则点 A_{2014} 的坐标为_______.



解析：∵将 Rt△AOB 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰直角三角形 A_1OB_1，且 $A_1O=2AO$，
再将 Rt△A_1OB_1 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰三角形 A_2OB_2，且 $A_2O=2A_1O$…，依此规律，
∴每 4 次循环一周，$A_1(0，-2)$，$A_2(-4，0)$，$A_3(0，8)$，$A_4(16，0)$，
∵2014÷4=503…2，∴点 A_{2014} 与 A_2 同在 x 轴负半轴，
∵$-4=-2^2$，$8=2^3$，$16=2^4$，∴点 $A_{2014}(-2^{2014}，0)$.
答案：$(-2^{2014}，0)$.

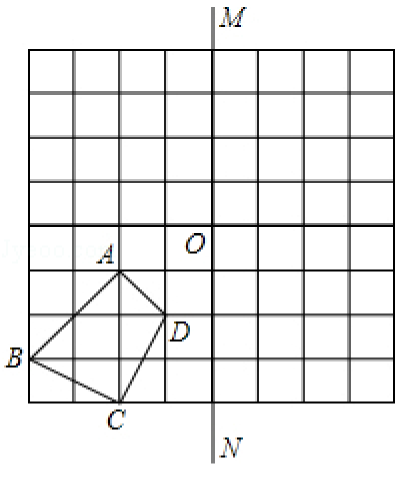
三、解答题(满分 60 分)

21.(5 分)先化简，再求值：$(\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x+2})\div\frac{4x}{x-2}$，其中 x=-1.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，再利用除法法则计算，约分得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值.

答案：原式$=\frac{x(x+2)-x(x-2)}{(x+2)(x-2)}\cdot\frac{x-2}{4x}=\frac{4x}{(x+2)(x-2)}\cdot\frac{x-2}{4x}=\frac{1}{x+2}$,
当 x=-1 时，原式=1.

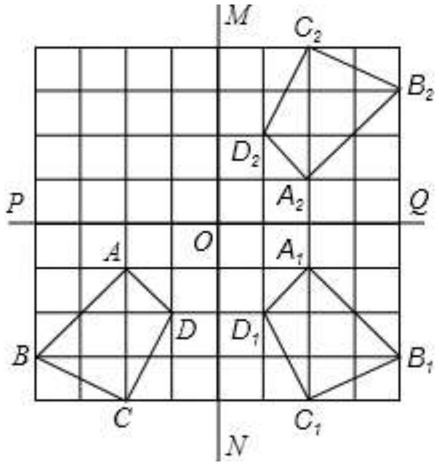
22.(6 分)如图，在四边形 ABCD 中，



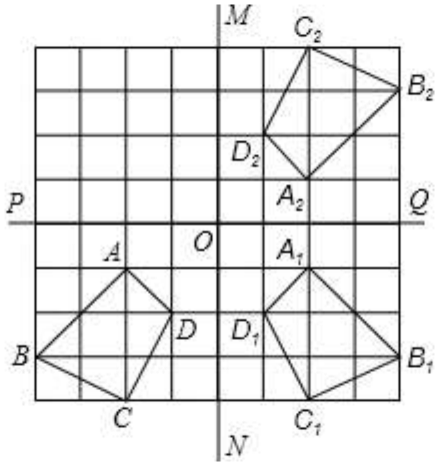
(1)画出四边形 $A_1B_1C_1D_1$，使四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 ABCD 关于直线 MN 成轴对称；
(2)画出四边形 $A_2B_2C_2D_2$，使四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 与四边形 ABCD 关于点 O 中心对称；
(3)四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是否对称，若对称请在图中画出对称轴或对称中心.
解析：(1)根据网格结构找出点 A、B、C、D 关于直线 MN 的对称点 A_1、B_1、C_1、D_1 的位置，然后顺次连接即可；
(2)根据网格结构找出点 A、B、C、D 关于点 O 的对称点 A_2、B_2、C_2、D_2 的位置，然后顺次连接即可；

(3)观察图形，根据轴对称的性质解答.

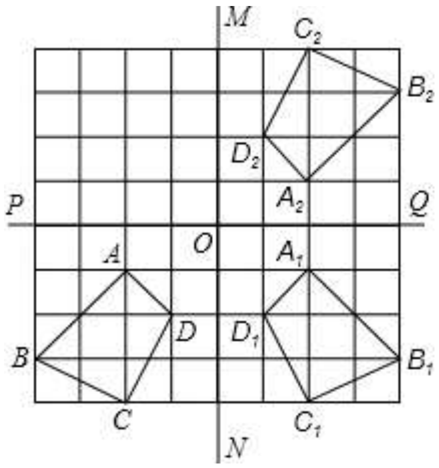
答案：(1)四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 如图所示；



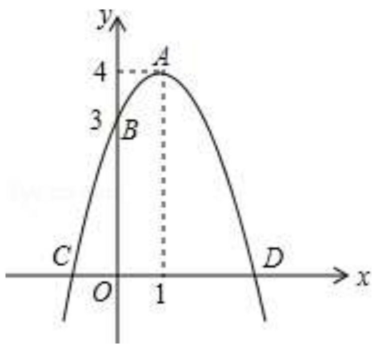
(2)四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 如图所示；



(3)如图所示，四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 关于直线 PQ 成轴对称.



23.(6 分)如图，已知抛物线的顶点为 A(1，4)，抛物线与 y 轴交于点 B(0，3)，与 x 轴交于 C、D 两点，点 P 是 x 轴上的一个动点.



(1)求此抛物线的解析式;

(2)当 PA+PB 的值最小时，求点 P 的坐标.

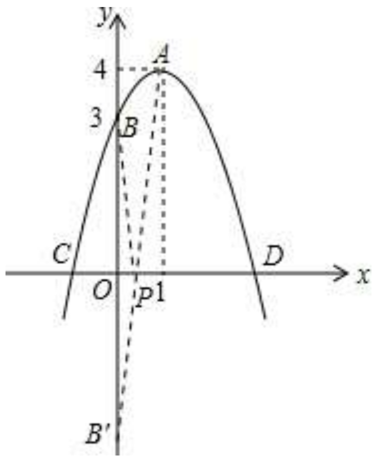
解析：(1)设抛物线顶点式解析式 $y=a(x-1)^2+4$，然后把点 B 的坐标代入求出 a 的值，即可得解;

(2)先求出点 B 关于 x 轴的对称点 B′ 的坐标，连接 AB′ 与 x 轴相交，根据轴对称确定最短路线问题，交点即为所求的点 P，然后利用待定系数法求一次函数解析式求出直线 AB′ 的解析式，再求出与 x 轴的交点即可.

答案：(1)∵抛物线的顶点为 A(1，4)，∴设抛物线的解析式 $y=a(x-1)^2+4$，

把点 B(0，3)代入得，a+4=3，解得 a=-1，∴抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+4$;

(2)点 B 关于 x 轴的对称点 B′ 的坐标为(0，-3)，



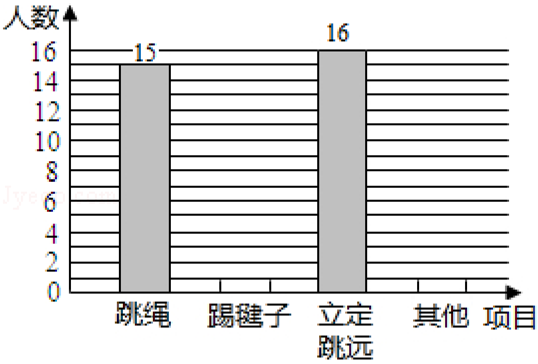
由轴对称确定最短路线问题，连接 AB′ 与 x 轴的交点即为点 P，

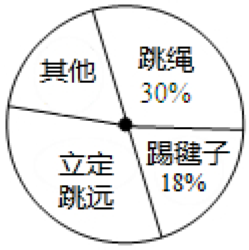
设直线 AB′ 的解析式为 y=kx+b(k≠0)，

则 $\begin{cases} k+b=4 \\ b=-3 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k=7 \\ b=-3 \end{cases}$，∴直线 AB′ 的解析式为 y=7x-3，

令 y=0，则 7x-3=0，解得 $x=\frac{3}{7}$，所以当 PA+PB 的值最小时的点 P 的坐标为($\frac{3}{7}$，0).

24.(7 分)在大课间活动中，同学们积极参加体育锻炼，小龙在全校随机抽取一部分同学就“我最喜爱的体育项目”进行了一次抽样调查，下面是他通过收集的数据绘制的两幅不完整的统计图，请你根据图中提供的信息，解答以下问题:





(1)小龙共抽取________名学生；

(2)补全条形统计图；

(3)在扇形统计图中，“立定跳远”部分对应的圆心角的度数是________度；

(4)若全校共 2130 名学生，请你估算“其他”部分的学生人数.

解析：(1)根据跳绳的人数是 15，占 30%，即可求得总人数；

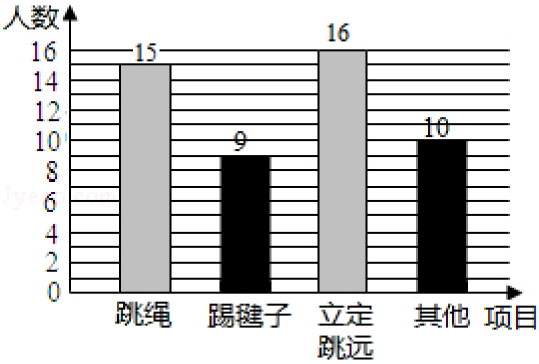
(2)根据百分比的意义求得踢毽子的人数，则其他项目的人数可求得，从而补全直方图；

(3)利用 360° 乘以对应的比例即可求得；

(4)利用总人数 2130 乘以对应的比例即可求解.

答案：(1)抽取的总人数是：15÷30%=50(人)；

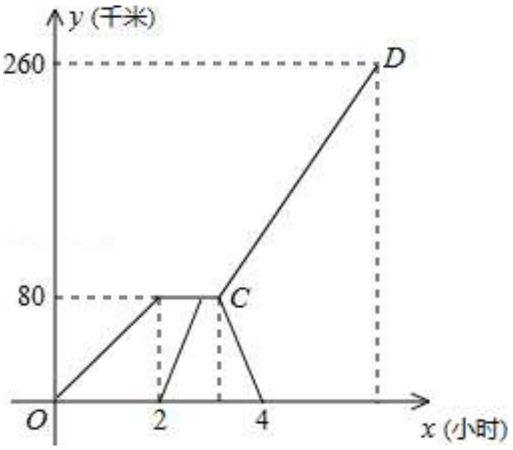
(2)踢毽子的人数是：50×18%=9(人)，则其他项目的人数是：50-15-16-9=10(人)，



(3)“立定跳远”部分对应的圆心角的度数是：$360^\circ\times\frac{16}{50}=115.2^\circ$；

(4)“其他”部分的学生人数是：$2130\times\frac{10}{50}=426$(人).

25.(8 分)已知，A、B 两市相距 260 千米，甲车从 A 市前往 B 市运送物资，行驶 2 小时在 M 地汽车出现故障，立即通知技术人员乘乙车从 A 市赶来维修(通知时间忽略不计)，乙车到达 M 地后又经过 20 分钟修好甲车后以原速原路返回，同时甲车以原速 1.5 倍的速度前往 B 市，如图是两车距 A 市的路程 y(千米)与甲车行驶时间 x(小时)之间的函数图象，结合图象回答下列问题：



(1)甲车提速后的速度是________千米/时，乙车的速度是_______千米/时，点C的坐标为_______；

(2)求乙车返回时y与x的函数关系式并写出自变量x的取值范围；

(3)求甲车到达B市时乙车已返回A市多长时间？

解析：(1)由甲车行驶2小时在M地且M地距A市80千米，由此求得甲车原来的速度80÷2=40千米/小时，进一步求得甲车提速后的速度是40×1.5=60千米/时；乙车从出发到返回共用4-2=2小时，行车时间为$2-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$小时，速度为$80\times2\div\frac{5}{3}=96$千米/时；点C的横坐标为$2+\frac{1}{3}+\frac{80}{96}=\frac{19}{6}$，纵坐标为80；

(2)设乙车返回时y与x的函数关系式y=kx+b，代入点C和(4，0)求得答案即可；

(3)求出甲车提速后到达B市所用的时间减去乙车返回A市所用的时间即可.

答案：(1)甲车提速后的速度：80÷2×1.5=60千米/时，

乙车的速度：$80\times2\div(2-\frac{1}{3})=96$千米/时；

点C的横坐标为$2+\frac{1}{3}+\frac{80}{96}=\frac{19}{6}$，纵坐标为80，坐标为$(\frac{19}{6}，80)$；

(2)设乙车返回时y与x的函数关系式y=kx+b，

代入$(\frac{19}{6}，80)$和(4，0)得$\begin{cases}4k+b=0\\ \frac{19}{6}k+b=80\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-96\\ b=384\end{cases}$，

所以y与x的函数关系式$y=-96x+384(\frac{19}{6}\leqslant x\leqslant4)$；

(3)$(260-80)\div60-80\div96=3-\frac{5}{6}=\frac{13}{6}$(小时).

答：甲车到达B市时乙车已返回A市$\frac{13}{6}$小时.

26.(8分)在等腰直角三角形ABC中，∠BAC=90°，AB=AC，直线MN过点A且MN∥BC，过点B为一锐角顶点作Rt△BDE，∠BDE=90°，且点D在直线MN上(不与点A重合)，如图1，DE与AC交于点P，易证：BD=DP.(无需写证明过程)

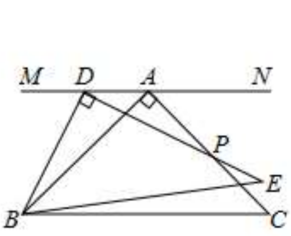


图1

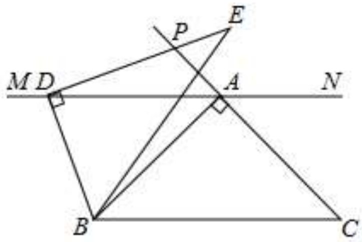


图2

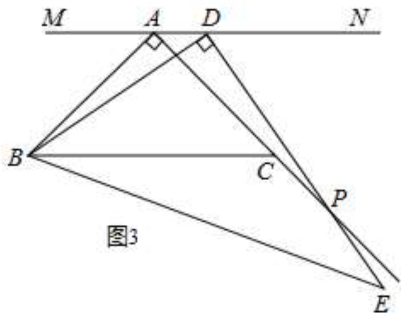


图3

(1)在图 2 中，DE 与 CA 延长线交于点 P，BD=DP 是否成立？如果成立，请给予证明；如果不成立，请说明理由；

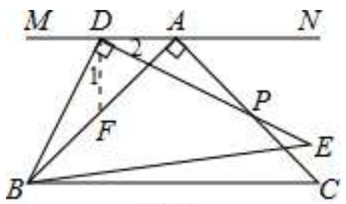
(2)在图 3 中，DE 与 AC 延长线交于点 P，BD 与 DP 是否相等？请直接写出你的结论，无需证明.

解析：(1)如答图 2，作辅助线，构造全等三角形△BDF≌△PDA，可以证明 BD=DP；

(2)如答图 3，作辅助线，构造全等三角形△BDF≌△PDA，可以证明 BD=DP.

答案：　题干引论：

证明：如答图 1，过点 D 作 DF⊥MN，交 AB 于点 F，则△ADF 为等腰直角三角形，∴DA=DF.



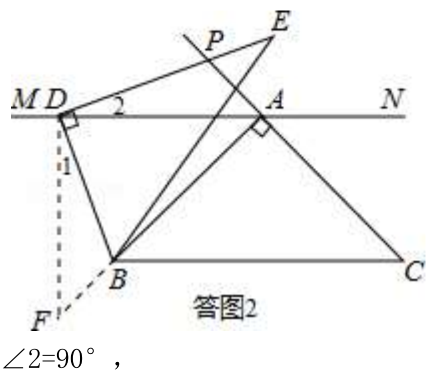
答图1

∵∠1+∠FDP=90°，∠FDP+∠2=90°，∴∠1=∠2.

在△BDF 与△PDA 中，$\begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ DF=DA \\ \angle DFB=\angle DAP=135^\circ \end{cases}$ ∴△BDF≌△PDA(ASA)∴BD=DP.

(1)答：BD=DP 成立.证明：如答图 2，过点 D 作 DF⊥MN，交 AB 的延长线于点 F，

则△ADF 为等腰直角三角形，∴DA=DF.



答图2

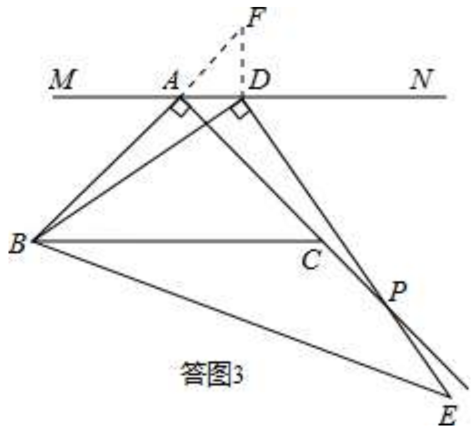
∵∠1+∠ADB=90°，∠ADB+∠2=90°，

∴∠1=∠2.

在△BDF 与△PDA 中，$\begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ DF=DA \\ \angle DFB=\angle DAP=45^\circ \end{cases}$ ∴△BDF≌△PDA(ASA)∴BD=DP.

(2)答：BD=DP.证明：如答图 3，过点 D 作 DF⊥MN，交 AB 的延长线于点 F，

则△ADF 为等腰直角三角形，∴DA=DF.



答图3

在△BDF 与△PDA 中，$\begin{cases}\angle F=\angle PAD=45^\circ\\ DF=DA\\ \angle BDF=\angle PDA\end{cases}$ ∴△BDF≌△PDA(ASA)，∴BD=DP.

27.(10 分)某工厂计划生产 A、B 两种产品共 60 件，需购买甲、乙两种材料，生产一件 A 产品需甲种材料 4 千克，乙种材料 1 千克；生产一件 B 产品需甲、乙两种材料各 3 千克，经测算，购买甲、乙两种材料各 1 千克共需资金 60 元；购买甲种材料 2 千克和乙种材料 3 千克共需资金 155 元.

(1)甲、乙两种材料每千克分别是多少元？

(2)现工厂用于购买甲、乙两种材料的资金不超过 9900 元，且生产 B 产品不少于 38 件，问符合生产条件的生产方案有哪几种？

(3)在(2)的条件下，若生产一件 A 产品需加工费 40 元，若生产一件 B 产品需加工费 50 元，应选择哪种生产方案，使生产这 60 件产品的成本最低？(成本=材料费+加工费)

解析：(1)设甲材料每千克 x 元，乙材料每千克 y 元，根据购买甲、乙两种材料各 1 千克共需资金 60 元；购买甲种材料 2 千克和乙种材料 3 千克共需资金 155 元，可列出方程组 $\begin{cases}x+y=60\\ 2x+3y=155\end{cases}$，解方程组即可得到甲材料每千克 25 元，乙材料每千克 35 元；

(2)设生产 A 产品 m 件，生产 B 产品(60-m)件，先表示出生产这 60 件产品的材料费为 25×4m+35×1m+25×3(60-m)+35×3(60-m)=-45m+10800，根据购买甲、乙两种材料的资金不超过 9900 元得到-45m+10800≤9900，根据生产 B 产品不少于 38 件得到 60-m≥38，然后解两个不等式求出其公共部分得到 20≤m≤22，而 m 为整数，则 m 的值为 20，21，22，易得符合条件的生产方案；

(3)设总生产成本为 W 元，加工费为：40m+50(60-m)，根据成本=材料费+加工费得到 W=-45m+10800+40m+50(60-m)=-55m+13800，根据一次函数的性质得到 W 随 m 的增大而减小，然后把 m=22 代入，即可得到最低成本的生产方案.

答案：(1)设甲材料每千克 x 元，乙材料每千克 y 元，则 $\begin{cases}x+y=60\\ 2x+3y=155\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=25\\ y=35\end{cases}$，

所以甲材料每千克 25 元，乙材料每千克 35 元；

(2)设生产 A 产品 m 件，生产 B 产品(60-m)件，则生产这 60 件产品的材料费为

25×4m+35×1m+25×3(60-m)+35×3(60-m)=-45m+10800，

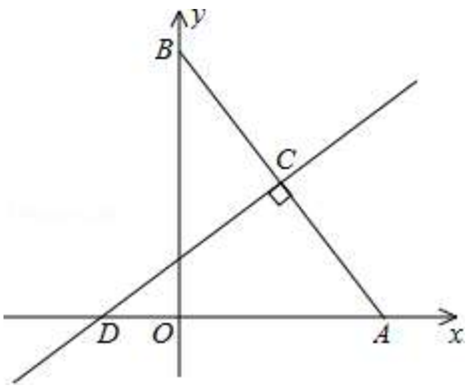
由题意：-45m+10800≤9900，解得 m≥20，

又∵60-m≥38，解得 m≤22，∴20≤m≤22，∴m 的值为 20，21，22，

共有三种方案：

①生产 A 产品 20 件，生产 B 产品 40 件；
②生产 A 产品 21 件，生产 B 产品 39 件；
③生产 A 产品 22 件，生产 B 产品 38 件；
(3)设生产 A 产品 m 件，总生产成本为 W 元，加工费为：40m+50(60-m)，
则 W=-45m+10800+40m+50(60-m)=-55m+13800，
∵-55＜0，∴W 随 m 的增大而减小，而 m=20，21，22，∴当 m=22 时，总成本最低.
答：选择生产 A 产品 22 件，生产 B 产品 38 件，总成本最低.

28.(10 分)如图，在平面直角坐标系中，已知 Rt△AOB 的两直角边 OA、OB 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上(OA＜OB)，且 OA、OB 的长分别是一元二次方程 $x^2-14x+48=0$ 的两个根.线段 AB 的垂直平分线 CD 交 AB 于点 C，交 x 轴于点 D，点 P 是直线 CD 上一个动点，点 Q 是直线 AB 上一个动点.



(1)求 A、B 两点的坐标；
(2)求直线 CD 的解析式；
(3)在坐标平面内是否存在点 M，使以点 C、P、Q、M 为顶点的四边形是正方形，且该正方形的边长为$\frac{1}{2}$AB 长？若存在，请直接写出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)利用因式分解法解方程 $x^2-14x+48=0$，求出 x 的值，即可得到 A、B 两点的坐标；
(2)先在 Rt△AOB 中利用勾股定理求出 AB=$\sqrt{OA^2+OB^2}$=10，根据线段垂直平分线的性质得到 AC=$\frac{1}{2}$AB=5.再由两角对应相等的两三角形相似证明△ACD∽△AOB，由相似三角形对应边成比例得出$\frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AO}$，求出 AD=$\frac{25}{3}$，得到 D 点坐标($-\frac{7}{3}$，0)，根据中点坐标公式得出 C(3，4)，然后利用待定系数法即可求出直线 CD 的解析式；
(3)分两种情况进行讨论：①当点 Q 与点 B 重合时，先求出 BM 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x+8$，设 M(x，$\frac{3}{4}x+8$)，再根据 BM=5 列出方程$(\frac{3}{4}x+8-8)^2+x^2=5^2$，解方程即可求出 M 的坐标；②当点 Q 与点 A 重合时，先求出 AM 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x-\frac{9}{2}$，设 M(x，$\frac{3}{4}x-\frac{9}{2}$)，再根据 AM=5 列出方程$(\frac{3}{4}x-\frac{9}{2})^2+(x-6)^2=5^2$，解方程即可求出 M 的坐标.

答案：(1)解方程 $x^2-14x+48=0$，得 $x_1=6$，$x_2=8$，

∵OA＜OB，∴A(6，0)，B(0，8)；

(2)在Rt△AOB中，∵∠AOB=90°，OA=6，OB=8，∴AB=$\sqrt{OA^2+OB^2}$=10，

∵线段AB的垂直平分线CD交AB于点C，∴AC=$\frac{1}{2}$AB=5.

在△ACD与△AOB中，$\begin{cases}\angle CAD=\angle OAB\\ \angle ACD=\angle AOB=90°\end{cases}$，∴△ACD∽△AOB，

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AC}{AO}$，即$\frac{AD}{10}=\frac{5}{6}$，解得AD=$\frac{25}{3}$，

∵A(6，0)，点D在x轴上，∴D($-\frac{7}{3}$，0).

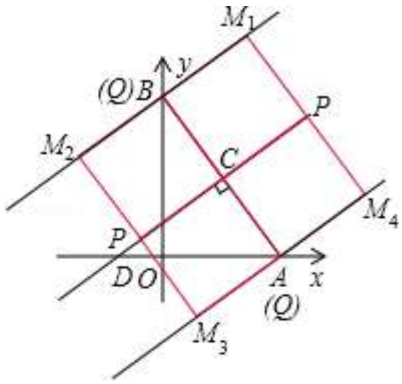
设直线CD的解析式为y=kx+b，由题意知C为AB中点，∴C(3，4)，

∵D($-\frac{7}{3}$，0)，∴$\begin{cases}3k+b=4\\ -\frac{7}{3}k+b=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=\frac{3}{4}\\ b=\frac{7}{4}\end{cases}$，∴直线CD的解析式为y=$\frac{3}{4}$x+$\frac{7}{4}$；

(3)在坐标平面内存在点M，使以点C、P、Q、M为顶点的四边形是正方形，且该正方形的边长为$\frac{1}{2}$AB长.

∵AC=BC=$\frac{1}{2}$AB=5，

∴以点C、P、Q、M为顶点的正方形的边长为5，且点Q与点B或点A重合.分两种情况：



①当点Q与点B重合时，易求BM的解析式为y=$\frac{3}{4}$x+8，设M(x，$\frac{3}{4}$x+8)，

∵B(0，8)，BM=5，∴$(\frac{3}{4}x+8-8)^2+x^2=5^2$，化简整理，得$x^2=16$，解得x=±4，

∴M_1(4，11)，M_2(-4，5)；

②当点Q与点A重合时，易求AM的解析式为y=$\frac{3}{4}$x$-\frac{9}{2}$，设M(x，$\frac{3}{4}$x$-\frac{9}{2}$)，

∵A(6，0)，AM=5，∴$(\frac{3}{4}x-\frac{9}{2})^2+(x-6)^2=5^2$，化简整理，得$x^2-12x+20=0$，解得$x_1=2$，$x_2=10$，

∴M_3(2，-3)，M_4(10，3)；

综上所述，所求点M的坐标为M_1(4，11)，M_2(-4，5)，M_3(2，-3)，M_4(10，3).