绝密★启用前

辽宁省铁岭市2019年中考数学试卷

试卷副标题

考试范围：xxx；考试时间：100分钟；命题人：xxx

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

第I卷（选择题）

请点击修改第I卷的文字说明

评卷人	得分

一、单选题

1．2的相反数是（　　）

A． $\frac{1}{2}$　　**B．2**　　**C．** -2　　**D．0**

【答案】C

【解析】

【分析】

根据相反数的意义，只有符号不同的数为相反数．

【详解】

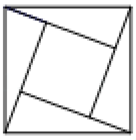
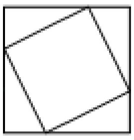
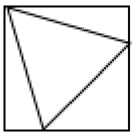
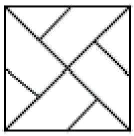
解：根据相反数的定义，2的相反数是-2．

故选：C．

【点睛】

本题考查了相反数的意义．注意掌握只有符号不同的数为相反数，0的相反数是0．

2．下面四个图形中，属于轴对称图形的是（　　）

A． 　**B．** 　**C．** 　**D．** 

【答案】C

【解析】

【分析】

由定义可知，如果将一个图形沿某条直线折叠后，直线两旁的部分能够互相重合，那么

这个图形是轴对称图形；接下来，根据上述定义对各选项中的图形进行分析，即可做出判断.

【详解】

根据轴对称图形的定义可知：选项 A、B、D 所给的图形均不是轴对称图形，只有选项 C 的图形是轴对称图形.

故选 C.

【点睛】

此题考查轴对称图形的判断，解题关键在于握判断一个图形是否为轴对称图形的方法.

3．下列运算正确的是（　　）

A． $x^8 \div x^4 = x^2$　　**B．** $x + x^2 = x^3$

C． $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$　　**D．** $(-x^3y)^2 = x^6y^2$

【答案】D

【解析】

【分析】

根据各个选项中的式子，可以计算出正确的结果，从而可以解答本题.

【详解】

解：∵ $x^8 \div x^4 = x^4$，故选项 A 错误；

∵ $x + x^2$ 不能合并，故选项 B 错误；

∵ $x^3 \cdot x^5 = x^8$，故选项 C 错误；

∵ $(-x^3y)^2 = x^6y^2$，故选项 D 正确；

故选：D.

【点睛】

本题考查整式的运算，解答本题的关键是明确整式的运算法则．同底数的幂相乘，底数不变，指数相加；同底数幂相除，底数不变指数相减；积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；合并同类项时，把同类项的系数相加，所得和作为合并后的系数，字母和字母的指数不变.

4．为了建设“书香校园”，某班开展捐书活动班长将本班 44 名学生捐书情况统计如下：

捐书本数	**2**	**3**	**4**	**5**	**8**	**10**
捐书人数	**2**	**5**	**12**	**21**	**3**	**1**

该组数据捐书本数的众数和中位数分别为（　　）

A．5，5　　B．21，8　　C．10，4.5　　D．5，4.5

【答案】A

【解析】

【分析】

中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个.

【详解】

解：由表可知，15 出现次数最多，所以众数为 5；

由于一共调查了 44 人，

所以中位数为排序后的第 22 和第 23 个数的平均数，即：5.

故选：A.

【点睛】

本题考查了确定一组数据的中位数和众数的能力，要明确定义，一些学生往往对这个概念掌握不清楚，计算方法不明确而误选其它选项，注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5．某公司招聘职员，公司对应聘者进行了面试和笔试（满分均为 100 分），规定笔试成绩占 40%，面试成绩占 60%. 应聘者蕾蕾的笔试成绩和面试成绩分别为 95 分和 90 分，她的最终得分是（　　）

A．92.5 分　　B．90 分　　C．92 分　　D．95 分

【答案】C

【解析】

【分析】

根据加权平均数的计算公式和笔试成绩占 40%，面试成绩占 60%，列出算式，再进行计算即可.

【详解】

解：根据题意得：

$95\times40\%+90\times60\%=92$（分）.

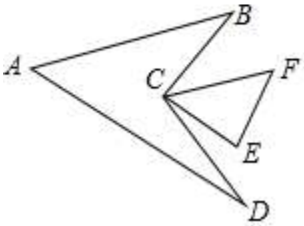
答：她的最终得分是 92 分.

故选：C.

【点睛】

本题考查的是加权平均数的求法，在计算过程中要弄清楚各数据的权．

6．如图，在$\triangle CEF$中，$\angle E=80^{\circ}$，$\angle F=50^{\circ}$，$AB\parallel CF$，$AD\parallel CE$，连接*BC*，*CD*，则$\angle A$的度数是（　　）



A．45°　　　　B．50°　　　　C．55°　　　　D．80°

【答案】B

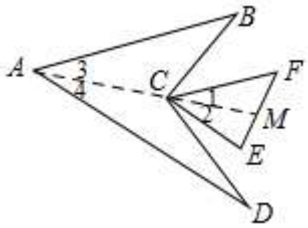
【解析】

【分析】

连接*AC*并延长交*EF*于点*M*．由平行线的性质得$\angle 3=\angle 1$，$\angle 2=\angle 4$，再由等量代换得$\angle BAD=\angle 3+\angle 4=\angle 1+\angle 2=\angle FCE$，先求出$\angle FCE$即可求出$\angle A$．

【详解】

解：连接*AC*并延长交*EF*于点*M*．



$\because AB\parallel CF$，

$\therefore \angle 3=\angle 1$，

$\because AD\parallel CE$，

$\therefore \angle 2=\angle 4$，

$\therefore \angle BAD=\angle 3+\angle 4=\angle 1+\angle 2=\angle FCE$，

$\because \angle FCE=180^{\circ}-\angle E-\angle F=180^{\circ}-80^{\circ}-50^{\circ}=50^{\circ}$，

$\therefore \angle BAD=\angle FCE=50^{\circ}$，

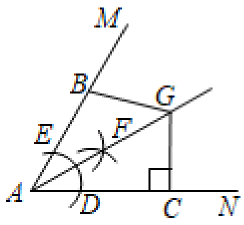
故选：B．

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质以及三角形的内角和定理，属于基础题型．

7．如图，$\angle MAN=60^{\circ}$，点*B*为*AM*上一点，以点*A*为圆心、任意长为半径画弧，

交 **AM** 于点 **E**，交 **AN** 于点 **D**．再分别以点 **D**，**E** 为圆心、大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径画弧，两弧交于点 **F**．作射线 **AF**，在 **AF** 上取点 **G**，连接 **BG**，过点 **G** 作 $GC \perp AN$ ，垂足为点 **C**．若 $AG=6$ ，则 **BG** 的长可能为（　　）



A．1　　　　**B．2**　　　　**C．**$\sqrt{3}$　　　　**D．**$2\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】

利用基本作图得到 AG 平分 $\angle MON$ ，所以 $\angle NAG=\angle MAG=30°$，利用含 30 度的直角三角形三边的关系得到 $GC=3$，根据角平分线的性质得到 G 点到 AM 的距离为 3，然后对各选项进行判断．

【详解】

解：由作法得 AG 平分 $\angle MON$ ，

$\therefore \angle NAG=\angle MAG=30°$，

$\because GC \perp AN$ ，

$\therefore \angle ACG=90°$，

$\therefore GC=\frac{1}{2}AG=\frac{1}{2}\times 6=3$，

$\because AG$ 平分 $\angle MAN$ ，

$\therefore G$ 点到 AM 的距离为 3，

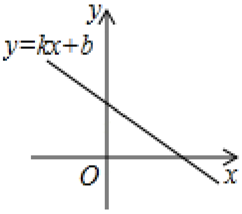
$\therefore BG \geq 3$．

故选：D．

【点睛】

本题考查了作图-基本作图：熟练掌握 5 种基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）．

8．在平面直角坐标系中，函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，则下列判断正确的是（　　）



A． $k>0$　　**B．** $b<0$　　**C．** $k\cdot b>0$　　**D．** $k\cdot b<0$

【答案】D

【解析】

【分析】

根据一次函数的图象与系数的关系进行解答即可．

【详解】

解：∵一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过一、二、四象限，

$\therefore k<0$， $b>0$．

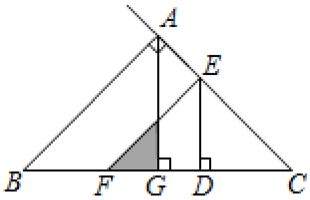
$\therefore kb<0$，

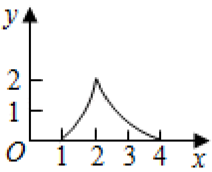
故选：D．

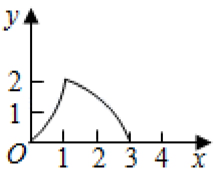
【点睛】

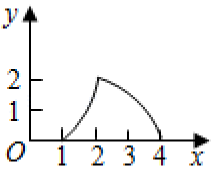
本题考查的是一次函数的图象与系数的关系，即一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 中，当 $\mathrm{k}<0$， $b>0$ 时图象在一、二、四象限．

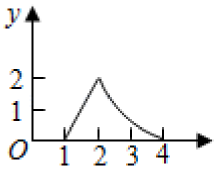
9．如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $BC=4$ ， $AG\perp BC$ 于点 *G*，点 *D* 为 *BC* 边上一动点，$DE\perp BC$ 交射线 *CA* 于点 *E*，作 $\triangle DEC$ 关于 *DE* 的轴对称图形得到 $\triangle DEF$ ，设 *CD* 的长为 *x*， $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABG$ 重合部分的面积为 *y*．下列图象中，能反映点 *D* 从点 *C* 向点 *B* 运动过程中，*y* 与 *x* 的函数关系的是（　　）



A．


B．


C．


D．


【答案】A

【解析】

【分析】

根据等腰三角形的性质可得 $BG=GC=\frac{1}{2}BC=2$，由△DEC 与△DEF 关于 DE 对称，即可求出当点 F 与 G 重合时 x 的值，再根据分段函数解题即可.

【详解】

解：∵ $AB=AC$， $AG\perp BC$，∴ $BG=GC=\frac{1}{2}BC=2$，

∵△DEC 与△DEF 关于 DE 对称，

∴ $FD=CD=x$． 当点 F 与 G 重合时， $FC=GC$，即 $2x=2$，∴ $x=1$，当点 F 与点 B 重合时， $FC=BC$，即 $2x=4$，∴ $x=2$，

如图 1，当 $0\le x\le 1$ 时， $y=0$，∴B 选项错误；

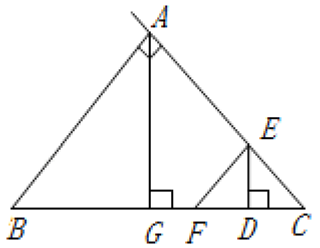


图1

如图 2，当 $1<x\le 2$ 时， $y=\frac{1}{2}FG^2=\frac{1}{2}\left(2x-2\right)^2=2\left(x-1\right)^2$，∴选项 D 错误；

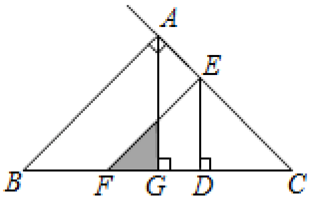
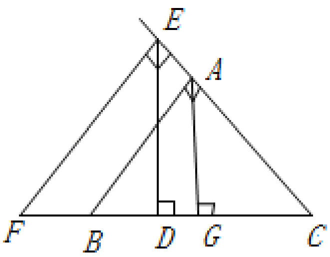


图2

如图 3，当 $2<x\le 4$ 时， $y=\frac{1}{2}BD^2=\frac{1}{2}\left(4-x\right)^2$，∴选项 C 错误.



故选：A.

【点睛】

本题主要考查了动点问题的函数图象问题，根据几何知识求出函数解析式是解题的关键.

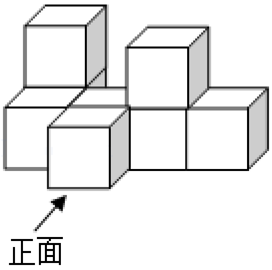
第 II 卷（非选择题）

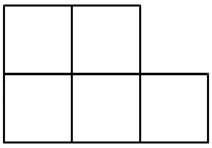
请点击修改第 II 卷的文字说明

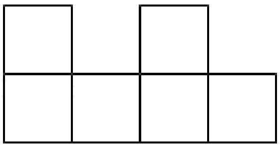
评卷人	得分

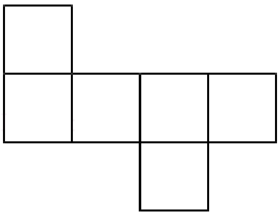
二、填空题

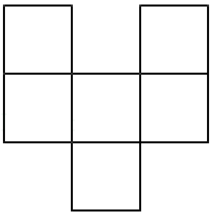
10．如图所示几何体的主视图是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

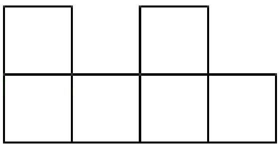
【解析】

【分析】

找到从正面看所得到的图形即可.

【详解】

解：从正面可看到的图形是：



故选：B.

【点睛】

本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

11．我国科技成果转化 2018 年度报告显示：2017 年，我国公立研发机构、高等院校的科技成果转化合同总金额达到 12100000000 元. 将数据 12100000000 用科学记数法表示为______.

【答案】1.21×10^{10}

【解析】

【分析】

科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，整数位数减1即可．当原数绝对值>10时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

【详解】

解：$12100000000=1.21\times10^{10}$，

故答案为：1.21×10^{10}．

【点睛】

此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

12．若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是______．

【答案】$x\geq1$

【解析】

【分析】

直接利用二次根式有意义的条件进而得出答案．

【详解】

解：若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，

则$x-1\geq0$，

解得：$x\geq1$．

故答案为：$x\geq1$．

【点睛】

此题主要考查了二次根式有意义的条件，正确把握二次根式的定义是解题关键．

13．一个不透明的布袋中只装有红球和白球两种球，它们除颜色外其余均相同．若白球有9个，摸到白球的概率为0.75，则红球的个数是______．

【答案】3

【解析】

【分析】

设红球的个数是x，根据概率公式列出算式，再进行计算即可．

【详解】

解：设红球的个数是 x，根据题意得：

$\dfrac{9}{9+x}=0.75$，

解得：$x=3$，

答：红球的个数是 3;

故答案为：3.

【点睛】

此题考查了概率公式，用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比.

14．若 x，y 满足方程组 $\begin{cases}3x+y=17\\x-y=3\end{cases}$，则 $x+y=$______.

【答案】7

【解析】

【分析】

方程组利用加减消元法求出解得到 x 与 y 的值，代入原式计算即可求出值.

【详解】

解：$\begin{cases}3x+y=17①\\x-y=3②\end{cases}$，

①＋② 得：$4x=20$，

解得：$x=5$，

把 $x=5$ 代入②得：$y=2$，

则 $x+y=2+5=7$，

故答案为：7

【点睛】

此题考查了解二元一次方程组，熟练掌握加减消元的方法是解本题的关键.

15．若关于 x 的一元二次方程 $ax^2-8x+4=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是______.

【答案】$a<4$ 且 $a\neq 0$

【解析】

【分析】

根据根的判别式即可求出答案，当△>0 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当△=0 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当△<0 时，一元二次方程没有实数根.

【详解】

解：由题意可知：$\Delta=64-16a>0$，

$\therefore a<4$，

$\because a\neq 0$，

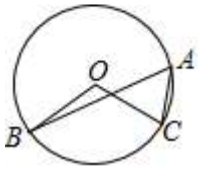
$\therefore a<4$ 且 $a\neq 0$，

故答案为：$a<4$ 且 $a\neq 0$

【点睛】

本题考查根的判别式，解题的关键是熟练运用根的判别式，本题属于基础题型．

16．如图，点 *A*，*B*，*C* 在⊙O 上，$\angle A=60°$，$\angle C=70°$，$OB=9$，则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为______．



【答案】8π

【解析】

【分析】

连接 *OA*，根据等腰三角形的性质求出 $\angle OAC$，根据题意和三角形内角和定理求出 $\angle AOB$，代入弧长公式计算，得到答案．

【详解】

解：连接 *OA*，

$\because OA=OC$，

$\therefore \angle OAC=\angle C=70°$，

$\therefore \angle OAB=\angle OAC-\angle BAC=70°-60°=10°$，

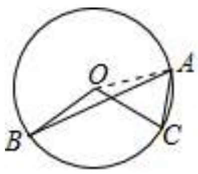
$\because OA=OB$，

$\therefore \angle OBA=\angle OAB=10°$，

$\therefore \angle AOB=180°-10°-10°=160°$，

则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长 $=\dfrac{160\pi\times 9}{180}=8\pi$，

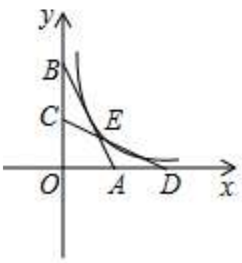
故答案为：8π．



【点睛】

本题考查的是弧长的计算、圆周角定理，掌握弧长公式是解题的关键.

17．如图，$Rt\triangle AOB \cong Rt\triangle COD$，直角边分别落在 x 轴和 y 轴上，斜边相交于点 E，且 $\tan\angle OAB=2$．若四边形 $OAEC$ 的面积为 6，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过点 E，则 k 的值为_____.



【答案】4

【解析】

【分析】

连接 OE，过点 E 分别作 $EM\perp OB$ 于点 M，$EN\perp OD$ 于点 N，证明 $\triangle CBE\cong\triangle ADE$，再证明点 C 为 BO 的中点，点 A 为 OD 的中点，设 $EM=EN=x$，根据四边形 $OAEC$ 的面积为 6，列出 x 的方程，便可求得最后结果.

【详解】

解：连接 OE，过点 E 分别作 $EM\perp OB$ 于点 M，$EN\perp OD$ 于点 N，

$\because Rt\triangle AOB\cong Rt\triangle COD$，

$\therefore \angle OBA=\angle ODC$，$OA=OC$，$OB=OD$，

$\therefore OB-OC=OD-OA$，即 $BC=AD$，

又$\because \angle CEB=\angle AED$，

$\therefore\triangle CBE\cong\triangle ADE(AAS)$，

$\therefore CE=AE$，

又$\because OC=OA$，$OE=OE$，

$\therefore\triangle COE\cong\triangle AOE(SSS)$，

$\therefore\angle EOC=\angle EOA=45°$，

又$\because EM\perp OB$，$EN\perp OD$，

$\therefore EM=EN$，

$\because \tan\angle OAB=2$，

$\therefore \frac{OB}{OA}=2$，

$\therefore OB=2OA$，

$\because OA = OC$，

$\therefore OB = 2OC$，

∴点 C 为 BO 的中点，

同理可得点 A 为 OD 的中点，

$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle ADE}$，

在 $Rt\triangle END$ 中，$\tan\angle CDO = \frac{EN}{ND} = \frac{OC}{OD} = \frac{1}{2}$，

$\therefore EN = \frac{1}{2}ND$，

设 $EM = EN = x$，

$\therefore ND = 2EN = 2x$，$ON = EN = x$，

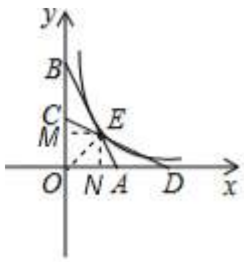
$\therefore OD = 3x$，

$\because S_{四边形OAEC} = 2S_{\triangle OAE} = S_{\triangle OED} = \frac{1}{2}\times 3x\cdot x = 6$，

$\therefore x = 2$，

$\therefore E\left(2,2\right)$，

$\therefore k = 2\times 2 = 4$．



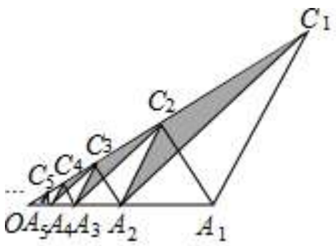
故答案为4.

【点睛】

本题是反比例函数与几何的综合题，有一定难度，主要考查了反比例的几何意义，待定系数法，全等三角形的性质与判定，解直角三角形．关键是根据把四边形 $OAEC$ 的面积转化为$\triangle ODE$ 的面积，列出方程求得 E 点的坐标.

18．如图，在$\triangle A_1C_1O$ 中，$A_1C_1 = A_1O = 2$，$\angle A_1OC_1 = 30°$，过点 A_1 作 $A_1C_2 \perp OC_1$，垂足为点 C_2，过点 C_2 作 $C_2A_2 \parallel C_1A_1$ 交 OA_1 于点 A_2，得到$\triangle A_2C_2C_1$；过点 A_2 作 $A_2C_3 \perp OC_1$，垂足为点 C_3，过点 C_3 作 $C_3A_3 \parallel C_1A_1$ 交 OA_1 于点 A_3，得到$\triangle A_3C_3C_2$；过点 A_3 作 $A_3C_4 \perp OC_1$，垂足为点 C_4，过点 C_4 作 $C_4A_4 \parallel C_1A_1$ 交 OA_1 于点 A_4，得到$\triangle A_4C_4C_3$；……按照上面的作法进行下去，则$\triangle A_{n+1}C_{n+1}C_n$ 的面积为_____.（用含正整

数 **n** 的代数式表示）



【答案】$\dfrac{\sqrt{3}}{4^n}$

【解析】

【分析】

由勾股定理得出 $C_1C_2=\sqrt{A_1C_1{}^2-A_1C_2{}^2}=\sqrt{3}$，易证$\triangle OA_2C_2\backsim\triangle OA_1C_1$，得出

$\dfrac{A_2C_2}{A_1C_1}=\dfrac{OC_2}{OC_1}$，则 $A_2C_2=\dfrac{1}{2}A_1C_1=1$，同理，$A_2C_3=\dfrac{1}{2}A_1C_2=\dfrac{1}{2}$，则

$S_{\triangle A_2C_2C_1}=\dfrac{1}{2}C_1C_2\cdot A_2C_3=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，同理，$C_2C_3=\sqrt{A_2C_2{}^2-A_2C_3{}^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$A_3C_3=\dfrac{1}{2}A_2C_2=\dfrac{1}{2}$，$A_3C_4=\dfrac{1}{2}A_2C_3=\dfrac{1}{4}$，则 $S_{\triangle A_3C_3C_2}=\dfrac{1}{2}C_2C_3\cdot A_3C_4=\dfrac{\sqrt{3}}{4^2}$，同理，

$C_3C_4=\sqrt{A_3C_3{}^2-A_3C_4{}^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，$A_4C_4=\dfrac{1}{2}A_3C_3=\dfrac{1}{4}$，$A_4C_5=\dfrac{1}{2}A_3C_4=\dfrac{1}{8}$，则

$S_{\triangle A_4C_4C_3}=\dfrac{1}{2}C_3C_4\cdot A_4C_5=\dfrac{\sqrt{3}}{4^3}$，同理推出 $S_{\triangle A_{n+1}C_{n+1}C_n}=\dfrac{\sqrt{3}}{4^n}$．

【详解】

由等腰三角形的性质得出 $OC_2=C_2C_1$，由含 30°角直角三角形的性质得出

$A_1C_2=\dfrac{1}{2}OA_1=1$，

解：∵ $A_1C_1=A_1O=2$，$A_1C_2\perp OC_1$，

$\therefore OC_2=C_2C_1$，

∵ $\angle A_1OC_1=30^\circ$，

$\therefore A_1C_2=\dfrac{1}{2}OA_1=1$，

$\therefore C_1C_2=\sqrt{A_1C_1{}^2-A_1C_2{}^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

∵ $C_2A_2\parallel C_1A_1$，

$\therefore \triangle OA_2C_2 \backsim \triangle OA_1C_1$,

$\therefore \dfrac{A_2C_2}{A_1C_1}=\dfrac{OC_2}{OC_1}$,

$\therefore A_2C_2=\dfrac{1}{2}A_1C_1=1$,

同理，$A_2C_3=\dfrac{1}{2}A_1C_2=\dfrac{1}{2}$,

$\therefore S_{\triangle A_2C_2C_1}=\dfrac{1}{2}C_1C_2\cdot A_2C_3=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$,

同理，$C_2C_3=\sqrt{A_2C_2{}^2-A_2C_3{}^2}=\sqrt{1^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$A_3C_3=\dfrac{1}{2}A_2C_2=\dfrac{1}{2}$,

$A_3C_4=\dfrac{1}{2}A_2C_3=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$,

$\therefore S_{\triangle A_3C_3C_2}=\dfrac{1}{2}C_2C_3\cdot A_3C_4=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{4^2}$,

同理，$C_3C_4=\sqrt{A_3C_3{}^2-A_3C_4{}^2}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$,

$A_4C_4=\dfrac{1}{2}A_3C_3=\dfrac{1}{4}$,

$A_4C_5=\dfrac{1}{2}A_3C_4=\dfrac{1}{8}$,

$\therefore S_{\triangle A_4C_4C_3}=\dfrac{1}{2}C_3C_4\cdot A_4C_5=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{4^3}\cdots$,

$\therefore S_{\triangle A_{n+1}C_{n+1}C_n}=\dfrac{\sqrt{3}}{4^n}$,

故答案为：$\dfrac{\sqrt{3}}{4^n}$.

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质、勾股定理、含 30°角直角三角形的性质、三角形面积公式等知识，熟练掌握等腰三角形与直角三角形的性质以及相似三角形的判定与性质是解题的关键.

评卷人	得分

三、解答题

19．先化简，再求值：$\left(1-\frac{a+b}{a-b}\right)\div\frac{b}{a^2-b^2}$，其中 $\boldsymbol{a}=\sqrt{\boldsymbol{3}}-\boldsymbol{2}$， $b=5-\sqrt{3}$．

【答案】-6

【解析】

【分析】

先化简分式，然后将 a、b 的值代入求值．

【详解】

解：原式$=\frac{a-b-a-b}{a-b}\cdot\frac{a^2-b^2}{b}$

$=\frac{-2b}{a-b}\cdot\frac{(a+b)(a-b)}{b}$

$=-2a-2b$，

当 $\boldsymbol{a}=\sqrt{\boldsymbol{3}}-\boldsymbol{2}$， $b=5-\sqrt{3}$，

原式$=-2\left(\sqrt{3}-2\right)-2\left(5-\sqrt{3}\right)$

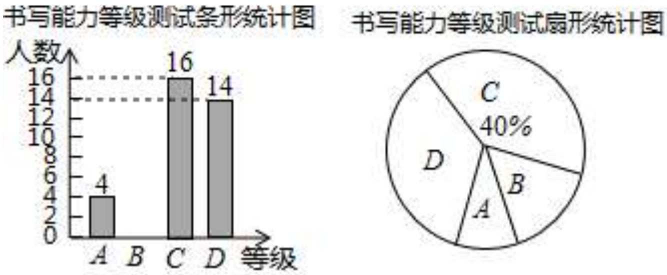
$=-2\sqrt{3}+4-10+2\sqrt{3}$

$=-6$．

【点睛】

本题考查了分式的计算和化简.解决这类题目关键是把握好通分与约分，分式加减的本质是通分，乘除的本质是约分，熟练了分式的运算法则是解题的关键.

20．书法是我国的文化瑰宝，研习书法能培养高雅的品格．某校为加强书法教学，了解学生现有的书写能力，随机抽取了部分学生进行测试，测试结果分为优秀、良好、及格、不及格四个等级，分别用 *A*，*B*，*C*，*D* 表示，并将测试结果绘制成如图两幅不完整的统计图．



请根据统计图中的信息解答以下问题：

（1）本次抽取的学生人数是_______，扇形统计图中 *A* 所对应扇形圆心角的度数是_______．

（2）把条形统计图补充完整．

（3）若该学校共有 2800 人，等级达到优秀的人数大约有多少？

（4）*A* 等级的 4 名学生中有 3 名女生 1 名男生，现在需要从这 4 人中随机抽取 2 人参加电视台举办的“中学生书法比赛”，请用列表或画树状图的方法，求被抽取的 2 人恰好是 1 名男生 1 名女生的概率．

【答案】（1）40 人， 36°；（2）见解析；（3）280 人；（4）$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】

（1）由 *C* 等级人数及其所占百分比可得总人数，用 360°乘以 *A* 等级人数所占比例即可得；

（2）总人数减去 *A*、*C*、*D* 的人数可求出 *B* 等级的人数，从而补全图形；

（3）利用总人数乘以样本中 *A* 等级人数所占比例即可得；

（4）列表或画树状图得出所有等可能的情况数，找出刚好抽到一男一女的情况数，即可求出所求的概率．

【详解】

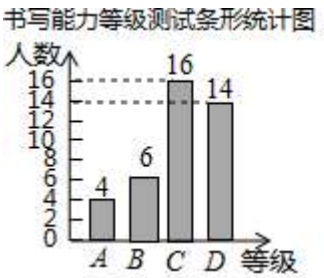
解：（1）本次抽取的学生人数是$16 \div 40\% = 40$（人），

扇形统计图中 *A* 所对应扇形圆心角的度数是$360° \times \frac{4}{40} = 36°$，

故答案为：40 人、36°；

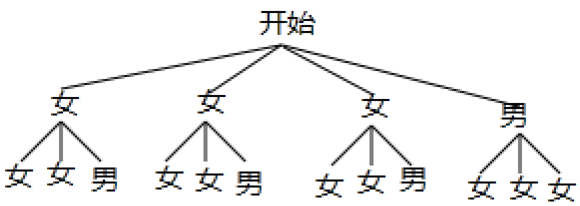
（2）*B* 等级人数为$40 - (4 + 16 + 14) = 6$（人），

补全条形图如下：



（3）等级达到优秀的人数大约有$2800 \times \frac{4}{40} = 280$（人）；

（4）画树状图为：



或列表如下：

	男	女 1	女 2	女 3
男	---	（女，男）	（女，男）	（女，男）
女 1	（男，女）	---	（女，女）	（女，女）
女 2	（男，女）	（女，女）	---	（女，女）
女 3	（男，女）	（女，女）	（女，女）	---

∵共有 12 种等可能情况，1 男 1 女有 6 种情况，

∴被选中的 2 人恰好是 1 男 1 女的概率为 $\frac{1}{2}$.

【点睛】

本题考查了扇形统计图，条形统计图，树状图等知识点，解题时注意：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

21．某超市用 1200 元购进一批甲玩具，用 800 元购进一批乙玩具，所购甲玩具件数是乙玩具件数的 $\frac{5}{4}$ ，已知甲玩具的进货单价比乙玩具的进货单价多 1 元.

（1）求：甲、乙玩具的进货单价各是多少元？

（2）玩具售完后，超市决定再次购进甲、乙玩具（甲、乙玩具的进货单价不变），购进乙玩具的件数比甲玩具件数的 2 倍多 60 件，求：该超市用不超过 2100 元最多可以采购甲玩具多少件？

【答案】（1）甲 6 元，乙 5 元；（2）112 件

【解析】

【分析】

（1）设甲种玩具的进货单价为 x 元，则乙种玩具的进价为 $\left(x-1\right)$ 元，根据 数量 $=$ 总价 $\div$ 单价 结合“用 1200 元购进一批甲玩具，用 800 元购进一批乙玩具，所购甲玩具件数是乙玩具件数的 $\frac{5}{4}$ ”，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论；

（2）设购进甲种玩具 y 件，则购进乙种玩具 $\left(2y+60\right)$ 件，根据进货的总资金不超过

2100 元，即可得出关于 y 的一元一次不等式，解之取其中的整数，即可得出结论.

【详解】

解：（1）设甲种玩具的进货单价为 x 元，则乙种玩具的进价为 $(x-1)$ 元，

根据题意得：$\frac{1200}{x}=\frac{800}{x-1}\times\frac{5}{4}$，

解得：$x=6$，

经检验，$x=6$ 是原方程的解，

$\therefore x-1=5$.

答：甲种玩具的进货单价 6 元，则乙种玩具的进价为 5 元.

（2）设购进甲种玩具 y 件，则购进乙种玩具 $(2y+60)$ 件，

根据题意得：$6y+5(2y+60)\le 2100$，

解得：$y\le 112\frac{1}{2}$，

∵y 为整数，

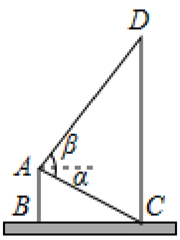
$\therefore y_{最大值}=112$

答：该超市用不超过 2100 元最多可以采购甲玩具 112 件.

【点睛】

本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出分式方程；（2）根据各数量间的关系，正确列出一元一次不等式.

22．如图，聪聪想在自己家的窗口 *A* 处测量对面建筑物 *CD* 的高度，他首先量出窗口 *A* 到地面的距离（*AB*）为 16*m*，又测得从 *A* 处看建筑物底部 *C* 的俯角 α 为 30°，看建筑物顶部 *D* 的仰角 β 为 53°，且 *AB*，*CD* 都与地面垂直，点 *A*，*B*，*C*，*D* 在同一平面内.



（1）求 *AB* 与 *CD* 之间的距离（结果保留根号）.

（2）求建筑物 *CD* 的高度（结果精确到 1*m*）.（参考数据：$\sin 53^\circ\approx 0.8$，$\cos 53^\circ\approx 0.6$，$\tan 53^\circ\approx 1.3$，$\sqrt{3}\approx 1.7$）

【答案】（1）$16\sqrt{3}m$；（2）51*m*

【解析】

【分析】

（1）作 $AM \perp CD$ 于 M，根据矩形的性质得到 $CM=AB=16$，$AM=BC$，根据正切的定义求出 AM；

（2）根据正切的定义求出 DM，结合图形计算，得到答案．

【详解】

解：（1）作 $AM \perp CD$ 于 M，

则四边形 $ABCM$ 为矩形，

$\therefore CM=AB=16$，$AM=BC$，

在 Rt△ACM 中，$\tan\angle CAM=\dfrac{CM}{AM}$，

则 $AM=\dfrac{CM}{\tan\angle CAM}=\dfrac{16}{\tan 30^{\circ}}=16\sqrt{3}\left(m\right)$，

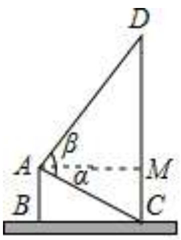
答：AB 与 CD 之间的距离 $16\sqrt{3}m$；

（2）在 Rt△AMD 中，$\tan\angle DAM=\dfrac{DM}{AM}$，

则 $DM=AM\cdot\tan\angle DAM\approx 16\times 1.7\times 1.3=35.36$，

$\therefore DC=DM+CM=35.36+16\approx 51\left(m\right)$，

答：建筑物 CD 的高度约为 51m．



【点睛】

本题考查的是解直角三角形的应用-仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键．

23．小李在景区销售一种旅游纪念品，已知每件进价为 6 元，当销售单价定为 8 元时，每天可以销售 200 件．市场调查反映：销售单价每提高 1 元，日销量将会减少 10 件，物价部门规定：销售单价不能超过 12 元，设该纪念品的销售单价为 x（元），日销量为 y（件），日销售利润为 w（元）．

（1）求 y 与 x 的函数关系式．

（2）要使日销售利润为 720 元，销售单价应定为多少元？

（3）求日销售利润 w（元）与销售单价 x（元）的函数关系式，当 x 为何值时，日销售利润最大，并求出最大利润．

【答案】（1）$y=-10x+280$；（2）10 元；（3）x 为 12 时，日销售利润最大，最大利润 960 元

【解析】

【分析】

（1）根据题意得到函数解析式；

（2）根据题意列方程，解方程即可得到结论；

（3）根据题意得到 $w=(x-6)(-1x+280)=-10(x-17)^2+1210$，根据二次函数的性质即可得到结论.

【详解】

解：（1）根据题意得，$y=200-10(x-8)=-10x+280$，

故 y 与 x 的函数关系式为 $y=-10x+280$；

（2）根据题意得，$(x-6)(-10x+280)=720$，解得：$x_1=10$，$x_2=24$（不合题意舍去），

答：要使日销售利润为 720 元，销售单价应定为 10 元；

（3）根据题意得，$w=(x-6)(-10x+280)=-10(x-17)^2+1210$，

$\because -10<0$，

$\therefore$ 当 $x<17$ 时，w 随 x 的增大而增大，

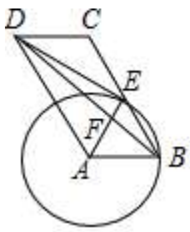
当 $x=12$ 时，$w_{最大}=960$，

答：当 x 为 12 时，日销售利润最大，最大利润 960 元.

【点睛】

此题考查了一元二次方程和二次函数的运用，利用总利润=单个利润×销售数量建立函数关系式，进一步利用性质的解决问题，解答时求出二次函数的解析式是关键.

24．如图，在▱$ABCD$ 中，$AD=2AB$，以点 *A* 为圆心、*AB* 的长为半径的⊙A 恰好经过 *BC* 的中点 *E*，连接 *DE*，*AE*，*BD*，*AE* 与 *BD* 交于点 *F*.



（1）求证：*DE* 与⊙A 相切.

（2）若 $AB=6$，求 BF 的长.

【答案】（1）见解析；（2）$2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】

（1）欲证明 DE 是切线，只要证明 $\angle AED=90°$ 即可.

（2）证明$\triangle ADF \backsim \triangle EBF$，可得 $\frac{AF}{EF}=\frac{AD}{EB}=2$，推出 $AF=2EF$，推出 $AF=\frac{2}{3}AE=4$，再利用勾股定理即可解决问题.

【详解】

（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 都是平行四边形，

$\therefore AD=BC$，$AB=CD$，

$\because EC=EB$，

$\therefore BC=2BE=2CE$，

$\because AD=2AB$，

$\therefore AB=BE$，

$\therefore AB=BE=AE$，

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ABE=\angle AEB=60°$，

$\because AB // CD$，

$\therefore \angle C=180°-\angle ABE=120°$，

$\because CD=AB$，$AB=BE=CE$，

$\therefore CD=CE$，

$\therefore \angle CED=\frac{1}{2}(180°-\angle C)=30°$，

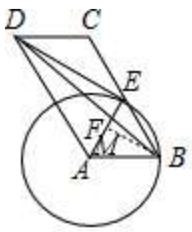
$\therefore \angle AED=180°-\angle AEB-\angle CED=90°$，

$\therefore DE\perp AE$，

∵AE 是⊙A 的半径，

∴DE 与⊙A 相切.

（2）如图，作 $BM\perp AE$ 于 M.



∵△AEB是等边三角形，

∴ $AE=AB=6$，

∵ $AD\parallel BC$，

∴△ADF∽△EBF，

∴ $\dfrac{AF}{EF}=\dfrac{AD}{EB}=2$，

∴ $AF=2EF$，

∴ $AF=\dfrac{2}{3}AE=4$，

∵ $BM\perp AE$，$BA=BE$，

∴ $AM=ME=\dfrac{1}{2}AE=3$，

∴ $FM=1$，$BM=\sqrt{AB^{2}-AM^{2}}=\sqrt{6^{2}-3^{2}}=3\sqrt{3}$，

在Rt△BFM 中，$BF=\sqrt{FM^{2}+BM^{2}}=2\sqrt{7}$．

【点睛】

本题考查平行四边形的性质，相似三角形的判定和性质，切线的判定，勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

25．如图，△ABC 中，$AB=AC$，DE 垂直平分 AB，交线段 BC 于点 E（点 E 与点 C 不重合），点 F 为 AC 上一点，点 G 为 AB 上一点（点 G 与点 A 不重合），且 $\angle GEF+\angle BAC=180°$．

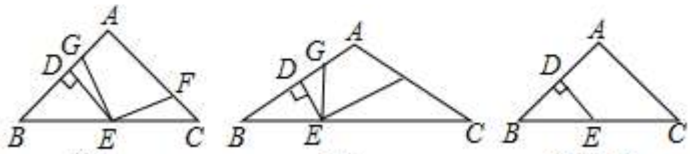


图1　　图2　　备用图

（1）如图 1，当 $\angle B=45°$ 时，线段 AG 和 CF 的数量关系是_______.

（2）如图 2，当 $\angle B=30°$ 时，猜想线段 AG 和 CF 的数量关系，并加以证明.

（3）若 $AB=6$，$DG=1$，$\cos B=\dfrac{3}{4}$，请直接写出 CF 的长.

【答案】（1）$AG=CF$；（2）$AG=\dfrac{1}{2}CF$，理由见解析；（3）2.5 或 5

【解析】

【分析】

（1）如图 1，连接 *AE*，根据线段垂直平分线的性质得到 $AE=BE$，根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle BAE=\angle B=45°$，$BE=EC=AE$，$\angle BAE=\angle EAC=\angle C=45°$，根据全等三角形的性质即可得到结论；

（2）如图 2，连接 AE，根据等腰三角形的性质和三角形的内角和得到$\angle BAC=120^\circ$，根据线段垂直平分线的性质得到$AE=BE$，求得$\angle BAE=\angle B=30^\circ$，根据相似三角形的性质得到$\dfrac{AG}{CF}=\dfrac{AE}{CE}$，解直角三角形即可得到$AG=\dfrac{1}{2}CF$；

（3）①当 G 在 DA 上时，如图 3，连接 AE，根据线段垂直平分线的性质得到$AD=BD=3$，$AE=BE$，由三角函数的定义得到$BE=\dfrac{BD}{\cos B}=\dfrac{3}{\frac{3}{4}}=4$，根据相似三角形的性质得到$\dfrac{CF}{AG}=\dfrac{CE}{AE}$，过 A 作$AH\perp BC$于点 H 由三角函数的定义即可得到结论．②当点 G 在 BD 上，如图 4，方法同（1）．

【详解】

解：（1）相等，理由：如图 1，连接 AE，

∵DE 垂直平分 AB，

$\therefore AE=BE$，

$\therefore \angle BAE=\angle B=45^\circ$，

$\therefore AE\perp BC$，

$\because AB=AC$，

$\therefore BE=EC=AE$，$\angle BAE=\angle EAC=\angle C=45^\circ$，

$\because \angle GEF+\angle BAC=180^\circ$，

$\therefore \angle AGE+\angle AFE=360^\circ-180^\circ=180^\circ$，

$\because \angle AFE+\angle CFE=180^\circ$，

$\therefore \angle AGE=\angle CFE$，

$\because \angle GAE=\angle C=45^\circ$，

$\therefore \triangle AEG\cong\triangle CEF\left(AAS\right)$，

$\therefore AG=CF$；

故答案为：$AG=CF$；

（2）$AG=\dfrac{1}{2}CF$，

理由：如图 2，连接 AE，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C=30^\circ$，

$\therefore \angle BAC=120^\circ$，

∵DE 垂直平分 AB，

$\therefore AE=BE$，

$\therefore \angle BAE=\angle B=30^\circ$，

$\therefore \angle CAE=90^\circ$， $\angle BAE=\angle C$，

$\because \angle GEF+\angle BAC=180^\circ$，

$\therefore \angle AGE+\angle AFE=180^\circ$，

$\because \angle CFE+\angle AFE=180^\circ$，

$\therefore \angle AGE=\angle CFE$，

$\therefore \triangle AGE \backsim \triangle CFE$，

$\therefore \dfrac{AG}{CF}=\dfrac{AE}{CE}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACE$ 中，$\because \angle C=30^\circ$，

$\therefore \dfrac{AE}{CE}=\sin C=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{AG}{CF}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore AG=\dfrac{1}{2}CF$；

（3）①当 G 在 DA 上时，如图 3，连接 AE，

$\because DE$ 垂直平分 AB，

$\therefore AD=BD=3$， $AE=BE$，

$\because \cos B=\dfrac{BD}{BE}$，

$\therefore BE=\dfrac{BD}{\cos B}=\dfrac{3}{\frac{3}{4}}=4$，

$\therefore AE=BE=4$，

$\therefore \angle BAE=\angle B$，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C$，

$\therefore \angle C=\angle BAE$，

$\because \angle GEF+\angle BAC=180^\circ$，

$\therefore \angle AGE+\angle AFE=360^\circ-180^\circ=180^\circ$，

$\because \angle AFE+\angle CFE=180^\circ$，

$\therefore \angle CFE=\angle AGE$，

$\therefore \triangle CFE \backsim \triangle AGE$，

$\therefore \dfrac{CF}{AG}=\dfrac{CE}{AE}$，

过 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H，

$\because \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{3}{4}$，

$\therefore BH = \frac{3}{4}AB = \frac{3}{4} \times 6 = \frac{9}{2}$，

$\because AB = AC$，

$\therefore BC = 2BH = 9$，

$\because BE = 4$，

$\therefore CE = 9 - 4 = 5$，

$\because AG = AD - DG = 3 - 1 = 2$，

$\therefore \frac{CF}{2} = \frac{5}{4}$，

$\therefore CF = 2.5$；

②当点 G 在 BD 上，如图4，同（1）可得，$\triangle CFE \backsim \triangle AGE$，

$\therefore \frac{CF}{AG} = \frac{CE}{AE}$，

$\because AG = AD + DG = 3 + 1 = 4$，

$\therefore \frac{CF}{4} = \frac{5}{4}$，

$\therefore CF = 5$，

综上所述，CF 的长为 2.5 或 5.

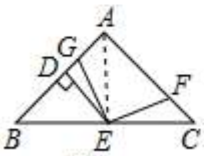


图1

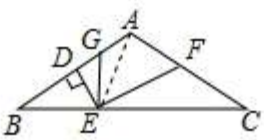


图2

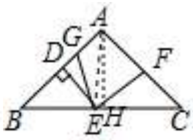


图3

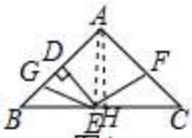


图4

【点睛】

本题考查了等腰三角形的性质，线段垂直平分线的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

26．如图 1，抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$，$B(6,0)$，与 y 轴交于点 C，顶点为 D，直线 AD 交 y 轴于点 E.

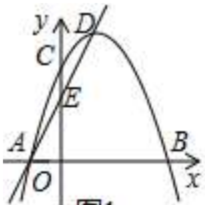


图1

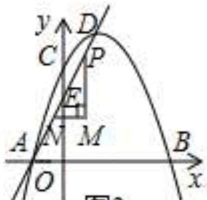


图2

（1）求抛物线的解析式.

（2）如图 2，将 $\triangle AOE$ 沿直线 AD 平移得到 $\triangle NMP$.

①当点 M 落在抛物线上时，求点 M 的坐标.

②在△NMP 移动过程中，存在点 M 使△MBD 为直角三角形，请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标.

【答案】（1）$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$；（2）①$\left(2\sqrt{3},4\sqrt{3}\right)$或$\left(-2\sqrt{3},-4\sqrt{3}\right)$；②$(-2,-4)$或$\left(\frac{14}{3},\frac{28}{3}\right)$或$\left(\frac{12+2\sqrt{21}}{5},\frac{24+4\sqrt{21}}{5}\right)$或$\left(\frac{12-2\sqrt{21}}{5},\frac{24-4\sqrt{21}}{5}\right)$

【解析】

【分析】

（1）抛物线的表达式为：$y=a\left(x+2\right)\left(x-6\right)=a(x^2-4x-12)=ax^2-4ax-12a$，即：$-12a=6$，即可求解；

（2）①将点 M 的坐标代入抛物线表达式，即可求解)；②分$\angle BMD$为直角、$\angle MBD$为直角、$\angle MDB$为直角三种情况，分别求解即可.

【详解】

解:(1)抛物线的表达式为:$y=a\left(x+2\right)\left(x-6\right)=a(x^2-4x-12)=ax^2-4ax-12a$，

即：$-12a=6$，解得：$a=-\frac{1}{2}$，

故抛物线的表达式为：$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$，

令$y=0$，解得：$x=4$或-2，故点$A\left(-2,0\right)$，

函数的对称轴为：$x=2$，故点$D\left(2,8\right)$；

（2）将点 A、D 的坐标代入一次函数表达式：$y=mx+n$得：$\begin{cases}8=2m+n\\0=-2m+n\end{cases}$，解得：

$\begin{cases}m=2\\n=4\end{cases}$，

故直线 AD 的表达式为：$y=2x+4$，

设点$N\left(n,2n+4\right)$，

$\because MN=OA=2$，则点$M\left(n+2,2n+4\right)$，

①将点 M 的坐标代入抛物线表达式得：$2n+4=-\frac{1}{2}\left(n+2\right)^2+2\left(n+1\right)+6$，

解得：$n=-2\pm2\sqrt{3}$，

故点M的坐标为$\left(2\sqrt{3},4\sqrt{3}\right)$或$\left(-2\sqrt{3},-4\sqrt{3}\right)$；

②点M $\left(n+2,2n+4\right)$，点B、D的坐标分别为$\left(6,0\right)$、$\left(2,8\right)$，

则$BD^2=\left(6-2\right)^2+8^2$，$MB^2=\left(n-4\right)^2+\left(2n+4\right)^2$，$MD^2=n^2+\left(2n-4\right)^2$，

当$\angle BMD$为直角时，

由勾股定理得：$\left(6-2\right)^2+8^2=\left(n-4\right)^2+\left(2n+4\right)^2+n^2+\left(2n-4\right)^2$，

解得：$n=\dfrac{2\pm2\sqrt{21}}{5}$，

当$\angle MBD$为直角时，

同理可得：$n=-4$，

当$\angle MDB$为直角时，

同理可得：$n=\dfrac{8}{3}$，

故点M的坐标为：$\left(-2,-4\right)$或$\left(\dfrac{14}{3},\dfrac{28}{3}\right)$或$\left(\dfrac{12+2\sqrt{21}}{5},\dfrac{24+4\sqrt{21}}{5}\right)$或

$\left(\dfrac{12-2\sqrt{21}}{5},\dfrac{24-4\sqrt{21}}{5}\right)$.

【点睛】

本题考查的是二次函数综合运用，涉及到一次函数、勾股定理的运用等，其中（2）②，要注意分类求解，避免遗漏.