

## 2018 年湖北省襄阳市中考真题数学

一、选择题(每题只有一个正确选项, 本题共 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

1.  $-2$  的相反数为( )

A. 2

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $-2$

D.  $-\frac{1}{2}$

解析: 根据相反数的定义, 只有符号不同的两个数是互为相反数,  $-2$  的相反数为 2.

答案: A.

2. 近几年, 襄阳市经济呈现稳中有进, 稳中向好的态势, 2017 年 GDP 突破 4000 亿元大关, 4000 亿这个数用科学记数法表示为( )

A.  $4 \times 10^{12}$

B.  $4 \times 10^{11}$

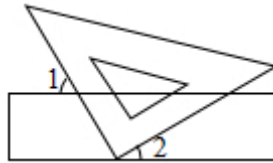
C.  $0.4 \times 10^{12}$

D.  $40 \times 10^{11}$

解析:  $4000 \text{ 亿} = 4 \times 10^{11}$ ,

答案: B.

3. 如图, 把一块三角板的直角顶点放在一直尺的一边上, 若  $\angle 1 = 50^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为( )



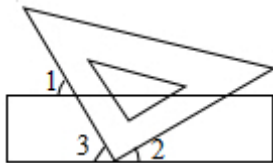
A.  $55^\circ$

B.  $50^\circ$

C.  $45^\circ$

D.  $40^\circ$

解析: 如图所示:



$\because \angle 1 = \angle 3 = 50^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle 3 = 40^\circ$ .

答案: D.

4. 下列运算正确的是( )

A.  $a^2 + a^2 = 2a^4$

B.  $a^6 \div a^2 = a^3$

C.  $(-a^3)^2 = a^6$

D.  $(ab)^2 = ab^2$

解析：根据合并同类项法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变；同底数幂相除，底数不变指数相减；积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；对各选项分析判断后利用排除法求解。

答案：C.

5. 不等式组  $\begin{cases} 2x > 1 - x \\ x + 2 < 4x - 1 \end{cases}$  的解集为( )

A.  $x > \frac{1}{3}$

B.  $x > 1$

C.  $\frac{1}{3} < x < 1$

D. 空集

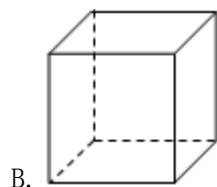
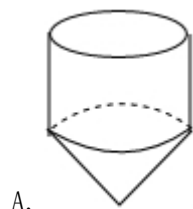
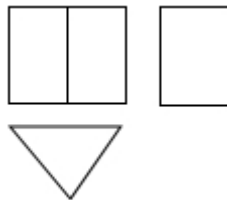
解析：解不等式  $2x > 1 - x$ ，得：  $x > \frac{1}{3}$ ，

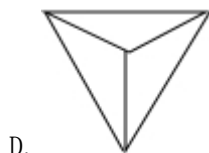
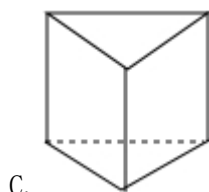
解不等式  $x + 2 < 4x - 1$ ，得：  $x > 1$ ，

则不等式组的解集为  $x > 1$ 。

答案：B.

6. 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是( )

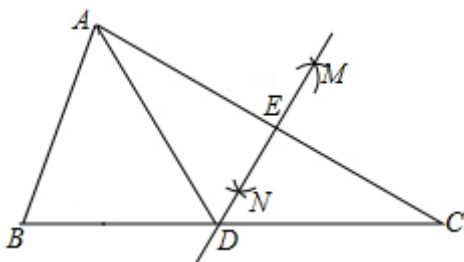




解析：根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体，根据俯视图是三角形可判断出这个几何体应该是三棱柱.

答案：C.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，分别以点A和点C为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径画弧，两弧相交于点M，N，作直线MN分别交BC，AC于点D，E. 若 $AE=3\text{cm}$ ， $\triangle ABD$ 的周长为13cm，则 $\triangle ABC$ 的周长为( )



- A. 16cm
- B. 19cm
- C. 22cm
- D. 25cm

解析： $\because DE$  垂直平分线段  $AC$ ，  
 $\therefore DA=DC$ ， $AE=EC=6\text{cm}$ ，  
 $\because AB+AD+BD=13\text{cm}$ ，  
 $\therefore AB+BD+DC=13\text{cm}$ ，  
 $\therefore \triangle ABC$  的周长= $AB+BD+BC+AC=13+6=19\text{cm}$ ，

答案：B.

8. 下列语句所描述的事件是随机事件的是( )
- A. 任意画一个四边形，其内角和为  $180^\circ$
  - B. 经过任意点画一条直线
  - C. 任意画一个菱形，是中心对称图形
  - D. 过平面内任意三点画一个圆

解析：A、任意画一个四边形，其内角和为  $180^\circ$  是不可能事件；  
 B、经过任意点画一条直线是必然事件；  
 C、任意画一个菱形，是中心对称图形是必然事件；  
 D、过平面内任意三点画一个圆是随机事件.

答案: D.

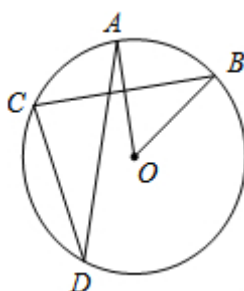
9. 已知二次函数  $y=x^2-x+\frac{1}{4}m-1$  的图象与  $x$  轴有交点, 则  $m$  的取值范围是( )

- A.  $m \leq 5$
- B.  $m \geq 2$
- C.  $m < 5$
- D.  $m > 2$

解析: 根据已知抛物线与  $x$  轴有交点得出不等式, 求出不等式的解集即可.

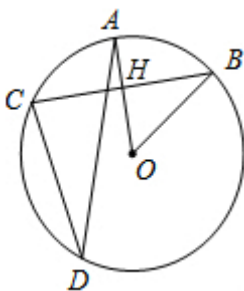
答案: A.

10. 如图, 点  $A, B, C, D$  都在半径为 2 的  $\odot O$  上, 若  $OA \perp BC$ ,  $\angle CDA = 30^\circ$ , 则弦  $BC$  的长为( )



- A. 4
- B.  $2\sqrt{2}$
- C.  $\sqrt{3}$
- D.  $2\sqrt{3}$

解析: 根据垂径定理得到  $CH=BH$ ,  $AC=AB$ , 根据圆周角定理求出  $\angle AOB$ , 根据正弦的定义求出  $BH$ , 计算即可.



答案: D.

二、填空题(本题共 6 小题, 每题 3 分, 共 18 分)

11. 计算:  $|1-\sqrt{2}| =$ \_\_\_\_\_.

解析: 根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

答案:  $\sqrt{2}-1$ .

12. 计算  $\frac{5x+3y}{x^2-y^2} - \frac{2x}{x^2-y^2}$  的结果是\_\_\_\_\_.

解析：根据同分母分式加减运算法则计算即可，最后要注意将结果化为最简分式.

答案：3x-y.

13. 我国古代数学著作《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，译文为：“现有几个人共同购买一个物品，每人出8元，则多3元；每人出7元，则差4元. 问这个物品的价格是多少元？”该物品的价格是\_\_\_\_\_元.

解析：设该商品的价格是x元，共同购买该物品的有y人，根据“每人出8元，则多3元；每人出7元，则差4元”，即可得出关于x、y的二元一次方程组，解之即可得出结论.

答案：53.

14. 一组数据3, 2, 3, 4, x的平均数是3，则它的方差是\_\_\_\_\_.

解析：由于数据2、3、3、4、x的平均数是3，由此利用平均数的计算公式可以求出x，然后利用方差的计算公式即可求解.

答案：0.4.

15. 已知CD是△ABC的边AB上的高，若 $CD=\sqrt{3}$ ，AD=1，AB=2AC，则BC的长为\_\_\_\_\_.

解析：分两种情况：

①当△ABC是锐角三角形，如图1，

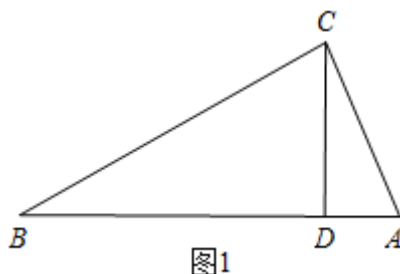


图1

②当△ABC是钝角三角形，如图2，

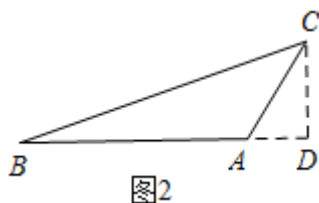


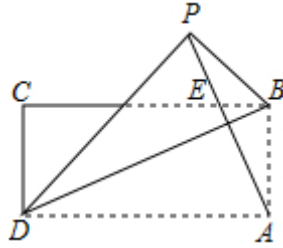
图2

分别根据勾股定理计算AC和BC即可.

答案： $2\sqrt{3}$  或  $2\sqrt{7}$ .

16. 如图，将面积为 $32\sqrt{2}$ 的矩形ABCD沿对角线BD折叠，点A的对应点为点P，连接AP交

BC于点E. 若 $BE=\sqrt{2}$ ，则AP的长为\_\_\_\_\_.



解析：设  $AB=a$ ， $AD=b$ ，则  $ab=32\sqrt{2}$ ，构建方程组求出  $a$ 、 $b$  即可解决问题.

答案： $\frac{16}{3}\sqrt{2}$ .

### 三、解答题(本题共 9 题，72 分)

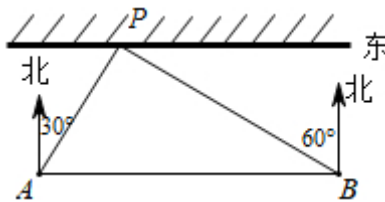
17. 先化简，再求值： $(x+y)(x-y)+y(x+2y)-(x-y)^2$ ，其中  $x=2+\sqrt{3}$ ， $y=2-\sqrt{3}$ .

解析：根据平方差公式、单项式乘多项式和完全平方公式可以化简题目中的式子，再将  $x$ 、 $y$  的值代入化简后的式子即可解答本题.

答案： $(x+y)(x-y)+y(x+2y)-(x-y)^2$   
 $=x^2-y^2+xy+2y^2-x^2+2xy-y^2$   
 $=3xy$ ,

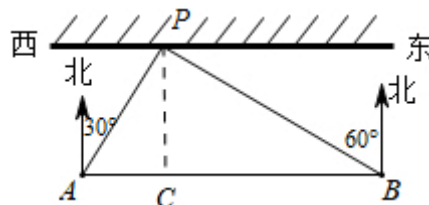
当  $x=2+\sqrt{3}$ ， $y=2-\sqrt{3}$  时，原式  $=3 \times (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=3$ .

18. 为了保证端午龙舟赛在我市汉江水域顺利举办，某部门工作人员乘快艇到汉江水域考察水情，以每秒 10 米的速度沿平行于岸边的赛道  $AB$  由西向东行驶. 在  $A$  处测得岸边一建筑物  $P$  在北偏东  $30^\circ$  方向上，继续行驶 40 秒到达  $B$  处时，测得建筑物  $P$  在北偏西  $60^\circ$  方向上，如图所示，求建筑物  $P$  到赛道  $AB$  的距离(结果保留根号).



解析：作  $PC \perp AB$  于  $C$ ，构造出  $Rt\triangle PAC$  与  $Rt\triangle PBC$ ，求出  $AB$  的长度，利用特殊角的三角函数值求解.

答案：过  $P$  点作  $PC \perp AB$  于  $C$ ，由题意可知： $\angle PAC=60^\circ$ ， $\angle PBC=30^\circ$ ，



在  $Rt\triangle PAC$  中， $\frac{PC}{AC} = \tan \angle PAC$ ， $\therefore AC = \frac{\sqrt{3}}{3} PC$ ，

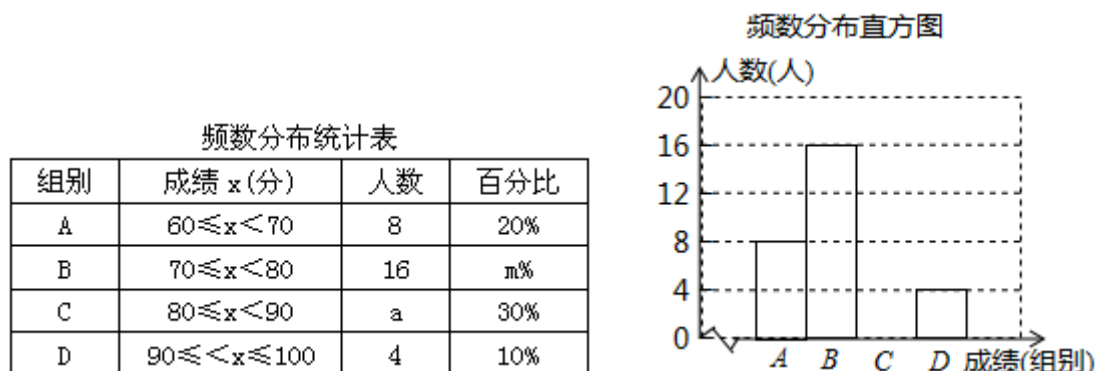
在 Rt△PBC 中,  $\frac{PC}{BC} = \tan \angle PBC$ ,  $\therefore BC = \sqrt{3} PC$ ,

$$\therefore AB = AC + BC = \frac{\sqrt{3}}{3} PC + \sqrt{3} PC = 10 \times 40 = 400,$$

$$\therefore PC = 100\sqrt{3},$$

答: 建筑物 P 到赛道 AB 的距离为  $100\sqrt{3}$  米.

19. “品中华诗词, 寻文化基因”. 某校举办了第二届“中华诗词大赛”, 将该校八年级参加竞赛的学生成绩统计后, 绘制了如下不完整的频数分布统计表与频数分布直方图.



请观察图表, 解答下列问题:

(1) 表中  $a = \underline{\quad}$ ,  $m = \underline{\quad}$ ;

(2) 补全频数分布直方图;

(3) D 组的 4 名学生中, 有 1 名男生和 3 名女生. 现从中随机抽取 2 名学生参加市级竞赛, 则抽取的 2 名学生恰好是一名男生和一名女生的概率为  $\underline{\quad}$ .

解析: (1) 先由 A 组人数及其百分比求得总人数, 总人数乘以 C 的百分比可得 a 的值, 用 B 组人数除以总人数可得 m 的值;

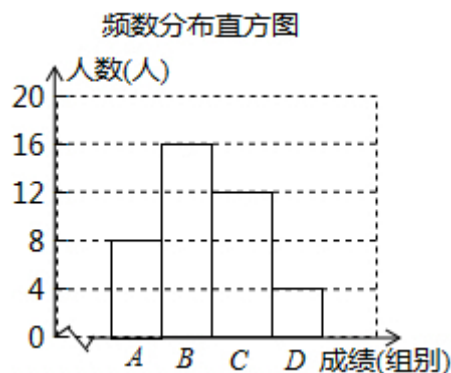
(2) 根据 (1) 中所求结果可补全图形;

(3) 列出所有等可能结果, 再根据概率公式求解可得.

答案: (1)  $\because$  被调查的总人数为  $8 \div 20\% = 40$  人,

$$\therefore a = 40 \times 30\% = 12, m\% = \frac{16}{40} \times 100\% = 40\%, \text{ 即 } m = 40.$$

(2) 补全图形如下:



(3) 列表如下:

	男	女 1	女 2	女 3
男	---	(女, 男)	(女, 男)	(女, 男)
女 1	(男, 女)	---	(女, 女)	(女, 女)
女 2	(男, 女)	(女, 女)	---	(女, 女)
女 3	(男, 女)	(女, 女)	(女, 女)	---

∴共有 12 种等可能的结果，选中 1 名男生和 1 名女生结果的有 6 种.

∴抽取的 2 名学生恰好是一名男生和一名女生的概率为  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .

20. 正在建设的“汉十高铁”竣工通车后，若襄阳至武汉段路程与当前动车行驶的路程相等，约为 325 千米，且高铁行驶的速度是当前动车行驶速度的 2.5 倍，则从襄阳到武汉乘坐高铁比动车所用时间少 1.5 小时. 求高铁的速度.

解析：设高铁的速度为  $x$  千米/小时，则动车速度为  $0.4x$  千米/小时，根据题意列出方程，求出方程的解即可.

答案：设高铁的速度为  $x$  千米/小时，则动车速度为  $0.4x$  千米/小时，

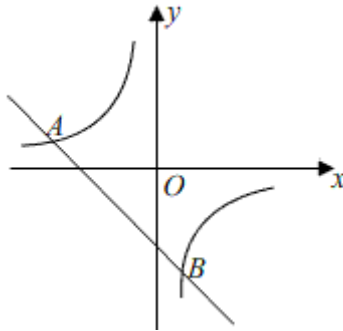
根据题意得：
$$\frac{325}{0.4x} - \frac{325}{x} = 1.5,$$

解得： $x=325$ ,

经检验  $x=325$  是分式方程的解，且符合题意，

则高铁的速度是 325 千米/小时.

21. 如图，已知双曲线  $y_1 = \frac{k}{x}$  与直线  $y_2 = ax + b$  交于点  $A(-4, 1)$  和点  $B(m, -4)$ .



(1) 求双曲线和直线的解析式；

(2) 直接写出线段 AB 的长和  $y_1 > y_2$  时  $x$  的取值范围.

解析：(1) 先把 A 点坐标代入  $y_1 = \frac{k}{x}$  中求出  $k$  得到反比例函数的解析式为  $y_1 = -\frac{4}{x}$ ，再把  $B(m,$

$-4)$  代入  $y_1 = -\frac{4}{x}$  中求出  $m$  得到  $B(1, -4)$ ，然后利用待定系数法求直线解析式；

(2) 利用两点间的距离公式计算 AB 的长；利用函数图象，写出反比例函数图象在直线上方所对应的自变量的范围得到  $y_1 > y_2$  时  $x$  的取值范围.

答案：(1) 把  $A(-4, 1)$  代入  $y_1 = \frac{k}{x}$  得  $k = -4 \times 1 = -4$ ,

∴反比例函数的解析式为  $y_1 = -\frac{4}{x}$ ,



把  $B(m, -4)$  代入  $y_1 = -\frac{4}{x}$  得  $-4m = -4$ , 解得  $m = 1$ , 则  $B(1, -4)$ ,

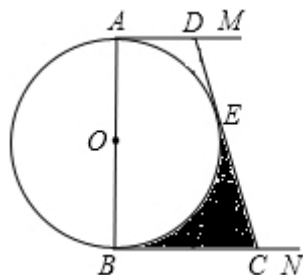
把  $A(-4, 1)$ ,  $B(1, -4)$  代入  $y_2 = ax + b$  得  $\begin{cases} -4a + b = 1 \\ a + b = -4 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases}$ ,

$\therefore$  直线解析式为  $y_2 = -x - 3$ ;

$$(2) AB = \sqrt{(-4 - 1)^2 + (1 + 4)^2} = 5\sqrt{2},$$

当  $-4 < x < 0$  或  $x > 1$  时,  $y_1 > y_2$ .

22. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AM$  和  $BN$  是  $\odot O$  的两条切线,  $E$  为  $\odot O$  上一点, 过点  $E$  作直线  $DC$  分别交  $AM$ ,  $BN$  于点  $D$ ,  $C$ , 且  $CB = CE$ .



(1) 求证:  $DA = DE$ ;

(2) 若  $AB = 6$ ,  $CD = 4\sqrt{3}$ , 求图中阴影部分的面积.

解析: (1) 连接  $OE$ . 推知  $CD$  为  $\odot O$  的切线, 即可证明  $DA = DE$ ;

(2) 利用分割法求得阴影部分的面积.

答案: (1) 证明: 连接  $OE$ 、 $OC$ .

$\because OB = OE$ ,

$\therefore \angle OBE = \angle OEB$ .

$\because BC = EC$ ,

$\therefore \angle CBE = \angle CEB$ ,

$\therefore \angle OBC = \angle OEC$ .

$\because BC$  为  $\odot O$  的切线,

$\therefore \angle OEC = \angle OBC = 90^\circ$ ;

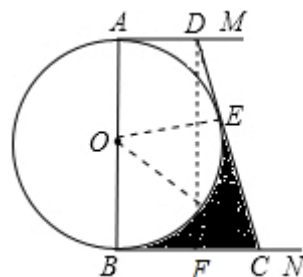
$\because OE$  为半径,

$\therefore CD$  为  $\odot O$  的切线,

$\because AD$  切  $\odot O$  于点  $A$ ,

$\therefore DA = DE$ ;

(2) 如图, 过点  $D$  作  $DF \perp BC$  于点  $F$ , 则四边形  $ABFD$  是矩形,



$$\therefore AD=BF, DF=AB=6,$$

$$\therefore DC=BC+AD=4\sqrt{3}.$$

$$\therefore BC=\sqrt{DC^2 - DF^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BC-AD=2\sqrt{3},$$

$$\therefore BC=3\sqrt{3}.$$

在直角 $\triangle OBC$ 中,  $\tan \angle BOE = \frac{BC}{BO} = \sqrt{3},$

$$\therefore \angle BOC = 60^\circ.$$

在 $\triangle OEC$ 与 $\triangle OBC$ 中,

$$\begin{cases} OE = OB \\ OC = OC \\ CE = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OEC \cong \triangle OBC (SSS),$$

$$\therefore \angle BOE = 2\angle BOC = 120^\circ.$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{四边形} BCEO} - S_{\text{扇形} OBE} = 2 \times \frac{1}{2} BC \cdot OB - \frac{120 \times \pi \times OB^2}{360} = 9\sqrt{3} - 3\pi.$$

23. 襄阳市精准扶贫工作已进入攻坚阶段. 贫困户张大爷在某单位的帮扶下, 把一片坡地改造后种植了优质水果蓝莓, 今年正式上市销售. 在销售的 30 天中, 第一天卖出 20 千克, 为了扩大销量, 采取了降价措施, 以后每天比前一天多卖出 4 千克. 第  $x$  天的售价为  $y$  元/千克,

$$y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式为 } \begin{cases} mx - 76m (1 \leq x < 20, x \text{ 为正整数}) \\ n (20 \leq x \leq 30, x \text{ 为正整数}) \end{cases} \text{ 且第 12 天的售价为 32 元/千}$$

克, 第 26 天的售价为 25 元/千克. 已知种植销售蓝莓的成本是 18 元/千克, 每天的利润是  $W$  元 (利润=销售收入-成本).

(1)  $m = -$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_;

(2) 求销售蓝莓第几天时, 当天的利润最大? 最大利润是多少?

(3) 在销售蓝莓的 30 天中, 当天利润不低于 870 元的共有多少天?

解析: (1) 根据题意将相关数值代入即可;

(2) 在 (1) 的基础上分段表示利润, 讨论最值;

(3) 分别在 (2) 中的两个函数取值范围内讨论利润不低于 870 的天数, 注意天数为正整数.

答案: (1) 当第 12 天的售价为 32 元/件, 代入  $y = mx - 76m$  得

$$32 = 12m - 76m$$

$$\text{解得 } m = -\frac{1}{2}$$

当第 26 天的售价为 25 元/千克时, 代入  $y = n$

$$\text{则 } n = 25$$

(2) 由 (1) 第  $x$  天的销售量为  $20 + 4(x-1) = 4x + 16$

当  $1 \leq x < 20$  时

$$W = (4x+16) \left(-\frac{1}{2}x+38-18\right) = -2x^2+72x+320 = -2(x-18)^2+968$$

$\therefore$  当  $x=18$  时,  $W_{\text{最大}}=968$

当  $20 \leq x \leq 30$  时,  $W = (4x+16)(25-18) = 28x+112$

$\therefore 28 > 0$

$\therefore W$  随  $x$  的增大而增大

$\therefore$  当  $x=30$  时,  $W_{\text{最大}}=952$

$\therefore 968 > 952$

$\therefore$  当  $x=18$  时,  $W_{\text{最大}}=968$

(3) 当  $1 \leq x < 20$  时, 令  $-2x^2+72x+320=870$

解得  $x_1=25, x_2=11$

$\therefore$  抛物线  $W = -2x^2+72x+320$  的开口向下

$\therefore 11 \leq x \leq 25$  时,  $W \geq 870$

$\therefore 11 \leq x < 20$

$\therefore x$  为正整数

$\therefore$  有 9 天利润不低于 870 元

当  $20 \leq x \leq 30$  时, 令  $28x+112 \geq 870$

$$\text{解得 } x \geq 27 \frac{1}{14}$$

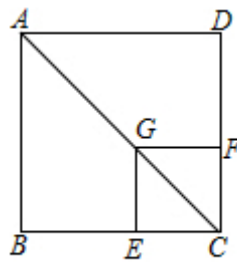
$$\therefore 27 \frac{1}{14} \leq x \leq 30$$

$\therefore x$  为正整数

$\therefore$  有 3 天利润不低于 870 元

$\therefore$  综上所述, 当天利润不低于 870 元的天数共有 12 天.

24. 如图(1), 已知点  $G$  在正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$  上,  $GE \perp BC$ , 垂足为点  $E$ ,  $GF \perp CD$ , 垂足为点  $F$ .



图(1)

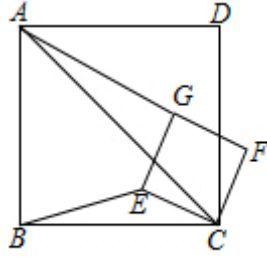
(1) 证明与推断:

① 求证: 四边形  $CEGF$  是正方形;

② 推断:  $\frac{AG}{BE}$  的值为\_\_\_\_\_;

(2) 探究与证明:

将正方形  $CEGF$  绕点  $C$  顺时针方向旋转  $\alpha$  角 ( $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ), 如图(2)所示, 试探究线段  $AG$  与  $BE$  之间的数量关系, 并说明理由;

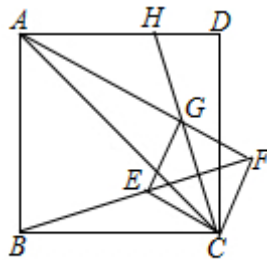


图(2)

(3) 拓展与运用:

正方形 CEGF 在旋转过程中, 当 B, E, F 三点在一条直线上时, 如图(3)所示, 延长 CG 交 AD

于点 H. 若  $AG=6$ ,  $GH=2\sqrt{2}$ , 则  $BC=$ \_\_\_\_\_.



图(3)

解析: (1) ①由  $GE \perp BC$ 、 $GF \perp CD$  结合  $\angle BCD=90^\circ$  可得四边形 CEGF 是矩形, 再由  $\angle ECG=45^\circ$

即可得证; ②由正方形性质知  $\angle CEG=\angle B=90^\circ$ 、 $\angle ECG=45^\circ$ , 据此可得  $\frac{CG}{CE} = \sqrt{2}$ 、 $GE \parallel AB$ ,

利用平行线分线段成比例定理可得;

(2) 连接 CG, 只需证  $\triangle ACG \sim \triangle BCE$  即可得;

(3) 证  $\triangle AHG \sim \triangle CHA$  得  $\frac{AG}{AC} = \frac{GH}{AH} = \frac{AH}{CH}$ , 设  $BC=CD=AD=a$ , 知  $AC=\sqrt{2}a$ , 由  $\frac{AG}{AC} = \frac{GH}{AH}$  得

$AH=\frac{2}{3}a$ 、 $DH=\frac{1}{3}a$ 、 $CH=\frac{\sqrt{10}}{3}a$ , 由  $\frac{AG}{AC} = \frac{AH}{CH}$  可得 a 的值.

答案: (1) ①  $\because$  四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle BCD=90^\circ$ ,  $\angle BCA=45^\circ$ ,

$\because GE \perp BC$ 、 $GF \perp CD$ ,

$\therefore \angle CEG=\angle CFG=\angle ECF=90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形 CEGF 是矩形,  $\angle CGE=\angle ECG=45^\circ$ ,

$\therefore EG=EC$ ,

$\therefore$  四边形 CEGF 是正方形;

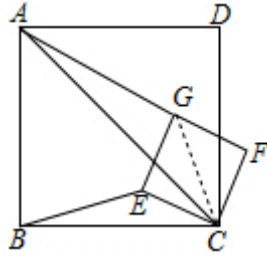
②由①知四边形 CEGF 是正方形,

$\therefore \angle CEG=\angle B=90^\circ$ ,  $\angle ECG=45^\circ$ ,

$\therefore \frac{CG}{CE} = \sqrt{2}$ ,  $GE \parallel AB$ ,

$\therefore \frac{AG}{BE} = \frac{CG}{CE} = \sqrt{2}$ ;

(2) 连接 CG,



由旋转性质知  $\angle BCE = \angle ACG = \alpha$  ,  
 在  $\text{Rt}\triangle CEG$  和  $\text{Rt}\triangle CBA$  中,

$$\frac{CE}{CG} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{CB}{CA} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{CG}{CE} = \frac{CA}{CB} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle ACG \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{AG}{BE} = \frac{CA}{CB} = \sqrt{2},$$

$\therefore$  线段  $AG$  与  $BE$  之间的数量关系为  $AG = \sqrt{2} BE$ ;

(3)  $\because \angle CEF = 45^\circ$  , 点  $B, E, F$  三点共线,

$$\therefore \angle BEC = 135^\circ,$$

$$\because \triangle ACG \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \angle AGC = \angle BEC = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle AGH = \angle CAH = 45^\circ,$$

$$\because \angle CHA = \angle AHG,$$

$$\therefore \triangle AHG \sim \triangle CHA,$$

$$\therefore \frac{AG}{AC} = \frac{GH}{AH} = \frac{AH}{CH},$$

设  $BC = CD = AD = a$ , 则  $AC = \sqrt{2} a$ ,

$$\text{则由 } \frac{AG}{AC} = \frac{GH}{AH} \text{ 得 } \frac{6}{\sqrt{2}a} = \frac{2\sqrt{2}}{AH},$$

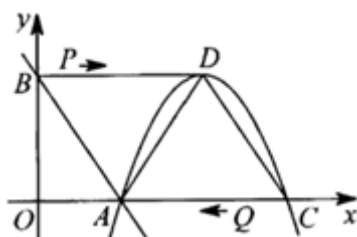
$$\therefore AH = \frac{2}{3} a,$$

$$\text{则 } DH = AD - AH = \frac{1}{3} a, \quad CH = \sqrt{CD^2 + DH^2} = \frac{\sqrt{10}}{3} a,$$

$$\therefore \frac{AG}{AC} = \frac{AH}{CH} \text{ 得 } \frac{6}{\sqrt{2}a} = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{\sqrt{10}}{3}a},$$

解得:  $a = 3\sqrt{5}$ , 即  $BC = 3\sqrt{5}$ .

25. 直线  $y = -\frac{3}{2}x + 3$  交  $x$  轴于点  $A$ , 交  $y$  轴于点  $B$ , 顶点为  $D$  的抛物线  $y = -\frac{3}{4}x^2 + 2mx - 3m$  经过点  $A$ , 交  $x$  轴于另一点  $C$ , 连接  $BD$ ,  $AD$ ,  $CD$ , 如图所示.



- (1) 直接写出抛物线的解析式和点  $A$ ,  $C$ ,  $D$  的坐标;  
 (2) 动点  $P$  在  $BD$  上以每秒 2 个单位长的速度由点  $B$  向点  $D$  运动, 同时动点  $Q$  在  $CA$  上以每秒 3 个单位长的速度由点  $C$  向点  $A$  运动, 当其中一个点到达终点停止运动时, 另一个点也随之停止运动, 设运动时间为  $t$  秒.  $PQ$  交线段  $AD$  于点  $E$ .  
 ①当  $\angle DPE = \angle CAD$  时, 求  $t$  的值;  
 ②过点  $E$  作  $EM \perp BD$ , 垂足为点  $M$ , 过点  $P$  作  $PN \perp BD$  交线段  $AB$  或  $AD$  于点  $N$ , 当  $PN = EM$  时, 求  $t$  的值.

解析: (1) 先由直线解析式求得点  $A$ ,  $B$  坐标, 将点  $A$  坐标代入抛物线解析式求得  $m$  的值, 从而得出答案;

(2) ①由 (1) 知  $BD = AC$ ,  $BD \parallel OC$ , 根据  $AB = AD = \sqrt{13}$  证四边形  $ABPQ$  是平行四边形得  $AQ = BP$ , 即  $2t = 4 - 3t$ , 解之即可; ②分点  $N$  在  $AB$  上和点  $N$  在  $AD$  上两种情况分别求解.

答案: (1) 在  $y = -\frac{3}{2}x + 3$  中, 令  $x = 0$  得  $y = 3$ , 令  $y = 0$  得  $x = 2$ ,

$\therefore$  点  $A(2, 0)$ 、点  $B(0, 3)$ ,

将点  $A(2, 0)$  代入抛物线解析式, 得:  $-\frac{3}{4} \times 4 + 4m - 3m = 0$ ,

解得:  $m = 3$ ,

所以抛物线解析式为  $y = -\frac{3}{4}x^2 + 6x - 9$ ,

$\therefore y = -\frac{3}{4}x^2 + 6x - 9 = -\frac{3}{4}(x - 4)^2 + 3$ ,

$\therefore$  点  $D(4, 3)$ , 对称轴为  $x = 4$ ,

$\therefore$  点  $C$  坐标为  $(6, 0)$ ;

(2) 如图 1,

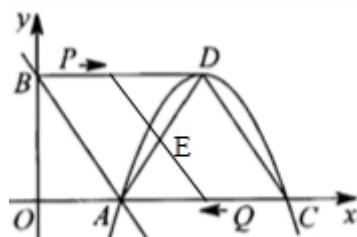


图 1

由 (1) 知  $BD = AC = 4$ ,

根据  $0 \leq 3t \leq 4$ , 得:  $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$ ,

①  $\because B(0, 3)$ 、 $D(4, 3)$ ,

$\therefore BD \parallel OC$ ,

$\therefore \angle CAD = \angle ADB$ ,

$\because \angle DPE = \angle CAD$ ,

$\therefore \angle DPE = \angle ADB$ ,

$\because AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ 、 $AD = \sqrt{(4-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ,

$\therefore AB = AD$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$ ,

$\therefore \angle DPE = \angle ABD$ ,

$\therefore PQ \parallel AB$ ,

$\therefore$  四边形  $ABPQ$  是平行四边形,

$\therefore AQ = BP$ , 即  $2t = 4 - 3t$ ,

解得:  $t = \frac{4}{5}$ ,

即当  $\angle DPE = \angle CAD$  时,  $t = \frac{4}{5}$  秒;

② (I) 当点  $N$  在  $AB$  上时,  $0 \leq 2t \leq 2$ , 即  $0 \leq t \leq 1$ ,

连接  $NE$ , 延长  $PN$  交  $x$  轴于点  $F$ , 延长  $ME$  交  $x$  轴于点  $H$ ,

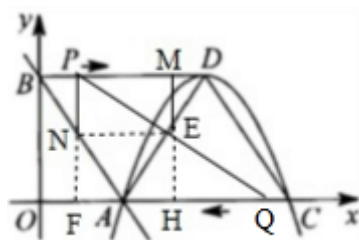


图 2

$\because PN \perp BD$ 、 $EM \perp BD$ ,  $BD \parallel OC$ ,  $PN = EM$ ,

$\therefore OF = BP = 2t$ ,  $PF = OB = 3$ ,  $NE = FH$ 、 $NF = EH$ ,  $NE \parallel FQ$ ,

$\therefore FQ = OC - OF - QC = 6 - 5t$ ,

$\because$  点  $N$  在直线  $y = -\frac{3}{2}x + 3$  上,

$\therefore$  点  $N$  的坐标为  $(2t, -3t + 3)$ ,

$\therefore PN = PF - NF = 3 - (-3t + 3) = 3t$ ,

$\because NE \parallel FQ$ ,

$\therefore \triangle PNE \sim \triangle PFQ$ ,

$$\therefore \frac{NE}{FQ} = \frac{PN}{PF},$$

$$\therefore FH = NE = \frac{PN}{PF} FQ = \frac{3t}{3} \times (6 - 5t) = 6t - 5t^2,$$

$\because A(2, 0)$ 、 $D(4, 3)$ ,

∴直线 AD 解析式为  $y = \frac{3}{2}x - 3$ ,

∴点 E 在直线  $y = \frac{3}{2}x - 3$  上,

∴点 E 的坐标为  $(4-2t, -3t+3)$ ,

∴ $OH = OF + FH$ ,

∴ $4-2t = 2t+6t-5t^2$ ,

解得:  $t = 1 + \frac{\sqrt{5}}{5} > 1$  (舍) 或  $t = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$ ;

(II) 当点 N 在 AD 上时,  $2 < 2t \leq 4$ , 即  $1 < t \leq \frac{4}{3}$ ,

∴ $PN = EM$ ,

∴点 E、N 重合, 此时  $PQ \perp BD$ ,

∴ $BP = OQ$ ,

∴ $2t = 6 - 3t$ ,

解得:  $t = \frac{6}{5}$ ,

综上所述, 当  $PN = EM$  时,  $t = (1 - \frac{\sqrt{5}}{5})$  秒或  $t = \frac{6}{5}$  秒.