

2015 年湖北省黄石市中考真题数学

一. 仔细选一选(每小题 3 分, 共 30 分每小题的四个选项中只有一个是正确的)

1. -5 的倒数是()

A. 5

B. $\frac{1}{5}$

C. -5

D. $-\frac{1}{5}$

解析: -5 与 $-\frac{1}{5}$ 的乘积是 1, 所以 -5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

答案: D.

2. 国家统计局数据显示, 截至 2014 年末全国商品房待售面积约为 62200 万平方米, 该数据用科学记数法可表示为()

A. 6.22×10^4

B. 6.22×10^7

C. 6.22×10^8

D. 6.22×10^9

解析: 将 62200 万用科学记数法表示为 6.22×10^8 .

答案: C

3. 下列运算正确的是()

A. $4m - m = 3$

B. $2m^2 \cdot m^3 = 2m^5$

C. $(-m^3)^2 = m^9$

D. $-(m+2n) = -m+2n$

解析: A、 $4m - m = 3m$, 故此选项错误;

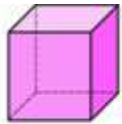
B、 $2m^2 \cdot m^3 = 2m^5$, 正确;

C、 $(-m^3)^2 = m^6$, 故此选项错误;

D、 $-(m+2n) = -m-2n$, 故此选项错误.

答案: B

4. 下列四个立体图形中, 左视图为矩形的是()



①正方体



②球



③圆锥



④圆柱

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ③④

解析：根据左视图是分别从物体左面看，所得到的图形，即可解答.

长方体左视图为矩形；球左视图为圆；圆锥左视图为三角形；圆柱左视图为矩形；因此左视图为矩形的有①④.

答案：B

5. 某班组织了一次读书活动，统计了 10 名同学在一周内的读书时间，他们一周内的读书时间累计如表，则这 10 名同学一周内累计读书时间的中位数是()

一周内累计的读书时间 (小时)	5	8	10	14
人数 (个)	1	4	3	2

A. 8

B. 7

C. 9

D. 10

解析：∵共有 10 名同学，∴第 5 名和第 6 名同学的读书时间的平均数为中位数，

则中位数为： $\frac{8+10}{2}=9$.

答案：C.

6. 在下列艺术字中既是轴对称图形又是中心对称图形的是()



解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

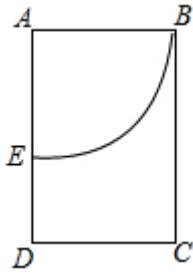
B、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形. 故错误；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故正确.

答案：D.

7. 在长方形 ABCD 中 AB=16, 如图所示裁出一扇形 ABE, 将扇形围成一个圆锥 (AB 和 AE 重合), 则此圆锥的底面半径为()



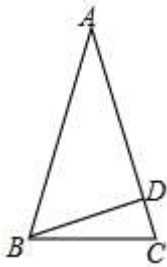
- A. 4
- B. 16
- C. $4\sqrt{2}$
- D. 8

解析：设圆锥的底面圆半径为 r ，依题意，得 $2\pi r = \frac{90\pi \times 16}{180}$ ，解得 $r=4$ 。

故小圆锥的底面半径为 4。

答案：A.

8. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $BD \perp AC$ ， $\angle ABC=72^\circ$ ，则 $\angle ABD=(\quad)$



- A. 36°
- B. 54°
- C. 18°
- D. 64°

解析： $\because AB=AC$ ， $\angle ABC=72^\circ$ ， $\therefore \angle ABC=\angle ACB=72^\circ$ ， $\therefore \angle A=36^\circ$ ，
 $\because BD \perp AC$ ， $\therefore \angle ABD=90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 。

答案：B

9. 当 $1 \leq x \leq 2$ 时， $ax+2 > 0$ ，则 a 的取值范围是()

- A. $a > -1$
- B. $a > -2$
- C. $a > 0$
- D. $a > -1$ 且 $a \neq 0$

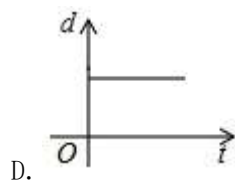
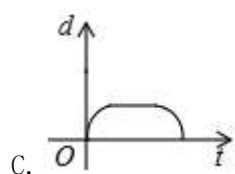
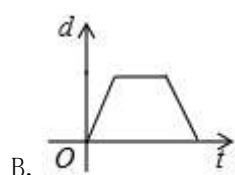
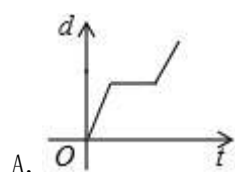
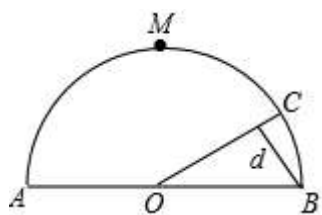
解析：当 $x=1$ 时， $a+2 > 0$ 解得： $a > -2$ ；

当 $x=2$ ， $2a+2 > 0$ ，解得： $a > -1$ ， $\therefore a$ 的取值范围为： $a > -1$ 。

答案：A

10. 如图是自行车骑行训练场地的一部分，半圆 O 的直径 $AB=100$ ，在半圆弧上有一运动员 C 从 B 点沿半圆周匀速运动到 M (最高点)，此时由于自行车故障原地停留了一段时间，修理好

继续以相同的速度运动到 A 点停止. 设运动时间为 t , 点 B 到直线 OC 的距离为 d , 则下列图象能大致刻画 d 与 t 之间的关系是()



解析: 设运动员 C 的速度为 v , 则运动了 t 的路程为 vt ,

设 $\angle BOC = \alpha$, 当点 C 从运动到 M 时, $\because vt = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot 50}{180} = \frac{5\pi\alpha}{18}$, $\therefore \alpha = \frac{18vt}{5\pi}$,

在直角三角形中, $\because d = 50 \sin \alpha = 50 \sin \frac{18vt}{5\pi} = 50 \sin \frac{180v}{\pi} t$,

$\therefore d$ 与 t 之间的关系 $d = 50 \sin \frac{180v}{\pi} t$,

当点 C 从 M 运动到 A 时, d 与 t 之间的关系 $d = 50 \sin(180 - \frac{180v}{\pi} t)$.

答案: C

二. 认真填一填(每小题 3 分, 共 18 分)

11. 分解因式: $3x^2 - 27 =$ _____.

解析: $3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x+3)(x-3)$.

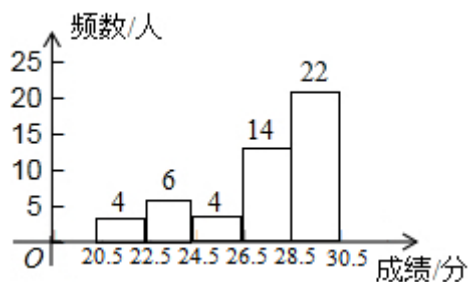
答案: $3(x+3)(x-3)$

12. 反比例函数 $y = \frac{2a-1}{x}$ 的图象有一支位于第一象限, 则常数 a 的取值范围是_____.

解析: \because 反比例函数 $y = \frac{2a-1}{x}$ 的图象有一支位于第一象限, $\therefore 2a-1 > 0$, 解得: $a > \frac{1}{2}$.

答案: $a > \frac{1}{2}$.

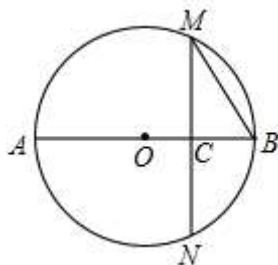
13. 九年级(3)班共有 50 名同学, 如图是该班一次体育模拟测试成绩的频数分布直方图 (满分为 30 分, 成绩均为整数). 若将不低于 23 分的成绩评为合格, 则该班此次成绩达到合格的同学占全班人数的百分比是_____.



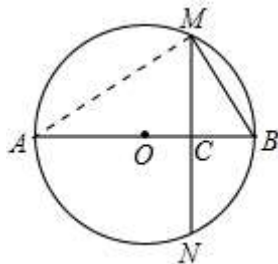
解析: 该班此次成绩达到合格的同学占全班人数的百分比是 $\frac{50-4}{50} \times 100\% = 92\%$.

答案: 92%.

14. 如图, 圆 O 的直径 $AB=8$, $AC=3CB$, 过 C 作 AB 的垂线交圆 O 于 M, N 两点, 连结 MB , 则 $\angle MBA$ 的余弦值为_____.



解析: 如图, 连接 AM ;



$\because AB=8$, $AC=3CB$, $\therefore BC = \frac{1}{4} AB = 2$; $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle AMB = 90^\circ$;

由射影定理得: $BM^2 = AB \cdot CB$, $\therefore BM = 4$, $\cos \angle MBA = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2}$,

答案: $\frac{1}{2}$.

15. 一食堂需要购买盒子存放食物, 盒子有 A, B 两种型号, 单个盒子的容量和价格如表. 现有 15 升食物需要存放且要求每个盒子要装满, 由于 A 型号盒子正做促销活动: 购买三个及三个以上可一次性返还现金 4 元, 则购买盒子所需要最少费用为_____元.

型号	A	B
单个盒子容量 (升)	2	3
单价 (元)	5	6

解析: 设购买 A 种型号盒子 x 个, 购买盒子所需要费用为 y 元, 则购买 B 种盒子的个数为 $\frac{15-2x}{3}$ 个,

①当 $0 \leq x < 3$ 时, $y = 5x + \frac{15-2x}{3} \times 6 = x + 30$,

$\because k=1 > 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而增大, \therefore 当 $x=0$ 时, y 有最小值, 最小值为 30 元;

②当 $3 \leq x$ 时, $y = 5x + \frac{15-2x}{3} \times 6 - 4 = 26 + x$,

$\because k=1 > 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而增大, \therefore 当 $x=3$ 时, y 有最小值, 最小值为 29 元;

综合①②可得, 购买盒子所需要最少费用为 29 元.

答案: 29

16. 现有多个全等直角三角形, 先取三个拼成如图 1 所示的形状, R 为 DE 的中点, BR 分别交 AC, CD 于 P, Q, 易得 BP: QR: QR=3: 1: 2.

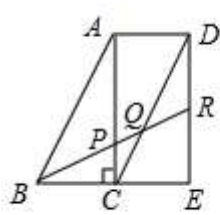


图1

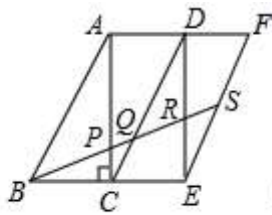


图2

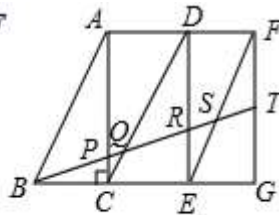


图3

(1) 若取四个直角三角形拼成如图 2 所示的形状, S 为 EF 的中点, BS 分别交 AC, CD, DE 于 P, Q, R, 则 BP: PQ: QR: RS=_____.

(2) 若取五个直角三角形拼成如图 3 所示的形状, T 为 FG 的中点, BT 分别交 AC, CD, DE, EF 于 P, Q, R, S, 则 BP: PQ: QR: RS: ST=_____.

解析: (1) \because 四个直角三角形是全等三角形,

$\therefore AB=EF=CD$, $AB \parallel EF \parallel CD$, $BC=CE$, $AC \parallel DE$, $\therefore BP: PR=BC: CE=1$,

$\because CD \parallel EF$, $\therefore \triangle BCQ \sim \triangle BES$.

又 $\because BC=CE \therefore CQ = \frac{1}{2} SE = \frac{1}{4} EF$, $\therefore DQ = \frac{3}{4} EF$,

$\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle ABP = \angle DQR$.

又 $\because \angle BAP = \angle QDR$, $\therefore \triangle BAP \sim \triangle QDR$. $\therefore BP : QR = 4 : 3$. $\therefore BP : PQ : QR = 4 : 1 : 3$,
 $\because DQ \parallel SE$, $\therefore QR : RS = DQ : SE = 3 : 2$, $\therefore BP : PQ : QR : RS = 4 : 1 : 3 : 2$.

(2) \because 五个直角三角形是全等直角三角形

$\therefore AB = CD = EF$, $AB \parallel CD \parallel EF$, $AC = DE = GF$, $AC \parallel DE \parallel GF$, $BC = CE = EG$, $\therefore BP = PR = RT$,

$\because AC \parallel DE \parallel GF$, $\therefore \triangle BPC \sim \triangle BER \sim \triangle BTG$, $\therefore PC = \frac{1}{3}TG = \frac{1}{6}FG$, $RE = \frac{2}{3}TG = \frac{1}{3}FG$,

$\therefore AP = \frac{5}{6}FG$, $DR = \frac{2}{3}FG$, $FT = \frac{1}{2}FG$. $\therefore AP : DR : FT = 5 : 4 : 3$.

$\because AC \parallel DE \parallel GF$, $\therefore \angle BPA = \angle QRD = \angle STF$.

又 $\because \angle BAP = \angle QDR = \angle SFT$, $\therefore \triangle BAP \sim \triangle QDR \sim \triangle SFT$. $\therefore BP : QR : ST = AP : DR : FT = 5 : 4 : 3$.

又 $\because BP : QR : RT = 1 : 1 : 1$,

$\therefore BP : PQ : QR : RS : ST = 5 : (5-4) : 4 : (5-3) : 3 = 5 : 1 : 4 : 2 : 3$.

答案: 5 : 1 : 4 : 2 : 3.

三. 解答题(9个小题, 共72分)

17. 计算: $-\sqrt{8} + |-\sqrt{2}| + 2\sin 45^\circ + \pi^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$.

解析: 原式第一项化为最简二次根式, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 第三项利用特殊角的三角函数值计算, 第四项利用零指数幂法则计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

答案: 原式 $= -2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 2 = 3$.

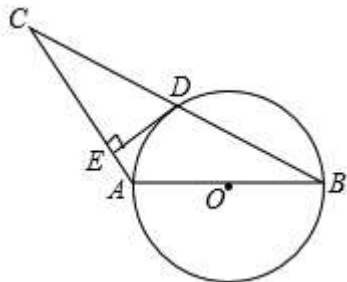
18. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x} \div (\frac{2}{x} - 1)$, 其中 $x = 2 - \sqrt{2}$.

解析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

答案: 原式 $= \frac{(x-2)^2}{x} \div \frac{2-x}{x} = -\frac{(x-2)^2}{x} \cdot \frac{x}{x-2} = -x+2$,

当 $x = 2 - \sqrt{2}$ 时, 原式 $= -2 + \sqrt{2} + 2 = \sqrt{2}$.

19. 如图, $\odot O$ 的直径 $AB = 4$, $\angle ABC = 30^\circ$, BC 交 $\odot O$ 于 D , D 是 BC 的中点.



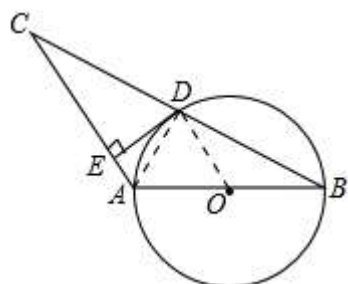
(1) 求 BC 的长;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E, 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线.

解析: (1) 根据圆周角定理求得 $\angle ADB = 90^\circ$, 然后解直角三角形即可求得 BD, 进而求得 BC 即可;

(2) 要证明直线 DE 是 $\odot O$ 的切线只要证明 $\angle EDO = 90^\circ$ 即可.

答案: (1) 连接 AD,



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

又 $\because \angle ABC = 30^\circ$, $AB = 4$, $\therefore BD = 2\sqrt{3}$, $\because D$ 是 BC 的中点, $\therefore BC = 2BD = 4\sqrt{3}$.

(2) 连接 OD.

$\because D$ 是 BC 的中点, O 是 AB 的中点, $\therefore DO$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore OD \parallel AC$, 则 $\angle EDO = \angle CED$

又 $\because DE \perp AC$, $\therefore \angle CED = 90^\circ$, $\angle EDO = \angle CED = 90^\circ$ $\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

20. 解方程组
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4, \\ \sqrt{3}x + 2y = 2. \end{cases}$$

解析: 由②得 $4y^2 = 4 - 4\sqrt{3}x + 3x^2$ ③, 把③代入①解答即可.

答案:
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \text{①}, \\ \sqrt{3}x + 2y = 2 \text{②}, \end{cases}$$
 由②得 $4y^2 = 4 - 4\sqrt{3}x + 3x^2$ ③,

把③代入①得: $x^2 - \sqrt{3}x = 0$, 解得: $x_1 = 0$, $x_2 = \sqrt{3}$,

当 $x_1 = 0$ 时, $y_1 = 1$; 当 $x_2 = \sqrt{3}$ 时, $y_2 = -\frac{1}{2}$, 所以方程组的解是
$$\begin{cases} x_1 = 0, \\ y_2 = 1, \end{cases} \begin{cases} x_2 = \sqrt{3}, \\ y_2 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

21. 父亲节快到了, 明明准备为爸爸煮四个大汤圆作早点: 一个芝麻馅, 一个水果馅, 两个花生馅, 四个汤圆除内部馅料不同外, 其它一切均相同.

(1) 求爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的概率;

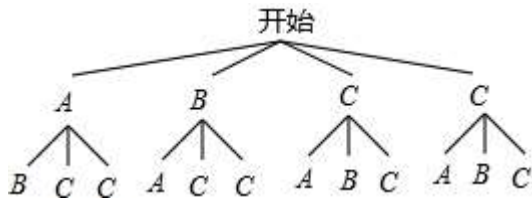
(2) 若给爸爸再增加一个花生馅的汤圆, 则爸爸吃前两个汤圆都是花生馅的可能性是否会增大? 请说明理由.

解析: (1) 首先分别用 A, B, C 表示芝麻馅、水果馅、花生馅的大汤圆, 然后根据题意画树状图, 再由树状图求得所有等可能的结果与爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的情况, 然后利用概率公式求解即可求得答案;

(2) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与爸爸吃前两个汤圆都

是花生的情况，再利用概率公式即可求得给爸爸再增加一个花生馅的汤圆，则爸爸吃前两个汤圆都是花生的概率，比较大小，即可知爸爸吃前两个汤圆都是花生的可能性是否会增大。

答案：(1) 分别用 A, B, C 表示芝麻馅、水果馅、花生馅的大汤圆，画树状图得：

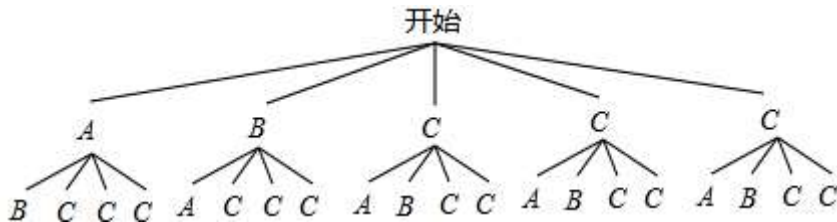


∴ 共有 12 种等可能的结果，爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的有 2 种情况，

∴ 爸爸吃前两个汤圆刚好都是花生馅的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

(2) 会增大。

理由：分别用 A, B, C 表示芝麻馅、水果馅、花生馅的大汤圆，画树状图得：

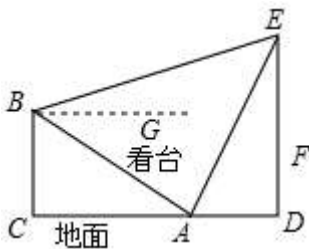


∴ 共有 20 种等可能的结果，爸爸吃前两个汤圆都是花生的有 6 种情况，

∴ 爸爸吃前两个汤圆都是花生的概率为： $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} > \frac{1}{6}$ ；

∴ 给爸爸再增加一个花生馅的汤圆，则爸爸吃前两个汤圆都是花生的可能性会增大。

22. 如图所示，体育场内一看台与地面所成夹角为 30° ，看台最低点 A 到最高点 B 的距离为 $10\sqrt{3}$ ，A, B 两点正前方有垂直于地面的旗杆 DE. 在 A, B 两点处用仪器测量旗杆顶端 E 的仰角分别为 60° 和 15° (仰角即视线与水平线的夹角)



(1) 求 AE 的长；

(2) 已知旗杆上有一面旗在离地 1 米的 F 点处，这面旗以 0.5 米/秒的速度匀速上升，求这面旗到达旗杆顶端需要多少秒？

解析：(1) 先求得 $\angle ABE$ 和 $\angle AEB$ ，利用等腰直角三角形即可求得 AE；

(2) 在 $RT\triangle ADE$ 中，利用 $\sin \angle EAD = \frac{DE}{AE}$ ，求得 ED 的长，即可求得这面旗到达旗杆顶端需要的时间。

答案：(1) ∵ $BG \parallel CD$, ∴ $\angle GBA = \angle BAC = 30^\circ$,

又 $\because \angle GBE=15^\circ$ ， $\therefore \angle ABE=45^\circ$ ，

$\because \angle EAD=60^\circ$ ， $\therefore \angle BAE=90^\circ$ ， $\therefore \angle AEB=45^\circ$ ， $\therefore AB=AE=10\sqrt{3}$ ，故 AE 的长为 $10\sqrt{3}$ 米.

(2) 在 $RT\triangle ADE$ 中， $\sin \angle EAD = \frac{DE}{AE}$ ， $\therefore DE = 10\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15$ ，

又 $\because DF=1$ ， $\therefore FE=14$ ， \therefore 时间 $t = \frac{14}{0.5} = 28$ (秒).

故旗子到达旗杆顶端需要 28 秒.

23. 大学毕业生小王响应国家“自主创业”的号召，利用银行小额无息贷款开办了一家饰品店. 该店购进一种今年新上市的饰品进行销售，饰品的进价为每件 40 元，售价为每件 60 元，每月可卖出 300 件. 市场调查反映：调整价格时，售价每涨 1 元每月要少卖 10 件；售价每下降 1 元每月要多卖 20 件. 为了获得更大的利润，现将饰品售价调整为 $60+x$ (元/件) ($x>0$ 即售价上涨， $x<0$ 即售价下降)，每月饰品销量为 y (件)，月利润为 w (元).

(1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 如何确定销售价格才能使月利润最大？求最大月利润；

(3) 为了使每月利润不少于 6000 元应如何控制销售价格？

解析：(1) 直接根据题意售价每涨 1 元每月要少卖 10 件；售价每下降 1 元每月要多卖 20 件，进而得出等量关系；

(2) 利用每件利润 \times 销量=总利润，进而利用配方法求出即可；

(3) 利用函数图象结合一元二次方程的解法得出符合题意的答案.

答案：(1) 由题意可得： $y = \begin{cases} 300 - 10x (0 \leq x \leq 30), \\ 300 - 20x (-20 \leq x < 0). \end{cases}$

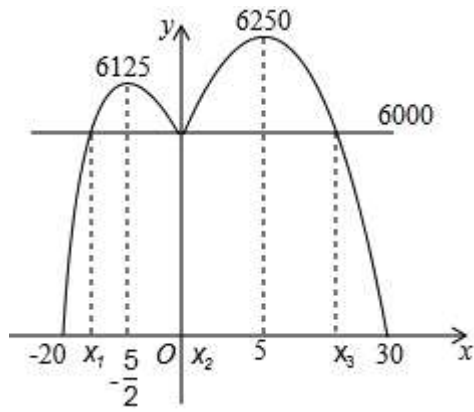
(2) 由题意可得： $w = \begin{cases} (20+x)(300-10x) (0 \leq x \leq 30), \\ (20+x)(300-20x) (-20 \leq x < 0), \end{cases}$

化简得： $w = \begin{cases} -10x^2 + 100x + 6000 (0 \leq x \leq 30), \\ -20x^2 - 100x + 6000 (-20 \leq x < 0), \end{cases}$

即 $w = \begin{cases} -10(x-5)^2 + 6250 (0 \leq x \leq 30), \\ -20\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 6125 (-20 \leq x < 0), \end{cases}$

由题意可知 x 应取整数，故当 $x=-2$ 或 $x=-3$ 时， $w < 6125 < 6250$ ，故当销售价格为 65 元时，利润最大，最大利润为 6250 元.

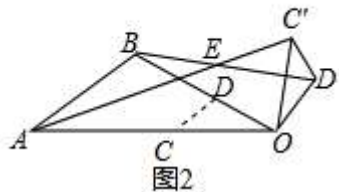
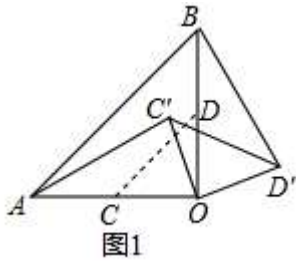
(3) 由题意 $w \geq 6000$ ，如图，令 $w=6000$ ，



即 $6000 = -10(x-5)^2 + 6250$, $6000 = -20(x + \frac{5}{2})^2 + 6125$, 解得: $x_1 = -5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 10$,

$-5 \leq x \leq 10$, 故将销售价格控制在 55 元到 70 元之间(含 55 元和 70 元)才能使每月利润不少于 6000 元.

24. 在 $\triangle AOB$ 中, C, D 分别是 OA, OB 边上的点, 将 $\triangle OCD$ 绕点 O 顺时针旋转到 $\triangle OC'D'$.



(1) 如图 1, 若 $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = OB$, C, D 分别为 OA, OB 的中点, 证明: ① $AC' = BD'$; ② $AC' \perp BD'$;

(2) 如图 2, 若 $\triangle AOB$ 为任意三角形且 $\angle AOB = \theta$, $CD \parallel AB$, AC' 与 BD' 交于点 E , 猜想 $\angle AEB = \theta$ 是否成立? 请说明理由.

解析: (1) ①由旋转的性质得出 $OC = OC'$, $OD = OD'$, $\angle AOC' = \angle BOD'$, 证出 $OC' = OD'$, 由 SAS 证明 $\triangle AOC' \cong \triangle BOD'$, 得出对应边相等即可;

②由全等三角形的性质得出 $\angle OAC' = \angle OBD'$, 又由对顶角相等和三角形内角和定理得出 $\angle BEA = 90^\circ$, 即可得出结论;

(2) 由旋转的性质得出 $OC = OC'$, $OD = OD'$, $\angle AOC' = \angle BOD'$, 由平行线得出比例式

$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}$, 得出 $\frac{OC'}{OD'} = \frac{OA}{OB}$, 证明 $\triangle AOC' \sim \triangle BOD'$, 得出 $\angle OAC' = \angle OBD'$ 再由对顶角

相等和三角形内角和定理即可得出 $\angle AEB = \theta$.

答案: (1) ① $\because \triangle OCD$ 旋转到 $\triangle OC'D'$, $\therefore OC = OC'$, $OD = OD'$, $\angle AOC' = \angle BOD'$, $\because OA = OB$, C, D 为 OA, OB 的中点, $\therefore OC = OD$, $\therefore OC' = OD'$,

在 $\triangle AOC'$ 和 $\triangle BOD'$ 中, $\begin{cases} OA = OB, \\ \angle AOC' = \angle BOD', \\ OC' = OD', \end{cases} \therefore \triangle AOC' \cong \triangle BOD' \text{ (SAS)}, \therefore AC' = BD'$;

② 延长 AC' 交 BD' 于 E , 交 BO 于 F , 如图 1 所示:

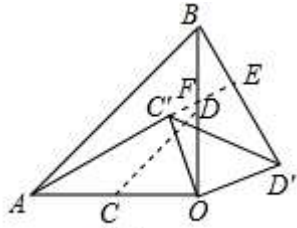


图1

$\because \triangle AOC' \cong \triangle BOD'$, $\therefore \angle OAC' = \angle OBD'$,
 又 $\angle AFO = \angle BFE$, $\angle OAC' + \angle AFO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OBD' + \angle BFE = 90^\circ$, $\therefore \angle BEA = 90^\circ$, $\therefore AC' \perp BD'$;
 (2) $\angle AEB = \theta$ 成立, 理由如下: 如图 2 所示:

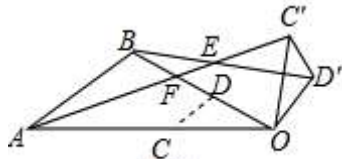


图2

$\because \triangle OCD$ 旋转到 $\triangle OC'D'$, $\therefore OC = OC'$, $OD = OD'$, $\angle AOC' = \angle BOD'$,
 $\because CD \parallel AB$, $\therefore \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}$, $\therefore \frac{OC'}{OA} = \frac{OD'}{OB}$, $\therefore \frac{OC'}{OD'} = \frac{OA}{OB}$,
 又 $\angle AOC' = \angle BOD'$, $\therefore \triangle AOC' \sim \triangle BOD'$, $\therefore \angle OAC' = \angle OBD'$,
 又 $\angle AFO = \angle BFE$, $\therefore \angle AEB = \angle AOB = \theta$.

25. 已知双曲线 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) , 直线 $l_1: y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2})$ ($k < 0$) 过定点 F 且与双曲线交于 A ,

B 两点, 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$) , 直线 $l_2: y = -x + \sqrt{2}$.

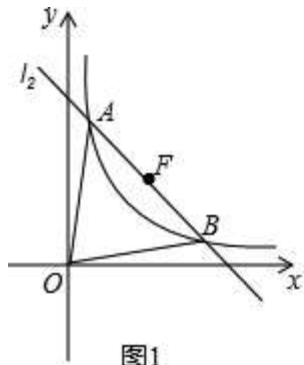


图1

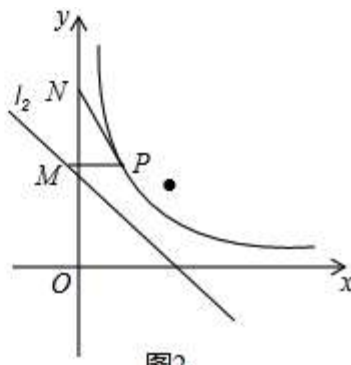


图2

(1) 若 $k = -1$, 求 $\triangle OAB$ 的面积 S ;

(2) 若 $AB = \frac{5}{2}\sqrt{2}$, 求 k 的值 ;

(3) 设 $N(0, 2\sqrt{2})$, P 在双曲线上, M 在直线 l_2 上且 $PM \parallel x$ 轴, 求 $PM + PN$ 最小值, 并求 $PM + PN$ 取得最小值时 P 的坐标. (参考公式: 在平面直角坐标系中, 若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 则 A, B 两点间的距离为 $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$)

解析：(1) 将 l_1 与 $y = \frac{1}{x}$ 组成方程组，即可得到 C 点坐标，从而求出 $\triangle OAB$ 的面积；

$$(2) \text{ 根据题意得: } \begin{cases} y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2}), \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$

整理得： $kx^2 + \sqrt{2}(1-k)x - 1 = 0 (k < 0)$ ，根据根与系数的关系得到 $2k^2 + 5k + 2 = 0$ ，从而求出 k 的值；

(3) 设 $P(x, \frac{1}{x})$ ，则 $M(-\frac{1}{x} + \sqrt{2}, \frac{1}{x})$ ，根据 $PM = PF$ ，求出点 P 的坐标。

答案：(1) 当 $k=1$ 时， $l_1: y = -x + 2\sqrt{2}$ ，

$$\text{联立得, } \begin{cases} y = -x + 2\sqrt{2}, \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \text{化简得 } x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0, \text{ 解得: } x_1 = \sqrt{2} - 1, x_2 = \sqrt{2} + 1,$$

设直线 l_1 与 y 轴交于点 C，则 $C(0, 2\sqrt{2})$ 。

$$S_{\triangle OAB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot (x_2 - x_1) = 2\sqrt{2};$$

$$(2) \text{ 根据题意得: } \begin{cases} y - \sqrt{2} = k(x - \sqrt{2}), \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \text{整理得: } kx^2 + \sqrt{2}(1-k)x - 1 = 0 (k < 0),$$

$$\therefore \Delta = [\sqrt{2}(1-k)]^2 - 4 \times k \times (-1) = 2(1+k^2) > 0,$$

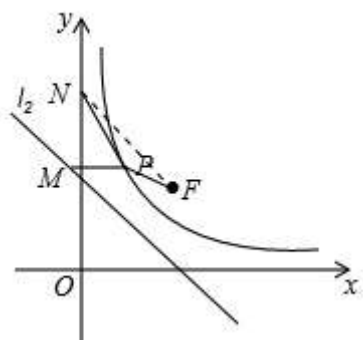
$$\therefore x_1, x_2 \text{ 是方程的两根, } \therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{\sqrt{2}(k-1)}{k}, \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{k} \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \therefore AB &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right)^2} \\ &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 \left(1 + \frac{1}{x_1 \cdot x_2}\right)} = \sqrt{[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2] \left(1 + \frac{1}{x_1 \cdot x_2}\right)}, \end{aligned}$$

$$\text{将 } \textcircled{1} \text{ 代入得, } AB = \sqrt{\frac{2(k^2+1)^2}{k^2}} = \frac{\sqrt{2}(k^2+1)}{-k} (k < 0), \therefore \frac{\sqrt{2}(k^2+1)}{-k} = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

整理得： $2k^2 + 5k + 2 = 0$ ，解得： $k = -2$ ，或 $k = \frac{1}{2}$ 。

(3) $F(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ，如图：



设 $P(x, \frac{1}{x})$, 则 $M(-\frac{1}{x} + \sqrt{2}, \frac{1}{x})$,

$$\text{则 } PM = x + \frac{1}{x} - \sqrt{2} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x} - 2\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4},$$

$$\because PF = \sqrt{\left(x - \sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x} - \sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4},$$

$\therefore PM = PF. \therefore PM + PN = PF + PN \geq NF = 2$,

当点 P 在 NF 上时等号成立, 此时 NF 的方程为 $y = -x + 2\sqrt{2}$,

由(1)知 $P(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$, \therefore 当 $P(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$ 时, $PM + PN$ 最小值是 2.