

2018年云南省曲靖市沾益县大坡乡中考一模试卷数学

一、选择题(共8个小题,每小题只有一个正确选项,每题4分,满分32分)

1. -1.5的倒数是()

- A. -1.5
- B. 1.5
- C. $-\frac{2}{3}$
- D. $\frac{2}{3}$

解析: $\because (-1.5) \times (-\frac{2}{3}) = 1$, $\therefore -1.5$ 的倒数是 $-\frac{2}{3}$.

答案: C

2. 下列运算正确的是()

- A. $2x+3y=5xy$
- B. $5x^2 \cdot x^3=5x^5$
- C. $4x^8 \div 2x^2=2x^4$
- D. $(-x^3)^2=x^5$

解析: A、不是同类项,不能合并,选项错误;

B、正确;

C、 $4x^8 \div 2x^2=2x^6$,选项错误;

D、 $(-x^3)^2=x^6$,选项错误.

答案: B

3. 某校九年级体育模拟测试中,六名男生引体向上的成绩如下(单位:个): 10、6、9、11、8、10,下列关于这组数据描述正确的是()

- A. 极差是6
- B. 众数是10
- C. 平均数是9.5
- D. 方差是16

解析: (A)极差为 $11-6=5$,故(A)错误;

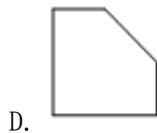
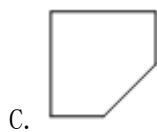
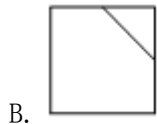
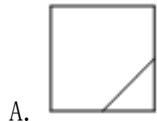
(B)根据出现次数最多的数据是10可得,众数是10,故(B)正确;

(C)平均数为 $(10+6+9+11+8+10) \div 6=9$,故(C)错误;

(D)方差为 $\frac{1}{6} [(10-9)^2+(6-9)^2+(9-9)^2+(11-9)^2+(8-9)^2+(10-9)^2]=\frac{8}{3}$,故(D)错误.

答案: B

4. 如图是一个正方体被截去一角后得到的几何体,它的俯视图是()



解析：从上面看，是正方形右边有一条斜线.

答案：A

5. 已知等腰三角形的其中二边长分别为 4, 9, 则这个等腰三角形的周长为()

A. 17

B. 22

C. 17 或 22

D. 无法确定

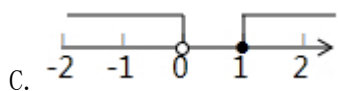
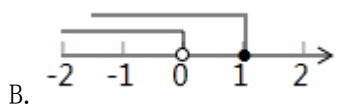
解析：①若 4 是底边，则三角形的三边分别为 4、9、9，能组成三角形，周长=4+9+9=22；

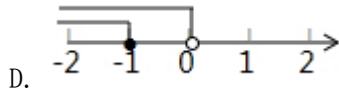
②若 4 是腰长，则三角形的三边分别为 4、4、9， $\because 4+4=8 < 9$ ， \therefore 不能组成三角形，

综上所述，这个等腰三角形的周长为 22.

答案：B

6. 不等式组 $\begin{cases} 2x < 0, \\ 2+x \geq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为()





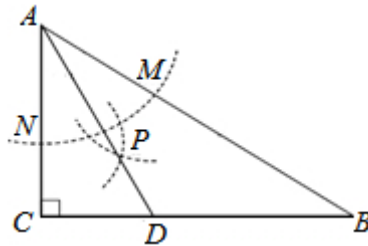
解析: $\begin{cases} 2x < 0 \text{①}, \\ 2 + x \geq 1 \text{②}, \end{cases}$ \therefore 解不等式①得: $x < 0$, 解不等式②得: $x \geq -1$, \therefore 不等式组的解集为:

$-1 \leq x < 0$, 在数轴上表示不等式组的解集如图.



答案: A

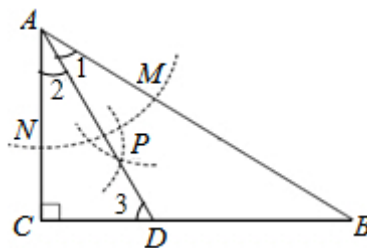
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 以 A 为圆心, 任意长为半径画弧分别交 AB、AC 于点 M 和 N, 再分别以 M、N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P, 连结 AP 并延长交 BC 于点 D, 则下列说法中正确的个数是()



①AD 是 $\angle BAC$ 的平分线; ② $\angle ADC = 60^\circ$; ③点 D 在 AB 的中垂线上; ④ $S_{\triangle DAC} : S_{\triangle ABC} = 1 : 3$.

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

解析: ①根据作图的过程可知, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 故①正确;



②如图, \therefore 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle CAB = 60^\circ$.

又 \because AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle CAB = 30^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 2 = 60^\circ$, 即 $\angle ADC = 60^\circ$. 故②正确;

③ $\because \angle 1 = \angle B = 30^\circ$, $\therefore AD = BD$, \therefore 点 D 在 AB 的中垂线上. 故③正确;

④ \because 如图, 在直角 $\triangle ACD$ 中, $\angle 2 = 30^\circ$, $\therefore CD = \frac{1}{2} AD$,

$$\therefore BC=CD+BD=\frac{1}{2}AD+AD=\frac{3}{2}AD, S_{\triangle DAC}=\frac{1}{2}AC \cdot CD=\frac{1}{4}AC \cdot AD.$$

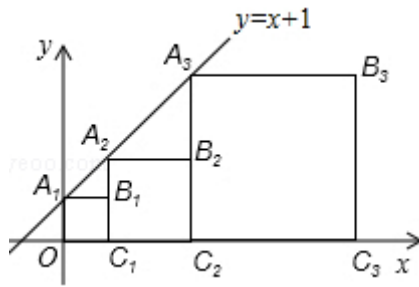
$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC \cdot BC=\frac{1}{2}AC \cdot \frac{3}{2}AD=\frac{3}{4}AC \cdot AD,$$

$$\therefore S_{\triangle DAC}: S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}AC \cdot AD:\frac{3}{4}AC \cdot AD=1:3. \text{故④正确.}$$

综上所述, 正确的结论是: ①②③④, 共有 4 个.

答案: D

8. 正方形 $A_1B_1C_1O$, $A_2B_2C_2C_1$, $A_3B_3C_3C_2$, \dots 按如图的方式放置. 点 A_1, A_2, A_3, \dots 和点 C_1, C_2, C_3, \dots 分别在直线 $y=x+1$ 和 x 轴上, 则点 A_6 的坐标是 ()



A. (63, 64)

B. (63, 32)

C. (32, 33)

D. (31, 32)

解析: \because 直线 $y=x+1$, 当 $x=0$ 时, $y=1$, 当 $y=0$ 时, $x=-1$,

$\therefore OA_1=1, OD=1, \therefore \angle ODA_1=45^\circ, \therefore \angle A_2A_1B_1=45^\circ, \therefore A_2B_1=A_1B_1=1,$

$\therefore A_2$ 为顶点的正方形边长 $A_2C_1=2=2^1,$

同理得: A_3 为顶点的正方形边长 $A_3C_2=4=2^2, \dots,$

\therefore 顶点为 A_6 的正方形的边长 $=2^5=32, \therefore$ 点 A_6 的纵坐标为 32,

当 $y=32$ 时, $32=x+1$, 解得 $x=31$, 即点 A_6 的横坐标为 31, $\therefore A_6$ 的坐标是 (32, 31).

答案: D

二、填空题(共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. 2017 年 7 月 27 日上映的国产电影《战狼 2》, 风靡全国. 剧中“犯我中华者, 虽远必诛”鼓舞人心, 彰显了祖国的强大实力与影响力, 累计票房 56.8 亿元. 将 56.8 亿元用科学记数法表示为_____元.

解析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

将 56.8 亿元用科学记数法表示为 5.68×10^9 元.

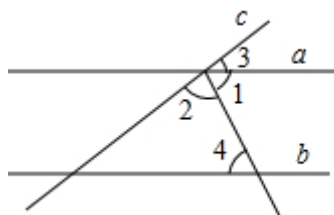
答案: 5.68×10^9

10. 函数 $y=\sqrt{1-x}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

解析：由题意得， $1-x \geq 0$ ，解得 $x \leq 1$ 。

答案： $x \leq 1$

11. 如图，直线 a ， b 被直线 c 所截， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，若 $\angle 3 = 40^\circ$ ，则 $\angle 4$ 等于_____。



解析： $\because \angle 3 = 40^\circ$ ， $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 140^\circ$ ，

$\because \angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore \angle 1 = 70^\circ$ ，

$\because a \parallel b$ ， $\therefore \angle 4 = \angle 1 = 70^\circ$ 。

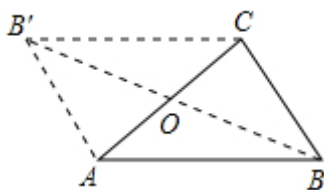
答案： 70°

12. 分式方程 $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0$ 的解是_____。

解析：去分母得： $x-1+x+1=0$ ，解得： $x=0$ ，经检验 $x=0$ 是分式方程的解。

答案： $x=0$

13. 在等腰三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 2\text{cm}$ 。如果以 AC 的中点 O 为旋转中心，将这个三角形旋转 180° ，点 B 落在点 B' 处，那么点 B' 与点 B 的原来位置相距_____cm。



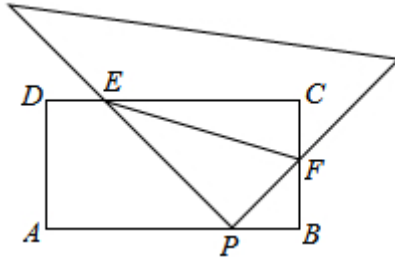
解析：如图， $\because \angle C = 90^\circ$ ， $BC = 2\text{cm}$ ， O 为 AC 的中点， $\therefore OB = \sqrt{5}$ ，

\because 根据旋转的性质可知，点 B 与 B' 重合，

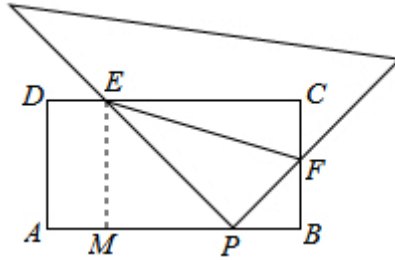
\therefore 点 B' 与点 B 的原来位置的距离 $B'B = 2\sqrt{5}\text{cm}$ 。

答案： $2\sqrt{5}$

14. 如图，矩形 $ABCD$ 的边 AB 上有一点 P ，且 $AD = \frac{5}{3}$ ， $BP = \frac{4}{5}$ ，以点 P 为直角顶点的直角三角形两条直角边分别交线段 DC ，线段 BC 于点 E ， F ，连接 EF ，则 $\tan \angle PEF =$ _____。



解析：过点 E 作 $EM \perp AB$ 于点 M，



$\because \angle PEM + \angle EPM = 90^\circ$, $\angle FPB + \angle EPM = 90^\circ$, $\therefore \angle PEM = \angle FPB$,

又 $\because \angle EMP = \angle PFB = 90^\circ$, $\therefore \triangle EMP \sim \triangle PFB$,

$$\therefore \frac{PF}{EP} = \frac{BP}{ME} = \frac{BP}{AD} = \frac{12}{25}, \therefore \tan \angle PEF = \frac{PF}{EP} = \frac{12}{25}.$$

答案： $\frac{12}{25}$

三、解答题(本大题共 9 个小题，满分 70 分)

15. 计算： $\sqrt[3]{27} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\pi - \sqrt{2})^0 - |-4|$.

解析：本题涉及零指数幂、负整数指数幂、三次根式化简、绝对值 4 个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案： $\sqrt[3]{27} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\pi - \sqrt{2})^0 - |-4|$

$$= 3 \times 4 + 1 - 4$$

$$= 12 + 1 - 4$$

$$= 9.$$

16. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{x-1} - 1\right) \div \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

答案：原式 = $\frac{1-x+1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2-x}{x+1}$,

当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 $= \frac{2 - \sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1 + 1} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{2}$.

17. 某水果销售店用 1000 元购进甲、乙两种新出产的水果共 140 千克, 这两种水果的进价、售价如表所示:

	进价 (元/千克)	售价 (元/千克)
甲种	5	8
乙种	9	13

- (1) 这两种水果各购进多少千克?
 (2) 若该水果店按售价销售完这批水果, 获得的利润是多少元?

解析: (1) 设购进甲种水果 x 千克, 则购进乙种水果 $(140-x)$ 千克, 根据表格中的数据 and 意义列出方程并解答;

(2) 总利润 = 甲的利润 + 乙的利润.

答案: (1) 设购进甲种水果 x 千克, 则购进乙种水果 $(140-x)$ 千克, 根据题意得:

$$5x + 9(140 - x) = 1000,$$

解得: $x = 65,$

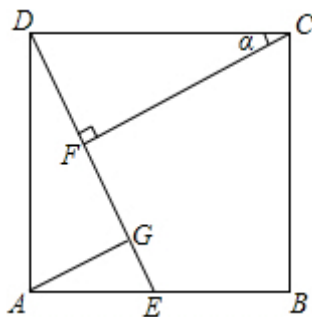
$\therefore 140 - x = 75.$

答: 购进甲种水果 65 千克, 乙种水果 75 千克;

(2) $3 \times 65 + 4 \times 75 = 495$ (元)

答: 利润为 495 元.

18. 如图, 点 E 在正方形 ABCD 的边 AB 上, 连接 DE, 过点 C 作 $CF \perp DE$ 于 F, 过点 A 作 $AG \parallel CF$ 交 DE 于点 G.



- (1) 求证: $\triangle DCF \cong \triangle ADG$.
 (2) 若点 E 是 AB 的中点, 设 $\angle DCF = \alpha$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

解析: (1) 根据正方形的性质求出 $AD = DC$, $\angle ADC = 90^\circ$, 根据垂直的定义求出 $\angle CFD = \angle CFG = 90^\circ$, 再根据两直线平行, 内错角相等求出 $\angle AGD = \angle CFG = 90^\circ$, 从而得到 $\angle AGD = \angle CFD$, 再根据同角的余角相等求出 $\angle ADG = \angle DCF$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle DCF$ 和 $\triangle ADG$ 全等即可;

(2) 设正方形 ABCD 的边长为 $2a$, 表示出 AE, 再利用勾股定理列式求出 DE, 然后根据锐角的正弦等于对边比斜边求出 $\angle ADG$ 的正弦, 即为 α 的正弦.

答案：(1) 在正方形 ABCD 中， $AD=DC$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，
 $\because CF \perp DE$ ， $\therefore \angle CFD=\angle CFG=90^\circ$ ，
 $\because AG \parallel CF$ ， $\therefore \angle AGD=\angle CFG=90^\circ$ ， $\therefore \angle AGD=\angle CFD$ ，
 又 $\because \angle ADG+\angle CDE=\angle ADC=90^\circ$ ， $\angle DCF+\angle CDE=90^\circ$ ， $\therefore \angle ADG=\angle DCF$ ，
 \therefore 在 $\triangle DCF$ 和 $\triangle ADG$ 中， $\angle AGD=\angle CFD$ ， $\angle ADG=\angle DCF$ ， $AD=DC$ ，
 $\therefore \triangle DCF \cong \triangle ADG$ (AAS)；

(2) 设正方形 ABCD 的边长为 $2a$ ，

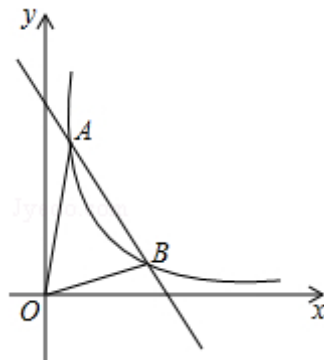
\because 点 E 是 AB 的中点， $\therefore AE=\frac{1}{2} \times 2a=a$ ，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，

$$DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a, \therefore \sin \angle ADG = \frac{AE}{DE} = \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\because \angle ADG = \angle DCF = \alpha, \therefore \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

19. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象交于 A(m, 6)，B(3, n) 两点。



(1) 求一次函数关系式；

(2) 根据图象直接写出 $kx+b-\frac{6}{x} > 0$ 的 x 的取值范围；

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积。

解析：(1) 先把 A、B 点坐标代入 $y=\frac{6}{x}$ 求出 m、n 的值；然后将其分别代入一次函数解析式，列出关于系数 k、b 的方程组，通过解方程组求得它们的值即可；

(2) 根据图象可以直接写出答案；

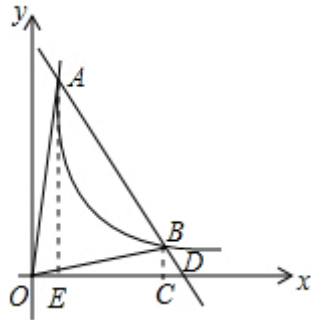
(3) 分别过点 A、B 作 $AE \perp x$ 轴， $BC \perp x$ 轴，垂足分别是 E、C 点。直线 AB 交 x 轴于 D 点。 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} - S_{\triangle BOD}$ ，由三角形的面积公式可以直接求得结果。

答案：(1) $\because A(m, 6)$ ， $B(3, n)$ 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象上， $\therefore m=1$ ， $n=2$ ，即点 A(1, 6)，B(3, 2)，

代入一次函数 $y=kx+b$ ，得 $\begin{cases} 6 = k + b, \\ 2 = 3k + b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -2, \\ b = 8, \end{cases} \therefore y = -2x + 8;$

(2) 由图可得, $kx+b-\frac{6}{x} > 0$ 时, $1 < x < 3$;

(3) 如图, 分别过点 A、B 作 $AE \perp x$ 轴, $BC \perp x$ 轴, 垂足分别是 E、C 点. 直线 AB 交 x 轴于 D 点.



令 $-2x+8=0$, 得 $x=4$, 即 $D(4, 0)$.

$\because A(1, 6), B(3, 2), \therefore AE=6, BC=2, \therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} - S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8$.

20. 小莉的爸爸买了去看中国篮球职业联赛总决赛的一张门票, 她和哥哥两人都很想去观看, 可门票只有一张, 读九年级的哥哥想了一个办法, 拿了八张扑克牌, 将数字为 1, 2, 3, 5 的四张牌给小莉, 将数字为 4, 6, 7, 8 的四张牌留给自己, 并按如下游戏规则进行: 小莉和哥哥从各自的四张牌中随机抽出一张, 然后将抽出的两张扑克牌数字相加, 如果和为偶数, 则小莉去; 如果和为奇数, 则哥哥去.

(1) 请用列表的方法求小莉去看中国篮球职业联赛总决赛的概率;

(2) 哥哥设计的游戏规则公平吗? 若公平, 请说明理由; 若不公平, 请你设计一种公平的游戏规则.

解析: (1) 用列表法列举出可能出现的情况, 再用概率公式求出概率即可.

(2) 游戏是否公平, 关键要看是否游戏双方各有 50% 赢的机会, 本题中即两纸牌上的数字之和为偶数或奇数时的概率是否相等, 求出概率比较, 即可得出结论.

答案: (1) 列表如下

和	1	2	3	5
4	5	6	7	9
6	7	8	9	11
7	8	9	10	12
8	9	10	11	13

共有 16 种等可能的结果, 和为偶数的有 6 种, 故 $P(\text{小莉去}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

(2) 不公平, 因为 $P(\text{哥哥去}) = \frac{5}{8}$, $P(\text{小莉去}) = \frac{3}{8}$, 哥哥去的可能性大, 所以不公平.

可以修改为: 和大于 9, 哥哥去, 小于 9, 小莉去, 等于 9, 重新开始.

21. “精准扶贫”这是新时期党和国家扶贫工作的精髓和亮点. 某校团委随机抽取部分学生, 对他们是否了解关于“精准扶贫”的情况进行调查, 调查结果有三种: A、了解很多; B、了解一点; C、不了解. 团委根据调查的数据进行整理, 绘制了尚不完整的统计图如下, 图 1 中 C 区域的圆心角为 36° , 请根据统计图中的相关的信息, 解答下列问题:

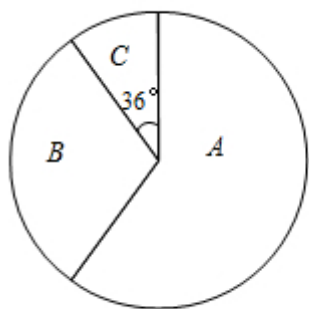


图 1

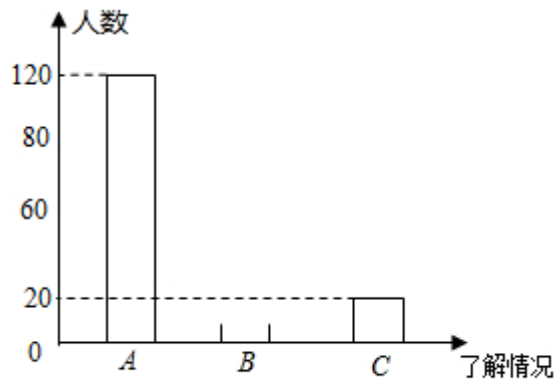


图 2

(1) 求本次活动共调查了 200 名学生; 图 1 中, B 区域的圆心角度是_____; 在抽取的学生中调查结果的中位数落在_____区域里.

(2) 补全条形统计图.

(3) 若该校有 1200 名学生, 请估算该校不是了解很多的学生人数.

解析: (1) 根据 C 的人数除以占的百分比, 即可求出调查学生总数; 求出 B 的人数, 确定出占的百分比, 乘以 360 即可得到结果, 根据题意得到中位数落在 A 中;

(2) 由 (1) 中所求结果补全图形即可;

(3) 求出 B 与 C 的百分比之和, 乘以 1200 即可得到结果.

答案: (1) 根据题意得: $20 \div \frac{36}{360} = 200$ (名).

则本次共调查了 200 名学生;

\therefore B 区域的人数为 $200 - (120 + 20) = 60$ (名).

则 B 区域的圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{60}{200} = 108^\circ$;

由于第 100、101 个数据均落在 A 中, 所以在抽查的学生中调查结果的中位数落在 A (了解很多) 中;

(2) 补全条形图如下:

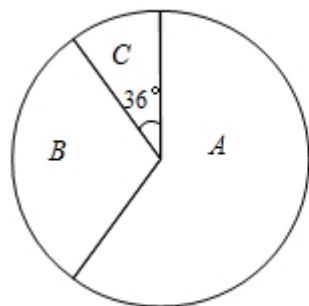


图 1

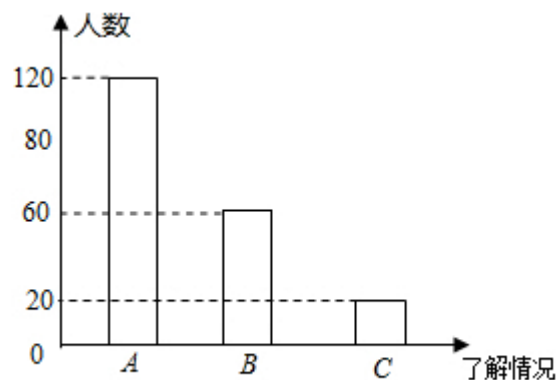
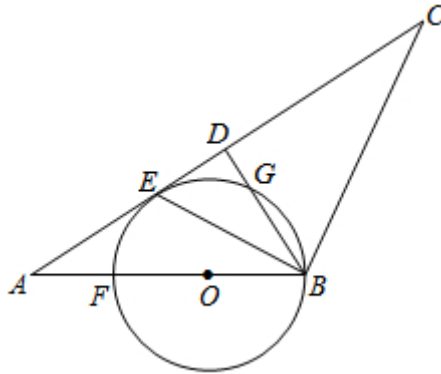


图 2

$$(3) 1200 \times \frac{60+20}{200} = 480,$$

答：估算该校不是了解很多的学生人数为 480 人。

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ， D 是 AC 中点， BE 平分 $\angle ABD$ 交 AC 于点 E ，点 O 是 AB 上一点， $\odot O$ 过 B 、 E 两点，交 BD 于点 G ，交 AB 于点 F 。



- (1) 判断直线 AC 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；
 (2) 当 $BD=6$ ， $AB=10$ 时，求 $\odot O$ 的半径。

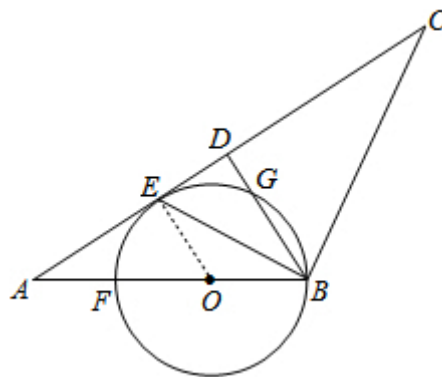
解析：(1) 连结 OE ，如图，由 BE 平分 $\angle ABD$ 得到 $\angle OBE = \angle DBO$ ，加上 $\angle OBE = \angle OEB$ ，则 $\angle OBE = \angle DBO$ ，于是可判断 $OE \parallel BD$ ，再利用等腰三角形的性质得到 $BD \perp AC$ ，所以 $OE \perp AC$ ，于是根据切线的判定定理可得 AC 与 $\odot O$ 相切；

(2) 设 $\odot O$ 半径为 r ，则 $AO=10-r$ ，证明 $\triangle AOE \sim \triangle ABD$ ，利用相似比得到 $\frac{10-r}{10} = \frac{r}{6}$ ，然后解

方程求出 r 即可。

答案：(1) AC 与 $\odot O$ 相切。

理由如下：连结 OE ，如图，



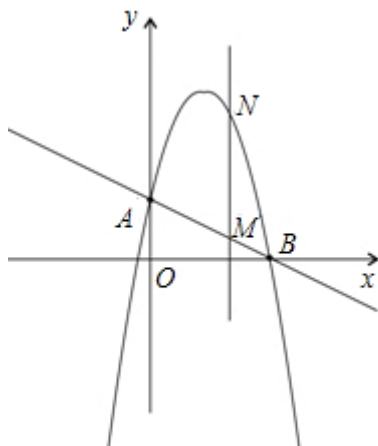
$\because BE$ 平分 $\angle ABD$ ， $\therefore \angle OBE = \angle DBO$ ，
 $\because OE = OB$ ， $\therefore \angle OBE = \angle OEB$ ， $\therefore \angle OBE = \angle DBO$ ， $\therefore OE \parallel BD$ ，
 $\because AB = BC$ ， D 是 AC 中点， $\therefore BD \perp AC$ ， $\therefore OE \perp AC$ ， $\therefore AC$ 与 $\odot O$ 相切；

(2) 设 $\odot O$ 半径为 r ，则 $AO = 10 - r$ ，

由 (1) 知， $OE \parallel BD$ ， $\therefore \triangle AOE \sim \triangle ABD$ ，

$$\therefore \frac{AO}{AB} = \frac{OE}{BD}，即 \frac{10-r}{10} = \frac{r}{6}，\therefore r = 15/4，即 \odot O 半径是 \frac{15}{4}。$$

23. 如图，一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 分别交 y 轴、 x 轴于 A 、 B 两点，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过 A 、 B 两点.



- (1) 求这个抛物线的解析式;
- (2) 作垂直 x 轴的直线 $x=t$, 在第一象限交直线 AB 于 M , 交这个抛物线于 N . 求当 t 取何值时, MN 有最大值? 最大值是多少?
- (3) 在 (2) 的情况下, 以 A 、 M 、 N 、 D 为顶点作平行四边形, 求第四个顶点 D 的坐标.

解析: (1) 首先求得 A 、 B 点的坐标, 然后利用待定系数法求抛物线的解析式;

(2) 本问要点是求得线段 MN 的表达式, 这个表达式是关于 t 的二次函数, 利用二次函数的极值求线段 MN 的最大值;

(3) 本问要点是明确 D 点的可能位置有三种情形, 如答图 2 所示, 不要遗漏. 其中 D_1 、 D_2 在 y 轴上, 利用线段数量关系容易求得坐标; D_3 点在第一象限, 是直线 D_1N 和 D_2M 的交点, 利用直线解析式求得交点坐标.

答案: (1) $\because y = -\frac{1}{2}x + 2$ 分别交 y 轴、 x 轴于 A 、 B 两点, 菁优网

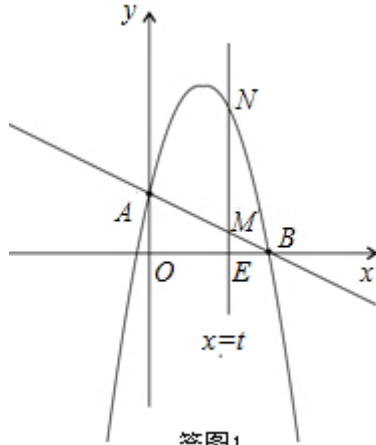
$\therefore A$ 、 B 点的坐标为: $A(0, 2)$, $B(4, 0)$,

将 $x=0$, $y=2$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 得 $c=2$,

将 $x=4$, $y=0$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 得 $0 = -16 + 4b + 2$, 解得 $b = \frac{7}{2}$,

\therefore 抛物线解析式为: $y = -x^2 + \frac{7}{2}x + 2$;

(2) 如答图 1, 设 MN 交 x 轴于点 E ,



答图1

则 $E(t, 0)$, $BE=4-t$.

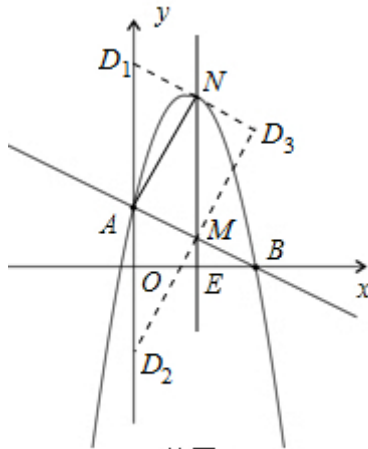
$$\because \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \therefore ME = BE \cdot \tan \angle ABO = (4-t) \times \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2}t.$$

又 N 点在抛物线上, 且 $x_N=t$, $\therefore y_N = -t^2 + \frac{7}{2}t + 2$,

$$\therefore MN = y_N - ME = -t^2 + \frac{7}{2}t + 2 - \left(2 - \frac{1}{2}t\right) = -t^2 + 4t, \therefore \text{当 } t=2 \text{ 时, } MN \text{ 有最大值 } 4;$$

(3) 由 (2) 可知, $A(0, 2)$, $M(2, 1)$, $N(2, 5)$.

以 A 、 M 、 N 、 D 为顶点作平行四边形, D 点的可能位置有三种情形, 如答图 2 所示.



答图2

(i) 当 D 在 y 轴上时, 设 D 的坐标为 $(0, a)$

由 $AD=MN$, 得 $|a-2|=4$, 解得 $a_1=6$, $a_2=-2$, 从而 D 为 $(0, 6)$ 或 $D(0, -2)$,

(ii) 当 D 不在 y 轴上时, 由图可知 D_3 为 D_1N 与 D_2M 的交点,

易得 D_1N 的方程为 $y = -\frac{1}{2}x + 6$, D_2M 的方程为 $y = \frac{3}{2}x - 2$,

由两方程联立解得 D 为 $(4, 4)$, 故所求的 D 点坐标为 $(0, 6)$, $(0, -2)$ 或 $(4, 4)$.