

一.选择题（每小题 3 分，共 300 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的）

1. -3 的倒数为（ ）

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 3

D. -3

解析：∵ $(-3) \times (-\frac{1}{3}) = 1$,

∴ -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

答案：A

2. 在下列四个图案中，不是中心对称图形的是（ ）



解析：根据中心对称图形的概念可得：图形 B 不是中心对称图形.

答案：B

3. 下列计算正确的是（ ）

A. $x + y = xy$

B. $-y^2 - y^2 = 0$

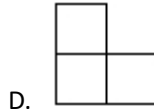
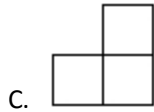
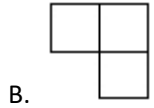
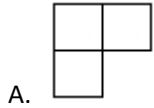
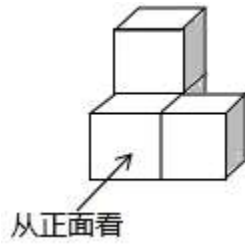
C. $a^2 \div a^2 = 1$

D. $7x - 5x = 2$

解析：根据同底数幂的除法，底数不变指数相减；合并同类项，系数相加字母和字母的指数不变；对各选项计算后利用排除法求解.

答案：C

4. 如图所示的几何体是由若干大小相同的小立方块搭成，则这个几何体的左视图是（ ）



解析：从左边看第一层是两个小正方形，第二层左边一个小正方形.

答案：D

5. 一个不透明的盒子中装有 6 个大小相同的乒乓球，其中 4 个是黄球，2 个是白球. 从该盒子中任意摸出一个球，摸到黄球的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{2}{5}$

解析：∵ 盒子中装有 6 个大小相同的乒乓球，其中 4 个是黄球，

∴ 摸到黄球的概率是 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

答案：C

6. 不等式组 $\begin{cases} x+1 < 3 \\ 2x-1 > x \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x > 1$

B. $x < 2$

C. $1 \leq x \leq 2$

D. $1 < x < 2$

解析： $\begin{cases} x+1 < 3 \text{ ①} \\ 2x-1 > x \text{ ②} \end{cases}$

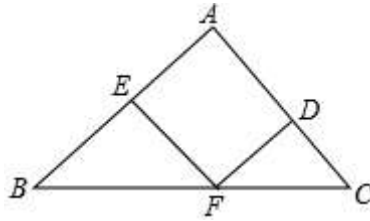
∵解不等式①得： $x < 2$ ，

解不等式②得： $x > 1$ ，

∴不等式组的解集为 $1 < x < 2$ ，

答案： D

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、E、F分别是三条边上的点， $EF \parallel AC$ ， $DF \parallel AB$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ 。则 $\angle EFD =$ ()



A. 80°

B. 75°

C. 70°

D. 65°

解析： ∵ $EF \parallel AC$ ，

∴ $\angle EFB = \angle C = 60^\circ$ ，

∵ $DF \parallel AB$ ，

∴ $\angle DFC = \angle B = 45^\circ$ ，

∴ $\angle EFD = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$ ，

答案： B.

8. 若 $(x+2)(x-1) = x^2 + mx + n$ ，则 $m+n =$ ()

A. 1

B. -2

C. -1

D. 2

解析： 原式 $= x^2 + x - 2$ ，

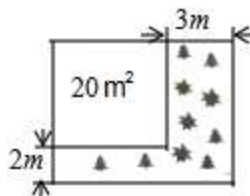
$= x^2 + mx + n$ ，

∴ $m=1$ ， $n=-2$ 。

∴ $m+n=1-2=-1$ 。

答案： C

9. 如图，将一块正方形空地划出部分区域进行绿化，原空地一边减少了 $2m$ ，另一边减少了 $3m$ ，剩余一块面积为 $20m^2$ 的矩形空地，则原正方形空地的边长是 ()



A. $7m$

B. $8m$

C.9m

D.10m

解析：设原正方形的边长为 xm ，依题意有

$$(x-3)(x-2)=20,$$

解得： $x_1=7$ ， $x_2=-2$ （不合题意，舍去）

即：原正方形的边长 $7m$ 。

答案：A

10. 下列给出 5 个命题：

- ①对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
- ②六边形的内角和等于 720°
- ③相等的圆心角所对的弧相等
- ④顺次连接菱形各边中点所得的四边形是矩形
- ⑤三角形的内心到三角形三个顶点的距离相等.

其中正确命题的个数是（ ）

A.2 个

B.3 个

C.4 个

D.5 个

解析：①对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形，所以①错误；

②六边形的内角和等于 720° ，所以②正确；

③在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所以③错误；

④顺次连接菱形各边中点所得的四边形是矩形，所以④正确；

⑤三角形的内心到三角形三边的距离相等，所以⑤错误.

答案：A

二.填空题（每小题 3 分，共 15 分）

11. 地球半径约为 $6\,400\,000m$ ，这个数字用科学记数法表示为_____m.

解析： $6\,400\,000=6.4\times 10^6$ ，

答案： 6.4×10^6

12. 分式方程 $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

解析：去分母得： $x=3(x-2)$ ，

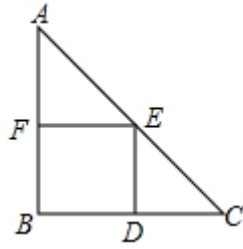
去括号得： $x=3x-6$ ，

解得： $x=3$ ，

经检验 $x=3$ 是分式方程的解.

答案： $x=3$

13. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=10\sqrt{2}$ 。四边形 BDEF 是 $\triangle ABC$ 的内接正方形（点 D、E、F 在三角形的边上）。则此正方形的面积是_____.



解析：∵在 Rt△ABC 中， $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ，

∵ $AB=BC$ ， $AC=10\sqrt{2}$ 。

∴ $2AB^2=200$ ，

∴ $AB=BC=10$ ，

设 $EF=x$ ，则 $AF=10-x$

∵ $EF \parallel BC$ ，

∴ $\triangle AFE \sim \triangle ABC$

∴ $\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AB}$ ，即 $\frac{x}{10} = \frac{10-x}{10}$ ，

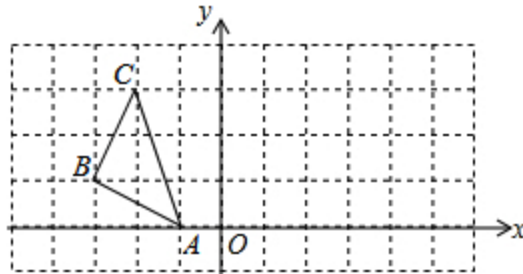
∴ $x=5$ ，

∴ $EF=5$ ，

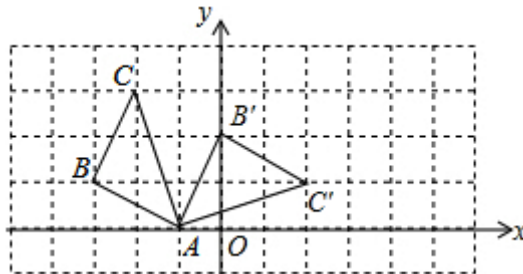
∴此正方形的面积为 $5 \times 5 = 25$ 。

答案：25

14. 如图，△ABC 的三个顶点都在方格纸的格点上，其中点 A 的坐标是 (-1, 0)。现将△ABC 绕点 A 顺时针旋转 90°，则旋转后点 C 的坐标是_____。



解析：如图所示，△AB'C' 即为△ABC 绕点 A 顺时针旋转 90° 后的图形。



则 $C' (2, 1)$ ，即旋转后点 C 的坐标是 (2, 1)。

答案：(2, 1)

15. 各边长度都是整数、最大边长为 8 的三角形共有_____个。

解析：∵各边长度都是整数、最大边长为 8，

∴三边长可以为：

- 1, 8, 8;
 2, 7, 8; 2, 8, 8;
 3, 6, 8; 3, 7, 8; 3, 8, 8;
 4, 5, 8; 4, 6, 8; 4, 7, 8; 4, 8, 8;
 5, 5, 8; 5, 6, 8; 5, 7, 8; 5, 8, 8;
 6, 6, 8; 6, 7, 8; 6, 8, 8;
 7, 7, 8; 7, 8, 8;
 8, 8, 8;

故各边长度都是整数、最大边长为 8 的三角形共有 20 个.

答案: 20

三.解答题 (16-20 题每题 6 分, 21-23 题每小题 8 分, 24 题 10 分, 25 题 11 分, 共 75 分)

16. 计算: $\sqrt{9} + 2015^0 + (-2)^3 + 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$.

解析: 原式第一项利用算术平方根定义计算, 第二项利用零指数幂法则计算, 第三项利用乘方的意义计算, 第四项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

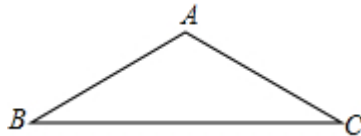
答案: 原式 = $3 + 1 - 8 + 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$.

17. 计算: $\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4}$.

解析: 原式通分并利用同分母分式的减法法则计算, 约分即可得到结果.

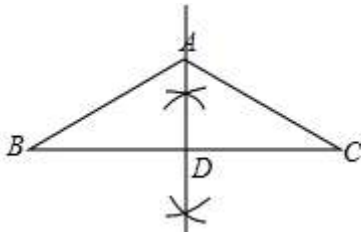
答案: 原式 = $\frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{8}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{x+2}$.

18. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB=AC$, 请你用尺规作图将 $\triangle ABC$ 分成两个全等的三角形, 并说明这两个三角形全等的理由. (保留作图痕迹, 不写作法)



解析: 作出底边 BC 的垂直平分线, 交 BC 于点 D, 利用三线合一得到 D 为 BC 的中点, 可得出三角形 ADB 与三角形 ADC 全等.

答案: 作出 BC 的垂直平分线, 交 BC 于点 D,



$\because AB=AC$,
 $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$, 即 $\angle BAD = \angle CAD$,
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAD, \\ AD=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS).

19. 若正比例函数 $y = k_1x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象有一个交点坐标是 $(-2, 4)$

- (1) 求这两个函数的表达式;
- (2) 求这两个函数图象的另一个交点坐标.

解析: (1) 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 根据联立函数解析式, 可得方程组, 根据解方程组, 可得答案.

答案: (1) 由正比例函数 $y = k_1x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象有一个交点坐标是 $(-2, 4)$, 得

$$4 = -2k_1, 4 = \frac{k_2}{-2}.$$

解得 $k_1 = -2, k_2 = -8$.

正比例函数 $y = -2x$; 反比例函数 $y = \frac{-8}{x}$;

(2) 联立正比例函数与反比例函数, 得

$$\begin{cases} y = -2x \\ y = \frac{-8}{x} \end{cases}$$

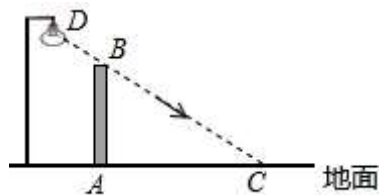
$$\text{解得 } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 4 \end{cases},$$

这两个函数图象的另一个交点坐标 $(2, -4)$.

20. 如图, 在水平地面上竖立着一面墙 AB, 墙外有一盏路灯 D. 光线 DC 恰好通过墙的最高点 B, 且与地面形成 37° 角. 墙在灯光下的影子为线段 AC, 并测得 $AC = 5.5$ 米.

(1) 求墙 AB 的高度 (结果精确到 0.1 米); (参考数据: $\tan 37^\circ \approx 0.75, \sin 37^\circ \approx 0.60, \cos 37^\circ \approx 0.80$)

(2) 如果要缩短影子 AC 的长度, 同时不能改变墙的高度和位置, 请你写出两种不同的方法.



解析: (1) 由 $AC = 5.5, \angle C = 37^\circ$ 根据正切的概念求出 AB 的长;

(2) 从边和角的角度进行分析即可.

答案: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = 5.5, \angle C = 37^\circ$,

$$\tan \angle C = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore AB = AC \cdot \tan C = 5.5 \times 0.75 \approx 4.1;$$

(2) 要缩短影子 AC 的长度，增大 $\angle C$ 的度数即可，

即第一种方法：增加路灯 D 的高度，

第二种方法：使路灯 D 向墙靠近。

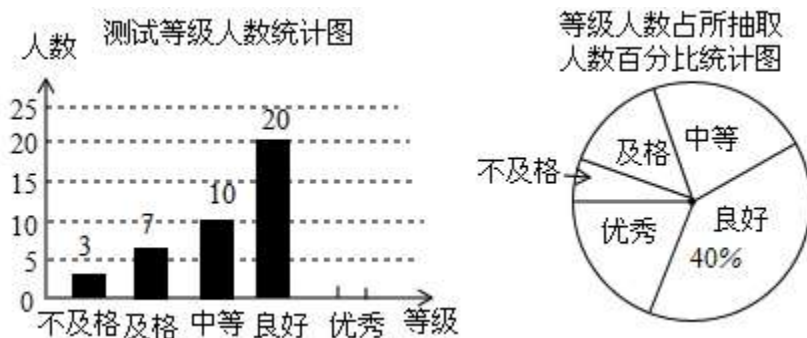
21. 某中学初二年级抽取部分学生进行跳绳测试，并规定：每分钟跳 90 次以下的为不及格；每分钟跳 90~99 次的为及格；每分钟跳 100~109 次的为中等；每分钟跳 110~119 次的为良好；每分钟跳 120 次及以上的为优秀。测试结果整理绘制成如下两幅不完整的统计图。请根据图中信息，解答下列各题：

(1) 参加这次跳绳测试的共有 _____ 人；

(2) 补全条形统计图；

(3) 在扇形统计图中，“中等”部分所对应的圆心角的度数是 _____；

(4) 如果该校初二年级的总人数是 480 人，根据此统计数据，请你估算该校初二年级跳绳成绩为“优秀”的人数。



解析：(1) 利用条形统计图以及扇形统计图得出良好的人数和所占比例，即可得出全班人数；

(2) 利用 (1) 中所求，结合条形统计图得出优秀的人数，进而求出答案；

(3) 利用中等的人数，进而得出“中等”部分所对应的圆心角的度数；

(4) 利用样本估计总体进而利用“优秀”所占比例求出即可。

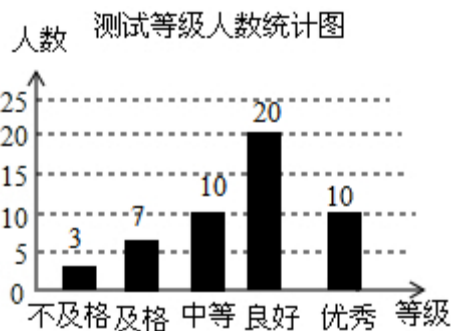
答案：(1) 由扇形统计图和条形统计图可得：

参加这次跳绳测试的共有： $20 \div 40\% = 50$ (人)；

答案：50；

由 (1) 的优秀的人数为： $50 - 3 - 7 - 10 - 20 = 10$ ，

如图所示：



(3) “中等”部分所对应的圆心角的度数是： $\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$ ，

故答案为： 72° ；

(4) 该校初二年级跳绳成绩为“优秀”的人数为： $480 \times \frac{10}{50} = 96$ (人).

答：该校初二年级跳绳成绩为“优秀”的人数为 96 人.

22. 某景点的门票价格如表：

购票人数/人	1~50	51~100	100以上
每人门票价/元	12	10	8

某校七年级(1)、(2)两班计划去游览该景点，其中(1)班人数少于 50 人，(2)班人数多于 50 人且少于 100 人，如果两班都以班为单位单独购票，则一共支付 1118 元；如果两班联合起来作为一个团体购票，则只需花费 816 元.

(1) 两个班各有多少名学生？

(2) 团体购票与单独购票相比较，两个班各节约了多少钱？

解析：(1) 设七年级(1)班有 x 人、七年级(2)班有 y 人，根据如果两班都以班为单位单独购票，则一共支付 1118 元；如果两班联合起来作为一个团体购票，则只需花费 816 元建立方程组求出其解即可；

(2) 用一张票节省的费用 \times 该班人数即可求解.

答案：(1) 设七年级(1)班有 x 人、七年级(2)班有 y 人，由题意，得

$$\begin{cases} 12x + 10y = 1118 \\ 8(x + y) = 816 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 49 \\ y = 53 \end{cases}$$

答：七年级(1)班有 49 人、七年级(2)班有 53 人；

(2) 七年级(1)班节省的费用为： $(12-8) \times 49 = 196$ 元，

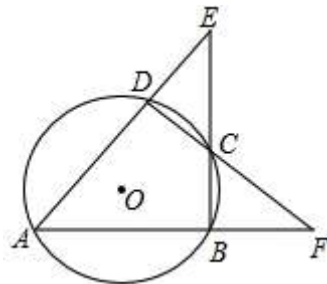
七年级(2)班节省的费用为： $(10-8) \times 53 = 106$ 元.

23. 如图， $\odot O$ 的内接四边形 $ABCD$ 两组对边的延长线分别交于点 E 、 F .

(1) 若 $\angle E = \angle F$ 时，求证： $\angle ADC = \angle ABC$ ；

(2) 若 $\angle E = \angle F = 42^\circ$ 时，求 $\angle A$ 的度数；

(3) 若 $\angle E = \alpha$ ， $\angle F = \beta$ ，且 $\alpha \neq \beta$. 请你用含有 α 、 β 的代数式表示 $\angle A$ 的大小.



解析：(1) 根据外角的性质即可得到结论；

(2) 根据圆内接四边形的性质和等量代换即可求得结果；

(3) 连结 EF ，如图，根据圆内接四边形的性质得 $\angle ECD = \angle A$ ，再根据三角形外角性质得 \angle

$\angle ECD = \angle 1 + \angle 2$, 则 $\angle A = \angle 1 + \angle 2$, 然后根据三角形内角和定理有 $\angle A + \angle 1 + \angle 2 + \angle E + \angle F = 180^\circ$, 即 $2\angle A + \alpha + \beta = 180^\circ$, 再解方程即可.

答案: (1) $\angle E = \angle F$,

$\because \angle DCE = \angle BCF$,

$\therefore \angle ADC = \angle E + \angle DCE$, $\angle ABC = \angle F + \angle BCF$,

$\therefore \angle ADC = \angle ABC$;

(2) 由 (1) 知 $\angle ADC = \angle ABC$,

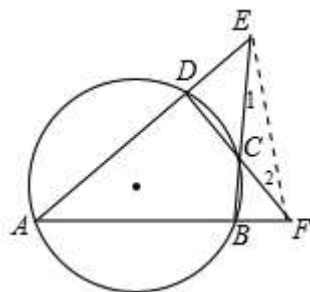
$\because \angle EDC = \angle ABC$,

$\therefore \angle EDC = \angle ADC$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$;

(3) 连结 EF , 如图,



\because 四边形 $ABCD$ 为圆的内接四边形,

$\therefore \angle ECD = \angle A$,

$\because \angle ECD = \angle 1 + \angle 2$,

$\therefore \angle A = \angle 1 + \angle 2$,

$\because \angle A + \angle 1 + \angle 2 + \angle E + \angle F = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle A + \alpha + \beta = 180^\circ$,

$\therefore \angle A = 90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2}$.

24. 如图, 一小球从斜坡 O 点处抛出, 球的抛出路线可以用二次函数 $y = -x^2 + 4x$ 刻画,

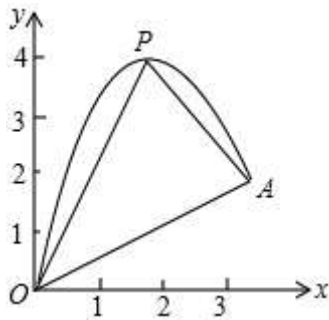
斜坡可以用一次函数 $y = \frac{1}{2}x$ 刻画.

(1) 请用配方法求二次函数图象的最高点 P 的坐标;

(2) 小球的落点是 A , 求点 A 的坐标;

(3) 连接抛物线的最高点 P 与点 O 、 A 得 $\triangle POA$, 求 $\triangle POA$ 的面积;

(4) 在 OA 上方的抛物线上存在一点 M (M 与 P 不重合), $\triangle MOA$ 的面积等于 $\triangle POA$ 的面积. 请直接写出点 M 的坐标.



解析：（1）利用配方法抛物线的一般式化为顶点式，即可求出二次函数图象的最高点 P 的坐标；

（2）联立两解析式，可求出交点 A 的坐标；

（3）作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q， $AB \perp x$ 轴于点 B。根据 $S_{\triangle POA} = S_{\triangle POQ} + S_{\text{梯形 PQBA}} - S_{\triangle BOA}$ ，代入数值计算即可求解；

（4）过 P 作 OA 的平行线，交抛物线于点 M，连结 OM、AM，由于两平行线之间的距离相等，根据同底等高的两个三角形面积相等，可得 $\triangle MOA$ 的面积等于 $\triangle POA$ 的面积。设直线 PM 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + b$ ，将 P(2, 4) 代入，求出直线 PM 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 。再与抛物线的解析式联立，得到方程组

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -x^2 + 4x \end{cases}, \text{ 解方程组即可求出点 M 的坐标.}$$

答案：（1）由题意得， $y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ ，

故二次函数图象的最高点 P 的坐标为 (2, 4)；

（2）联立两解析式可得：

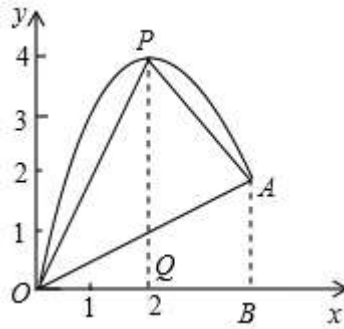
$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases},$$

解得：

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{7}{4} \end{cases}.$$

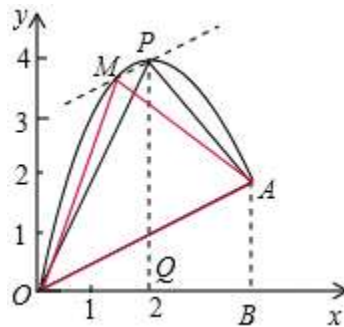
故可得点 A 的坐标为 $(\frac{7}{2}, \frac{7}{4})$ ；

（3）如图，作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q， $AB \perp x$ 轴于点 B。



$$\begin{aligned}
 S_{\triangle POA} &= S_{\triangle POQ} + S_{\text{梯形 } PQBA} - S_{\triangle BOA} \\
 &= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{7}{4} + 4\right) \times \left(\frac{7}{2} - 2\right) - \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{4} \\
 &= 4 + \frac{69}{16} - \frac{49}{16} \\
 &= \frac{21}{4};
 \end{aligned}$$

(4) 过 P 作 OA 的平行线，交抛物线于点 M，连结 OM、AM，则 $\triangle MOA$ 的面积等于 $\triangle POA$ 的面积。



设直线 PM 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + b$,

\because P 的坐标为 (2, 4),

$\therefore 4 = \frac{1}{2} \times 2 + b$, 解得 $b = 3$,

\therefore 直线 PM 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 3$.

$$\text{由 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -x^2 + 4x \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{15}{4} \end{cases},$$

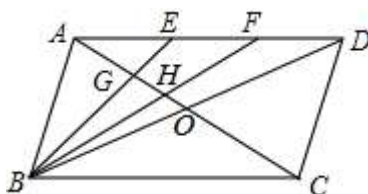
\therefore 点 M 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$.

25. 如图，在平行四边形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，点 E、F 是 AD 上的点，且 $AE = EF = FD$ 。连接 BE、BF，使它们分别与 AO 相交于点 G、H。

(1) 求 EG: BG 的值;

(2) 求证: $AG = OG$;

(3) 设 $AG=a$, $GH=b$, $HO=c$, 求 $a: b: c$ 的值.



解析: (1) 根据平行四边形的性质可得 $AO=\frac{1}{2}AC$, $AD=BC$, $AD\parallel BC$, 从而可得 $\triangle AEG\sim\triangle CBG$, 由 $AE=EF=FD$ 可得 $BC=3AE$, 然后根据相似三角形的性质, 即可求出 $EG: BG$ 的值;

(2) 根据相似三角形的性质可得 $GC=3AG$, 则有 $AC=4AG$, 从而可得 $AO=\frac{1}{2}AC=2AG$, 即可得到 $GO=AO-AG=AG$;

(3) 根据相似三角形的性质可得 $AG=\frac{1}{4}AC$, $AH=\frac{2}{5}AC$, 结合 $AO=\frac{1}{2}AC$, 即可得到 $a=\frac{1}{4}AC$,

$b=\frac{3}{20}AC$, $c=\frac{1}{10}AC$, 就可得到 $a: b: c$ 的值.

答案: (1) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO=\frac{1}{2}AC, AD=BC, AD\parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEG\sim\triangle CBG,$$

$$\therefore \frac{EG}{GB}=\frac{AG}{GC}=\frac{AE}{BC}.$$

$$\because AE=EF=FD,$$

$$\therefore BC=AD=3AE,$$

$$\therefore GC=3AG, GB=3EG,$$

$$\therefore EG: BG=1: 3;$$

(2) $\because GC=3AG$ (已证),

$$\therefore AC=4AG,$$

$$\therefore AO=\frac{1}{2}AC=2AG,$$

$$\therefore GO=AO-AG=AG;$$

(3) $\because AE=EF=FD$,

$$\therefore BC=AD=3AE, AF=2AE.$$

$$\because AD\parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AFH\sim\triangle CBH,$$

$$\therefore \frac{AH}{HC}=\frac{AF}{BC}=\frac{2AE}{3AE}=\frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AH}{AC}=\frac{2}{5}, \text{ 即 } AH=\frac{2}{5}AC.$$

$$\because AC=4AG,$$

$$\therefore a=AG=\frac{1}{4}AC,$$

$$b = AH - AG = \frac{2}{5}AC - \frac{1}{4}AC = \frac{3}{20}AC,$$

$$c = AO - AH = \frac{1}{2}AC - \frac{2}{5}AC = \frac{1}{10}AC,$$

$$\therefore a : b : c = \frac{1}{4} : \frac{3}{20} : \frac{1}{10} = 5 : 3 : 2.$$