2015年甘肃省甘南州中考真题数学

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分）每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 2的相反数是（　　）

A. 2

B. －2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

解析：2的相反数为：－2.

答案：B.

2. 下列运算中，结果正确的是（　　）

A. $x^3 \cdot x^3=x^6$

B. $3x^2+2x^2=5x^4$

C. $(x^2)^3=x^5$

D. $(x+y)^2=x^2+y^2$

解析：A、$x^3 \cdot x^3=x6$，本选项正确；

B、$3x^2+2x^2=5x^2$，本选项错误；

C、$(x^2)^3=x^6$，本选项错误；

D、$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$，本选项错误，

答案：A

3. 在“百度”搜索引擎中输入“姚明”，能搜索到与之相关的网页约27000000个，将这个数用科学记数法表示为（　　）

A. 2.7×10^5

B. 2.7×10^6

C. 2.7×10^7

D. 2.7×10^8

解析：　科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数.将27 000 000用科学记数法表示为2.7×10^7.

答案:C.

4. 下列交通标志中，是中心对称图形的是（　　）

A. 

B. 

C.

D.

解析：∵A.此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

B：∵此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

C.∵此图形旋转 180° 后不能与原图形重合，∴此图形不是中心对称图形，故此选项错误；

D.此图形旋转 180° 后能与原图形重合，此图形是中心对称图形，故此选项正确；

答案:D.

5.⊙O 过点 B，C，圆心 O 在等腰直角△ABC 内部，∠BAC=90°，OA=1，BC=6，则⊙O 的半径为（　　）

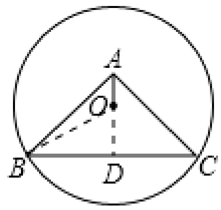
A.$\sqrt{10}$

B.$2\sqrt{3}$

C.$\sqrt{13}$

D.$3\sqrt{2}$

解析：过 A 作 AD⊥BC，由题意可知 AD 必过点 O，连接 OB；



∵△BAC 是等腰直角三角形，AD⊥BC，

∴BD=CD=AD=3；

∴OD=AD－OA=2；

Rt△OBD 中，根据勾股定理，得：

OB=$\sqrt{BD^2+OD^2}$=$\sqrt{13}$.

答案:C.

6.有一组数据：3，4，5，6，6，则这组数据的平均数、众数、中位数分别是（　　）

A.4.8，6，6

B.5，5，5

C.4.8，6，5

D.5，6，6

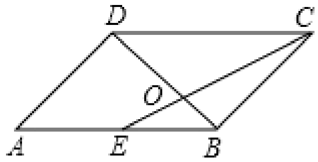
解析：在这一组数据中 6 是出现次数最多的，故众数是 6；

而将这组数据从小到大的顺序排列 3，4，5，6，6，处于中间位置的数是 5，

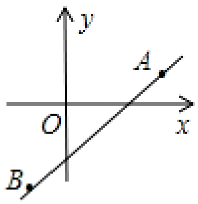
平均数是：（3+4+5+6+6）÷5=4.8，

答案：C.

7.如图，在平行四边形ABCD中，E是AB的中点，CE和BD交于点O，设△OCD的面积为m，△OEB的面积为$\sqrt{5}$，则下列结论中正确的是（　　）



A.m=5
B.m=$4\sqrt{5}$
C.m=$3\sqrt{5}$
D.m=10
解析：∵AB∥CD，
∴△OCD∽△OEB，
又∵E是AB的中点，
∴2EB=AB=CD，
∴$\frac{S_{\triangle OEB}}{S_{\triangle OCD}}=\left(\frac{BE}{CD}\right)^2$，即$\frac{\sqrt{5}}{m}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$，
解得m=$4\sqrt{5}$.
答案:B.
8.若函数$y=\begin{cases}x^2+2（x\leqslant 2）\\2x（x>2）\end{cases}$，则当函数值y=8时，自变量x的值是（　　）
A.$\pm\sqrt{6}$
B.4
C.$\pm\sqrt{6}$或4
D.4或$-\sqrt{6}$
解析：把y=8代入函数$y=\begin{cases}x^2+2（x\leqslant 2）\\2x（x>2）\end{cases}$，
先代入上边的方程得x=$\pm\sqrt{6}$，
∵x≤2，x=$\sqrt{6}$不合题意舍去，故x=$-\sqrt{6}$;
再代入下边的方程x=4，
∵x＞2，故x=4，
综上，x的值为4或$-\sqrt{6}$.
答案：D.
9.如图，直线y=kx+b经过A（2，1），B（－1，－2）两点，则不等式$\frac{1}{2}x>kx+b>-2$的解集为（　　）



A.x＜2

B. x＞－1

C. x＜1 或 x＞2

D. －1＜x＜2

解析：把 A（2，1），B（－1，－2）两点的坐标代入 y=kx+b，

得：$\begin{cases}2k+b=1\\-k+b=-2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\b=-1\end{cases}$.

解不等式组：$\frac{1}{2}x>x-1>-2$，

得：－1＜x＜2.

答案:D.

10. 在盒子里放有三张分别写有整式 a+1，a+2，2 的卡片，从中随机抽取两张卡片，把两张卡片上的整式分别作为分子和分母，则能组成分式的概率是（　　）

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{3}{4}$

解析：分母含有字母的式子是分式，整式 a+1，a+2，2 中，抽到 a+1，a+2 做分母时组成的都是分式，共有 3×2=6 种情况，其中 a+1，a+2 为分母的情况有 4 种，所以能组成分式的概率$=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

答案:B.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

11. 分解因式：$ax^2-ay^2=$____.

解析：ax^2-ay^2，

$=a(x^2-y^2)$，

$=a(x+y)(x-y)$.

答案：$a(x+y)(x-y)$.

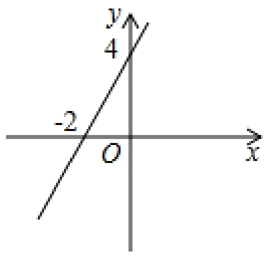
12. 将点 A（2，1）向上平移 3 个单位长度得到点 B 的坐标是____.

解析：原来点的横坐标是 2，纵坐标是 1，向上平移 3 个单位长度得到新点的横坐标不变，纵坐标为 1+3=4.

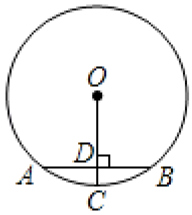
即该坐标为（2，4）.

答案：（2，4）.

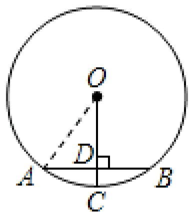
13. 如图是一次函数的 y=kx+b 图象，则关于 x 的不等式 kx+b＞0 的解集为____.



解析：由图可知：当 x＞－2 时，y＞0，即 kx+b＞0；
因此 kx+b＞0 的解集为：x＞－2.
答案：x＞－2
14.如图，AB 为⊙O 的弦，⊙O 的半径为 5，OC⊥AB 于点 D，交⊙O 于点 C，且 CD=1，则弦 AB 的长是____.



解析：连接 AO，

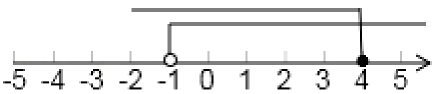


∵半径是 5，CD=1，
∴OD=5－1=4，
根据勾股定理，
$AD=\sqrt{AO^2-OD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，
∴AB=3×2=6，
因此弦 AB 的长是 6.
三、解答题（本大题共 6 小题，共 44 分）
15.计算：$|\sqrt{3}-1|+2012^0-(-\frac{1}{3})^{-1}-3\tan 30°$.
解析：　根据绝对值的概念、零指数幂、负整数指数幂的法则，以及特殊三角函数值计算即可.
答案：原式$=\sqrt{3}-1+1-(-3)-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}+3-\sqrt{3}=3$.
16.解不等式组：$\begin{cases}4x+6>1-x\\3(x-1)\leqslant x+5\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.

解析：将不等式组的两不等式分别记作①和②，由不等式①移项，将 x 的系数化为 1，求出 x 的范围，由不等式②左边去括号后，移项并将 x 的系数化为 1 求出解集，找出两解集的公共部分，确定出原不等式组的解集，并将此解集表示在数轴上即可.

答案：$\begin{cases} 4x+6>1-x① \\ 3(x-1)\leqslant x+5② \end{cases}$，

由不等式①移项得：4x+x＞1－6，
整理得：5x＞－5，
解得：x＞－1，
由不等式②去括号得：3x－3≤x+5，
移项得：3x－x≤5+3，
合并得：2x≤8，
解得：x≤4，
则不等式组的解集为－1＜x≤4.
在数轴上表示不等式组的解集如图所示，



17.已知 x－3y=0，求 $\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2}\cdot(x-y)$ 的值.

解析：　首先将分式的分母分解因式，然后再约分、化简，最后将 x、y 的关系式代入化简后的式子中进行计算即可.

答案：$\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2}\cdot(x-y)$

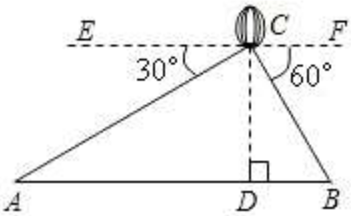
$=\frac{2x+y}{(x-y)^2}\cdot(x-y)$

$=\frac{2x+y}{x-y}$；

当 x－3y=0 时，x=3y；

原式= $\frac{6y+y}{3y-y}=\frac{7y}{2y}=\frac{7}{2}$.

18.如图，从热气球 C 上测得两建筑物 A、B 底部的俯角分别为 30° 和 60 度.如果这时气球的高度 CD 为 90 米.且点 A、D、B 在同一直线上，求建筑物 A、B 间的距离.



解析：　在图中两个直角三角形中，都是知道已知角和对边，根据正切函数求出邻边后，相加求和即可.

答案：由已知，得∠ECA=30°，∠FCB=60°，CD=90，

EF∥AB，CD⊥AB 于点 D.

∴∠A=∠ECA=30°，∠B=∠FCB=60°.

在 Rt△ACD 中，∠CDA=90°，$\tan A=\frac{CD}{AD}$,

$\therefore AD=\frac{CD}{\tan A}=\frac{90}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=90\times\frac{3}{\sqrt{3}}=90\sqrt{3}$.

在 Rt△BCD 中，∠CDB=90°，$\tan B=\frac{CD}{BD}$,

$\therefore DB=\frac{CD}{\tan B}=\frac{90}{\sqrt{3}}=30\sqrt{3}$.

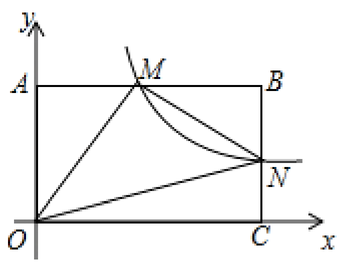
∴AB=AD+BD=$90\sqrt{3}+30\sqrt{3}=120\sqrt{3}$.

答：建筑物 A、B 间的距离为 $120\sqrt{3}$ 米.

19.如图，在直角坐标系中，矩形 OABC 的顶点 O 与坐标原点重合，A，C 分别在坐标轴上，点 B 的坐标为（4，2），直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 交 AB，BC 于点 M，N，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象经过点 M，N.

（1）求反比例函数的答案式；

（2）若点 P 在 x 轴上，且△OPM 的面积与四边形 BMON 的面积相等，求点 P 的坐标.



解析：　（1）求出 OA=BC=2，将 y=2 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 求出 x=2，得出 M 的坐标，把 M 的坐标代入反比例函数的答案式即可求出答案；

（2）求出四边形 BMON 的面积，求出 OP 的值，即可求出 P 的坐标.

答案：(1) ∵B（4，2），四边形 OABC 是矩形，

∴OA=BC=2，

将 y=2 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 得：x=2，

∴M（2，2），

把 M 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$得：k=4，

∴反比例函数的答案式是 $y=\frac{4}{x}$;

（2）把 x=4 代入 $y=\frac{4}{x}$得：y=1，即 CN=1，

∵$S_{四边形BMON}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOM}-S_{\triangle CON}$

$=4\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 2-\frac{1}{2}\times 4\times 1=4$，

由题意得：$\frac{1}{2}|OP|\times AO=4$，

∵AO=2，

∴|OP|=4，

∴点 P 的坐标是（4，0）或（﹣4，0）.

20.如图 1，在△ABC 和△EDC 中，AC=CE=CB=CD；∠ACB=∠DCE=90°，AB 与 CE 交于 F，ED 与 AB，BC，分别交于 M，H.

（1）求证：CF=CH；

（2）如图 2，△ABC 不动，将△EDC 绕点 C 旋转到∠BCE=45°时，试判断四边形 ACDM 是什么四边形？并证明你的结论.

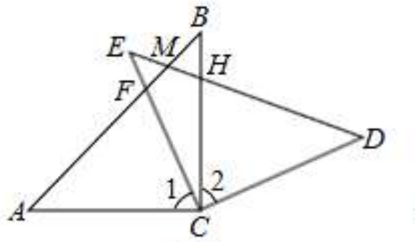


图1

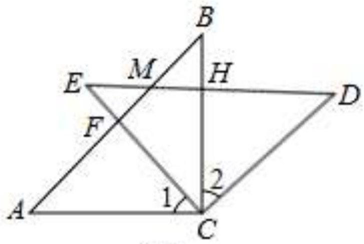


图2

解析：（1）要证明 CF=CH，可先证明△BCF≌△ECH，由∠ABC=∠DCE=90°，AC=CE=CB=CD，可得∠B=∠E=45°，得出 CF=CH；

（2）根据△EDC 绕点 C 旋转到∠BCE=45°，推出四边形 ACDM 是平行四边形，由 AC=CD 判断出四边形 ACDM 是菱形.

解答：（1）证明：∵AC=CE=CB=CD，∠ACB=∠ECD=90°，

∴∠A=∠B=∠D=∠E=45°.

在△BCF 和△ECH 中，$\begin{cases}\angle B=\angle E\\ BC=EC\\ \angle BCE=\angle ECH\end{cases}$，

∴△BCF≌△ECH（ASA），

∴CF=CH（全等三角形的对应边相等）；

（2）解：四边形 ACDM 是菱形.

证明：∵∠ACB=∠DCE=90°，∠BCE=45°，

∴∠1=∠2=45°.

∵∠E=45°，

∴∠1=∠E，

∴AC∥DE，

∴∠AMH=180°﹣∠A=135°=∠ACD，

又∵∠A=∠D=45°，

∴四边形 ACDM 是平行四边形（两组对角相等的四边形是平行四边形），

∵AC=CD，

∴四边形 ACDM 是菱形.

四、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

21.已知若分式$\frac{x^2-2x-3}{x+1}$的值为0，则x的值为____.

解析：∵分式$\frac{x^2-2x-3}{x+1}$的值为0，

∴$\begin{cases}x^2-2x-3=0\\x+1\neq 0\end{cases}$

解得x=3，

即x的值为3.

答案：3.

22.在第一象限内，点P（2，3），M（a，2）是双曲线$y=\frac{k}{x}$（k≠0）上的两点，PA⊥x轴于点A，MB⊥x轴于点B，PA与OM交于点C，则△OAC的面积为____.

解析：∵点P（2，3）在双曲线$y=\frac{k}{x}$（k≠0）上，

∴k=2×3=6，

∴$y=\frac{6}{x}$，

当y=2时，x=3，即M（3，2）.

∴直线OM的答案式为$y=\frac{2}{3}x$，

当x=2时，$y=\frac{4}{3}$，即C（2，$\frac{4}{3}$）.

∴△OAC的面积=$\frac{1}{2}\times 2\times \frac{4}{3}=\frac{4}{3}$.

答案：$\frac{4}{3}$.

23.已知$a^2-a-1=0$，则$a^3-a^2-a+2015=$____.

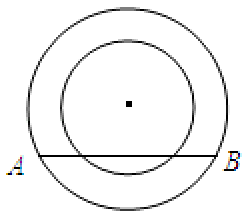
解析：∵$a^2-a-1=0$，

∴$a^2-a=1$，

∴$a^3-a^2-a+2015=a(a^2-a)-a+2015=a-a+2015=2015$，

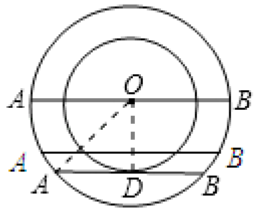
答案：2015.

24.如图，两个同心圆，大圆半径为5cm，小圆的半径为3cm，若大圆的弦AB与小圆相交，则弦AB的取值范围是____.



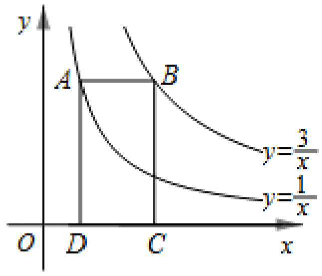
解析： 如图，当AB与小圆相切时有一个公共点D，

连接OA，OD，可得OD⊥AB，

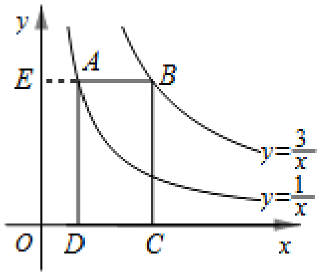


∴D 为 AB 的中点，即 AD=BD，
在 Rt△ADO 中，OD=3，OA=5，
∴AD=4，
∴AB=2AD=8；
当 AB 经过同心圆的圆心时，弦 AB 最大且与小圆相交有两个公共点，
此时 AB=10，
所以 AB 的取值范围是 8＜AB≤10.
答案：8＜AB≤10

25.如图，点 A 在双曲线 $y=\frac{1}{x}$上，点 B 在双曲线 $y=\frac{3}{x}$上，且 AB∥x 轴，C、D 在 x 轴上，若四边形 ABCD 为矩形，则它的面积为____.



解析：过 A 点作 AE⊥y 轴，垂足为 E，



∵点 A 在双曲线 $y=\frac{1}{x}$上，
∴四边形 AEOD 的面积为 1，
∵点 B 在双曲线 $y=\frac{3}{x}$上，且 AB∥x 轴，
∴四边形 BEOC 的面积为 3，
∴四边形 ABCD 为矩形，则它的面积为 3－1=2.
答案：2.

五、解答题（本大题共 3 小题，共 30 分）

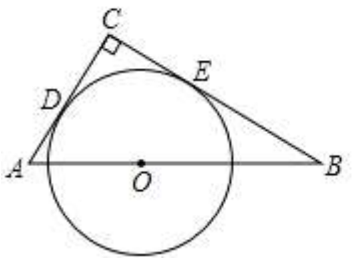
26.某酒厂每天生产 A，B 两种品牌的白酒共 600 瓶，A，B 两种品牌的白酒每瓶的成本和利润如下表：
设每天生产 A 种品牌白酒 x 瓶，每天获利 y 元.

（1）请写出 y 关于 x 的函数关系式；
（2）如果该酒厂每天至少投入成本 26400 元，那么每天至少获利多少元？

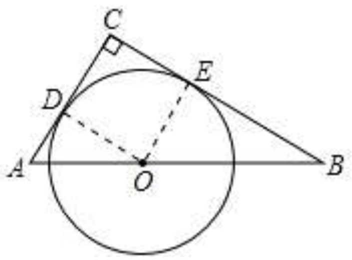
	A	B
成本（元/瓶）	50	35
利润（元/瓶）	20	15

解析：（1）A 种品牌白酒 x 瓶，则 B 种品牌白酒（600 - x）瓶；利润=A 种品牌白酒瓶数×A 种品牌白酒一瓶的利润+B 种品牌白酒瓶数×B 种品牌白酒一瓶的利润，列出函数关系式；
（2）A 种品牌白酒 x 瓶，则 B 种品牌白酒（600 - x）瓶；成本=A 种品牌白酒瓶数×A 种品牌白酒一瓶的成本+B 种品牌白酒瓶数×B 种品牌白酒一瓶的成本，列出方程，求 x 的值，再代入（1）求利润.
答案：（1）A 种品牌白酒 x 瓶，则 B 种品牌白酒（600 - x）瓶，依题意，得
y=20x+15（600 - x）=5x+9000；

（2）A 种品牌白酒 x 瓶，则 B 种品牌白酒（600 - x）瓶，依题意，得
50x+35（600 - x）=26400，解得 x=360，
∴每天至少获利 y=5x+9000=10800.
27.如图，在△ABC 中，∠C=90°，AC+BC=8，点 O 是斜边 AB 上一点，以 O 为圆心的⊙O 分别与 AC，BC 相切于点 D，E.
（1）当 AC=2 时，求⊙O 的半径；
（2）设 AC=x，⊙O 的半径为 y，求 y 与 x 的函数关系式.



解析：（1）连接 OD，OE，由△ABC 是直角三角形，以 O 为圆心的⊙O 分别与 AC，BC 相切于点 D，E，可知 OD∥BC，在△ADO 中，解得半径.
（2）由题意可知，OD∥BC，∠AOD=∠B，则两角正切值相等，进而列出关系式.
答案：（1）连接 OE，OD，



在△ABC 中，∠C=90°，AC+BC=8，
∵AC=2，
∴BC=6；
∵以 O 为圆心的⊙O 分别与 AC，BC 相切于点 D，E，
∴四边形 OECD 是正方形，

$\tan\angle B=\tan\angle AOD=\frac{AD}{OD}=\frac{2-OD}{OD}=\frac{1}{3}$，解得 $OD=\frac{3}{2}$，

∴圆的半径为$\frac{3}{2}$；

（2）∵$AC=x$，$BC=8-x$，

在直角三角形 ABC 中，$\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{x}{8-x}$，

∵以 O 为圆心的⊙O 分别与 AC，BC 相切于点 D，E，

∴四边形 OECD 是正方形.

$\tan\angle AOD=\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{OD}=\frac{x-y}{y}$，

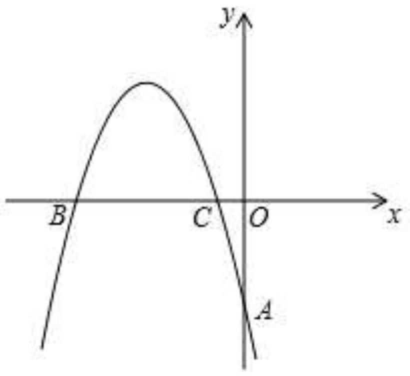
解得 $y=-\frac{1}{8}x^2+x$.

28.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-\frac{2}{3}x^2+bx+c$，经过 A（0，－4），B（x_1，0），C（x_2，0）三点，且$|x_2-x_1|=5$.

（1）求 b，c 的值；

（2）在抛物线上求一点 D，使得四边形 BDCE 是以 BC 为对角线的菱形；

（3）在抛物线上是否存在一点 P，使得四边形 BPOH 是以 OB 为对角线的菱形？若存在，求出点 P 的坐标，并判断这个菱形是否为正方形？若不存在，请说明理由.



解析：（1）把 A（0，－4）代入可求 c，运用两根关系及$|x_2-x_1|=5$，对式子合理变形，求 b；

（2）因为菱形的对角线互相垂直平分，故菱形的另外一条对角线必在抛物线的对称轴上，满足条件的 D 点，就是抛物线的顶点；

（3）由四边形 BPOH 是以 OB 为对角线的菱形，可得 PH 垂直平分 OB，求出 OB 的中点坐标，代入抛物线答案式即可，再根据所求点的坐标与线段 OB 的长度关系，判断是否为正方形即可.

答案：（1）∵抛物线 $y=-\frac{2}{3}x^2+bx+c$，经过点 A（0，－4），

∴$c=-4$

又∵由题意可知，x_1、x_2是方程$-\frac{2}{3}x^2+bx-4=0$的两个根，

∴$x_1+x_2=\frac{3}{2}b$，$x_1x_2=6$

由已知得（x_2-x_1）^{2}=25

又∵（x_2-x_1）^{2}=（x_2+x_1）$^2-4x_1x_2=\frac{9}{4}b^2-24$

∴$\frac{9}{4}b^2-24=25$

解得 $b=\pm\frac{14}{3}$，当 $b=\frac{14}{3}$时，抛物线与 x 轴的交点在 x 轴的正半轴上，不合题意，舍去.

∴$b=-\frac{14}{3}$.

（2）∵四边形 BDCE 是以 BC 为对角线的菱形，根据菱形的性质，点 D 必在抛物线的对称轴上，

又∵$y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{14}{3}x-4=-\frac{2}{3}(x+\frac{7}{2})^2+\frac{25}{6}$,

∴抛物线的顶点（$-\frac{7}{2}$，$\frac{25}{6}$）即为所求的点 D.

（3）∵四边形 BPOH 是以 OB 为对角线的菱形，点 B 的坐标为（﹣6，0），根据菱形的性质，点 P 必是直线 $x=-3$ 与

抛物线 $y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{14}{3}x-4$ 的交点，

∴当 $x=-3$ 时，$y=-\frac{2}{3}\times(-3)^2-\frac{14}{3}\times(-3)-4=4$，

∴在抛物线上存在一点 P（﹣3，4），使得四边形 BPOH 为菱形.

四边形 BPOH 不能成为正方形，因为如果四边形 BPOH 为正方形，点 P 的坐标只能是（﹣3，3），但这一点不在抛物线上.