

2018 年吉林省长春市中考真题数学

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

1. $-\frac{1}{5}$ 的绝对值是()

A. $-\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

C. -5

D. 5

解析：计算绝对值要根据绝对值的定义求解，第一步列出绝对值的表达式，第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

答案：B.

2. 长春市奥林匹克公园即将于 2018 年年底建成，它的总投资额约为 2500000000 元，2500000000 这个数用科学记数法表示为()

A. 0.25×10^{10}

B. 2.5×10^{10}

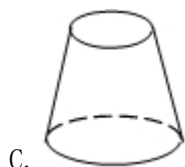
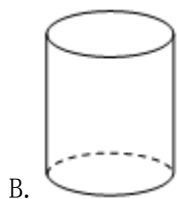
C. 2.5×10^9

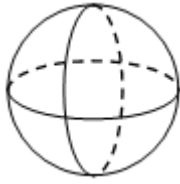
D. 25×10^8

解析：2500000000 用科学记数法表示为 2.5×10^9 .

答案：C.

3. 下列立体图形中，主视图是圆的是()





D.

解析：A、圆锥的主视图是三角形，故 A 不符合题意；

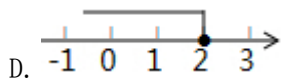
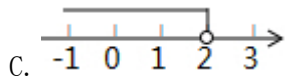
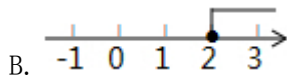
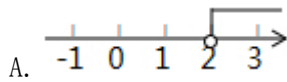
B、圆柱的柱视图是矩形，故 B 错误；

C、圆台的主视图是梯形，故 C 错误；

D、球的主视图是圆，故 D 正确.

答案：D.

4. 不等式 $3x-6 \geq 0$ 的解集在数轴上表示正确的是()

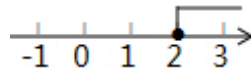


解析： $3x-6 \geq 0$,

$3x \geq 6$,

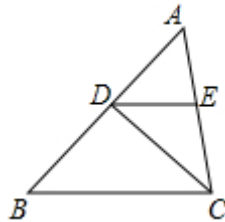
$x \geq 2$,

在数轴上表示为



答案：B.

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,CD平分 $\angle ACB$ 交AB于点D,过点D作 $DE \parallel BC$ 交AC于点E.若 $\angle A=54^\circ$,
 $\angle B=48^\circ$,则 $\angle CDE$ 的大小为()



A. 44°

B. 40°

C. 39°

D. 38°

解析： $\because \angle A=54^\circ$, $\angle B=48^\circ$,

$\therefore \angle ACB=180^\circ - 54^\circ - 48^\circ = 78^\circ$,

∵CD 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 D,

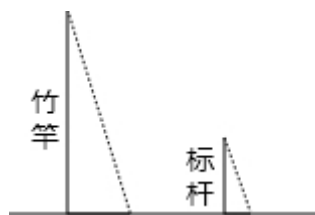
$$\therefore \angle DCB = \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ,$$

∵DE // BC,

$$\therefore \angle CDE = \angle DCB = 39^\circ.$$

答案: C.

6. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作,成书于约一千五百年前,其中有首歌谣:今有竿不知其长,量得影长一丈五尺,立一标杆,长一尺五寸,影长五寸,问竿长几何?意即:有一根竹竿不知道有多长,量出它在太阳下的影子长一丈五尺,同时立一根一尺五寸的小标杆,它的影长五寸(提示:1丈=10尺,1尺=10寸),则竹竿的长为()



- A. 五丈
- B. 四丈五尺
- C. 一丈
- D. 五尺

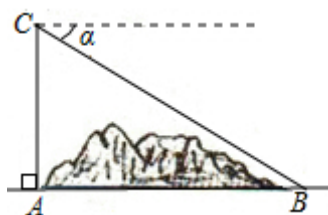
解析: 设竹竿的长度为 x 尺,

∵竹竿的影长=一丈五尺=15尺, 标杆长=一尺五寸=1.5尺, 影长五寸=0.5尺,

$$\therefore \frac{x}{15} = \frac{1.5}{0.5}, \text{ 解得 } x=45(\text{尺}).$$

答案: B.

7. 如图,某地修建高速公路,要从 A 地向 B 地修一条隧道(点 A、B 在同一水平面上).为了测量 A、B 两地之间的距离,一架直升飞机从 A 地出发,垂直上升 800 米到达 C 处,在 C 处观察 B 地的俯角为 α , 则 A、B 两地之间的距离为()



- A. $800\sin\alpha$ 米
- B. $800\tan\alpha$ 米
- C. $\frac{800}{\sin\alpha}$ 米
- D. $\frac{800}{\tan\alpha}$ 米

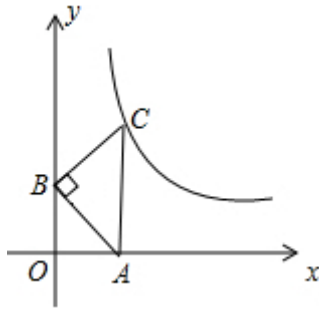
解析: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle CAB=90^\circ$, $\angle B=\alpha$, $AC=800$ 米,

$$\therefore \tan \alpha = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{AC}{\tan \alpha} = \frac{800}{\tan \alpha}.$$

答案: D.

8. 如图, 在平面直角坐标系中, 等腰直角三角形 ABC 的顶点 A、B 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上, $\angle ABC = 90^\circ$, $CA \perp x$ 轴, 点 C 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 若 $AB = 2$, 则 k 的值为()



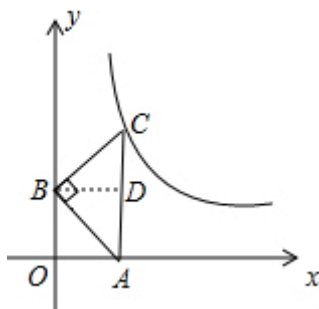
A. 4

B. $2\sqrt{2}$

C. 2

D. $\sqrt{2}$

解析: 作 $BD \perp AC$ 于 D, 如图, 先利用等腰直角三角形的性质得到 $AC = \sqrt{2} AB = 2\sqrt{2}$, $BD = AD = CD = \sqrt{2}$, 再利用 $AC \perp x$ 轴得到 $C(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$, 然后根据反比例函数图象上点的坐标特征计算 k 的值.



答案: A.

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. 比较大小: $\sqrt{10}$ _____ 3. (填 “>”、“=” 或 “<”)

解析: $\because 3^2 = 9 < 10,$

$\therefore \sqrt{10} > 3.$

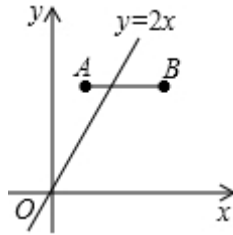
答案：>.

10. 计算： $a^2 \cdot a^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析：根据同底数的幂的乘法，底数不变，指数相加，计算即可.

答案： a^5 .

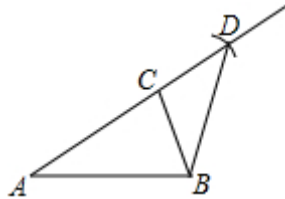
11. 如图，在平面直角坐标系中，点 A、B 的坐标分别为 (1, 3)、(n, 3)，若直线 $y=2x$ 与线段 AB 有公共点，则 n 的值可以为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出一个即可)



解析：由直线 $y=2x$ 与线段 AB 有公共点，可得出点 B 在直线上或在直线右下方，利用一次函数图象上点的坐标特征，即可得出关于 n 的一元一次不等式，解之即可得出 n 的取值范围，在其内任取一数即可得出结论.

答案：2.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$. 以点 C 为圆心，以 CB 长为半径作圆弧，交 AC 的延长线于点 D，连结 BD. 若 $\angle A=32^\circ$ ，则 $\angle CDB$ 的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.



解析： $\because AB=AC$ ， $\angle A=32^\circ$ ，

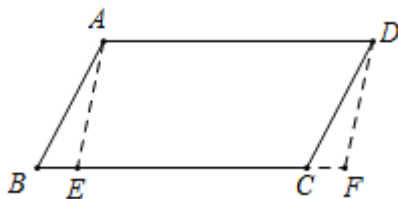
$\therefore \angle ABC=\angle ACB=74^\circ$ ，

又 $\because BC=DC$ ，

$\therefore \angle CDB=\angle CBD=\frac{1}{2} \angle ACB=37^\circ$.

答案：37.

13. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AD=7$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ， $\angle B=60^\circ$. E 是边 BC 上任意一点，沿 AE 剪开，将 $\triangle ABE$ 沿 BC 方向平移到 $\triangle DCF$ 的位置，得到四边形 AEF D，则四边形 AEF D 周长的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



解析：当 $AE \perp BC$ 时，四边形 AEF D 的周长最小，

$\because AE \perp BC$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ， $\angle B=60^\circ$.

$$\therefore AE=3, BE=\sqrt{3},$$

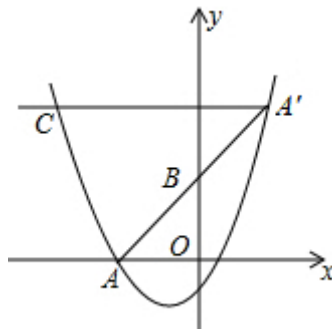
$\because \triangle ABE$ 沿 BC 方向平移到 $\triangle DCF$ 的位置,

$$\therefore EF=BC=AD=7,$$

\therefore 四边形 $AEFD$ 周长的最小值为: $14+6=20$.

答案: 20.

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=x^2+mx$ 交 x 轴的负半轴于点 A . 点 B 是 y 轴正半轴上一点, 点 A 关于点 B 的对称点 A' 恰好落在抛物线上. 过点 A' 作 x 轴的平行线交抛物线于另一点 C . 若点 A' 的横坐标为 1, 则 $A'C$ 的长为_____.



解析: 解方程 $x^2+mx=0$ 得 $A(-m, 0)$, 再利用对称的性质得到点 A 的坐标为 $(-1, 0)$, 所以抛物线解析式为 $y=x^2+x$, 再计算自变量为 1 的函数值得到 $A'(1, 2)$, 接着利用 C 点的纵坐标为 2 求出 C 点的横坐标, 然后计算 $A'C$ 的长.

答案: 3.

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 先化简, 再求值: $\frac{x^2-2}{x-1} + \frac{1}{x-1}$, 其中 $x=\sqrt{5}-1$.

解析: 根据分式的加法可以化简题目中的式子, 然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

$$\text{答案: } \frac{x^2-2}{x-1} + \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{x^2-2+1}{x-1}$$

$$= \frac{x^2-1}{x-1}$$

$$= \frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$$

$$=x+1,$$

$$\text{当 } x=\sqrt{5}-1 \text{ 时, 原式}=\sqrt{5}-1+1=\sqrt{5}.$$

16. 剪纸是中国传统的民间艺术，它画面精美，风格独特，深受大家喜爱，现有三张不透明的卡片，其中两张卡片的正面图案为“金鱼”，另外一张卡片的正面图案为“蝴蝶”，卡片除正面剪纸图案不同外，其余均相同. 将这三张卡片背面向上洗匀从中随机抽取一张，记录图案后放回，重新洗匀后再从中随机抽取一张. 请用画树状图(或列表)的方法，求抽出的两张卡片上的图案都是“金鱼”的概率. (图案为“金鱼”的两张卡片分别记为 A_1 、 A_2 ，图案为“蝴蝶”的卡片记为 B)



解析：列表得出所有等可能结果，然后根据概率公式列式计算即可得解

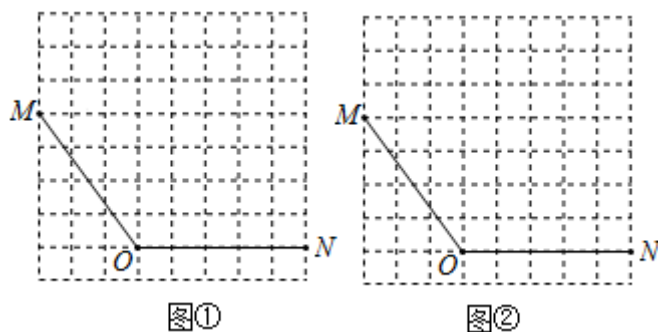
答案：列表如下：

	A_1	A_2	B
A_1	(A_1, A_1)	(A_2, A_1)	(B, A_1)
A_2	(A_1, A_2)	(A_2, A_2)	(B, A_2)
B	(A_1, B)	(A_2, B)	(B, B)

由表可知，共有 9 种等可能结果，其中抽出的两张卡片上的图案都是“金鱼”的 4 种结果，

所以抽出的两张卡片上的图案都是“金鱼”的概率为 $\frac{4}{9}$.

17. 图①、图②均是 8×8 的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点，线段 OM 、 ON 的端点均在格点上. 在图①、图②给定的网格中以 OM 、 ON 为邻边各画一个四边形，使第四个顶点在格点上. 要求：

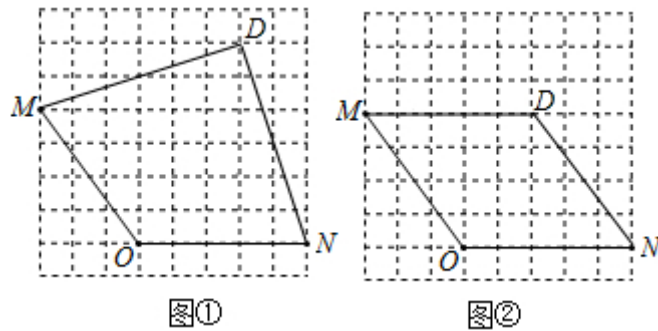


(1) 所画的两个四边形均是轴对称图形.

(2) 所画的两个四边形不全等.

解析：利用轴对称图形性质，以及全等四边形的定义判断即可.

答案：如图所示：



18. 学校准备添置一批课桌椅, 原计划订购 60 套, 每套 100 元, 店方表示: 如果多购, 可以优惠. 结果校方实际订购了 72 套, 每套减价 3 元, 但商店获得了同样多的利润.

- (1) 求每套课桌椅的成本;
- (2) 求商店获得的利润.

解析: (1) 设每套课桌椅的成本为 x 元, 根据利润=销售收入-成本结合商店获得的利润不变, 即可得出关于 x 的一元一次方程, 解之即可得出结论;

(2) 根据总利润=单套利润 \times 销售数量, 即可求出结论.

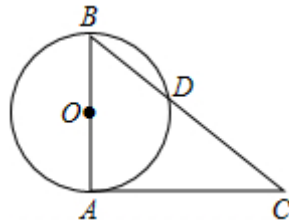
答案: (1) 设每套课桌椅的成本为 x 元,
根据题意得: $60 \times 100 - 60x = 72 \times (100 - 3) - 72x$,
解得: $x = 82$.

答: 每套课桌椅的成本为 82 元.

(2) $60 \times (100 - 82) = 1080$ (元).

答: 商店获得的利润为 1080 元.

19. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 A , BC 交 $\odot O$ 于点 D . 已知 $\odot O$ 的半径为 6, $\angle C = 40^\circ$.

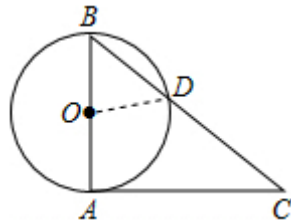


- (1) 求 $\angle B$ 的度数.
- (2) 求 AD 的长. (结果保留 π)

解析: (1) 根据切线的性质求出 $\angle A = 90^\circ$, 根据三角形内角和定理求出即可;

(2) 根据圆周角定理求出 $\angle AOD$, 根据弧长公式求出即可.

答案: (1) $\because AC$ 切 $\odot O$ 于点 A ,
 $\angle BAC = 90^\circ$,
 $\because \angle C = 40^\circ$,
 $\therefore \angle B = 50^\circ$;
(2) 连接 OD ,



$\because \angle B = 50^\circ$,
 $\therefore \angle AOD = 2\angle B = 100^\circ$,
 $\therefore AD$ 的长为 $\frac{100\pi \times 6}{180} = \frac{10}{3}\pi$.

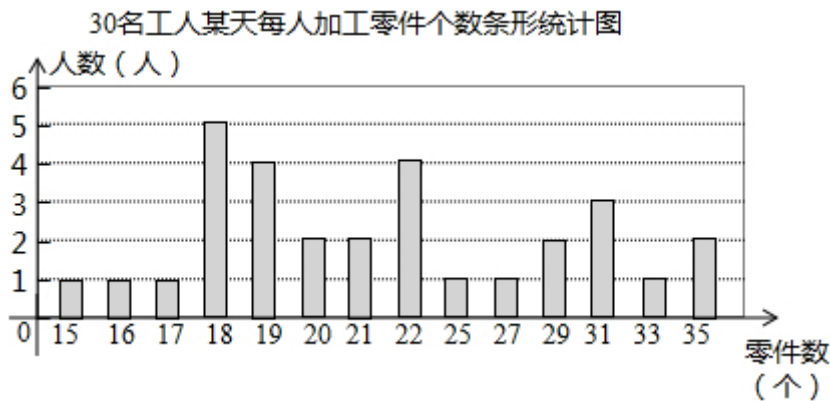
20. 某工厂生产部门为了解本部门工人的生产能力情况,进行了抽样调查. 该部门随机抽取了30名工人某天每人加工零件的个数, 数据如下:

20 21 19 16 27 18 31 29 21 22

25 20 19 22 35 33 19 17 18 29

18 35 22 15 18 18 31 31 19 22

整理上面数据, 得到条形统计图:



样本数据的平均数、众数、中位数如下表所示:

统计量	平均数	众数	中位数
数值	23	m	21

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 上表中众数 m 的值为 _____;

(2) 为调动工人的积极性, 该部门根据工人每天加工零件的个数制定了奖励标准, 凡达到或超过这个标准的工人将获得奖励. 如果想让一半左右的工人能获奖, 应根据 _____ 来确定奖励标准比较合适. (填“平均数”、“众数”或“中位数”)

(3) 该部门规定: 每天加工零件的个数达到或超过 25 个的工人为生产能手. 若该部门有 300 名工人, 试估计该部门生产能手的人数.

解析: (1) 根据条形统计图中的数据可以得到 m 的值;

(2) 根据题意可知应选择中位数比较合适;

(3) 根据统计图中的数据可以计该部门生产能手的人数.

答案: (1) 由图可得,

众数 m 的值为 18;

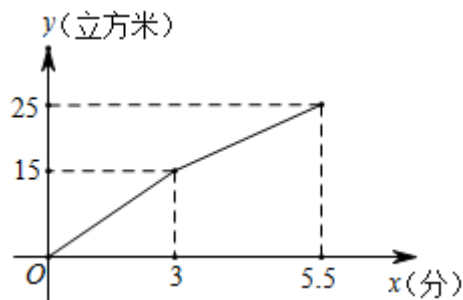
(2) 由题意可得,

如果想让一半左右的工人能获奖，应根据中位数来确定奖励标准比较合适；

$$(3) 300 \times \frac{1+1+2+3+1+2}{30} = 100 (\text{名}),$$

答：该部门生产能手有 100 名工人.

21. 某种水泥储存罐的容量为 25 立方米，它有一个输入口和一个输出口. 从某时刻开始，只打开输入口，匀速向储存罐内注入水泥，3 分钟后，再打开输出口，匀速向运输车输出水泥，又经过 2.5 分钟储存罐注满，关闭输入口，保持原来的输出速度继续向运输车输出水泥，当输出的水泥总量达到 8 立方米时，关闭输出口. 储存罐内的水泥量 y (立方米) 与时间 x (分) 之间的部分函数图象如图所示.



- (1) 求每分钟向储存罐内注入的水泥量.
- (2) 当 $3 \leq x \leq 5.5$ 时，求 y 与 x 之间的函数关系式.
- (3) 储存罐每分钟向运输车输出的水泥量是 _____ 立方米，从打开输入口到关闭输出口共用的时间为 _____ 分钟.

解析：(1) 体积变化量除以时间变化量求出注入速度；

(2) 根据题目数据利用待定系数法求解；

(3) 由 (2) 比例系数 $k=4$ 即为两个口同时打开时水泥储存罐容量的增加速度，则输出速度为 $5-4=1$ ，再根据总输出量为 8 求解即可.

答案：(1) 每分钟向储存罐内注入的水泥量为 $15 \div 3=5$ 分钟；

(2) 设 $y=kx+b$ ($k \neq 0$)

把 (3, 15) (5.5, 25) 代入

$$\begin{cases} 15 = 3k + b \\ 25 = 5.5k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

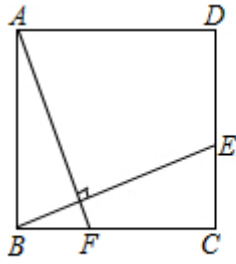
\therefore 当 $3 \leq x \leq 5.5$ 时， y 与 x 之间的函数关系式为 $y=4x+3$

(3) 由 (2) 可知，输入输出同时打开时，水泥储存罐的水泥增加速度为 4 立方米/分，则每分钟输出量为 $5-4=1$ 立方米；

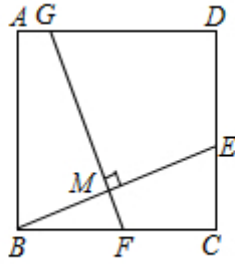
只打开输出口前，水泥输出量为 $5.5-3=2.5$ 立方米，之后达到总量 8 立方米需需输出 $8-2.5=5.5$ 立方米，用时 5.5 分钟

\therefore 从打开输入口到关闭输出口共用的时间为： $5.5+5.5=11$ 分钟.

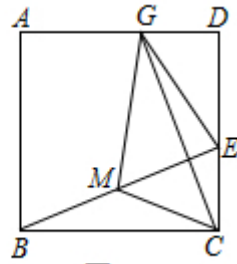
22. 在正方形 ABCD 中，E 是边 CD 上一点(点 E 不与点 C、D 重合)，连结 BE.



图①



图②



图③

【感知】如图①，过点A作 $AF \perp BE$ 交BC于点F. 易证 $\triangle ABF \cong \triangle BCE$. (不需要证明)

【探究】如图②，取BE的中点M，过点M作 $FG \perp BE$ 交BC于点F，交AD于点G.

(1) 求证： $BE=FG$.

(2) 连结CM，若 $CM=1$ ，则FG的长为_____.

【应用】如图③，取BE的中点M，连结CM. 过点C作 $CG \perp BE$ 交AD于点G，连结EG、MG. 若 $CM=3$ ，则四边形GMCE的面积为_____.

解析：感知：利用同角的余角相等判断出 $\angle BAF = \angle CBE$ ，即可得出结论；

探究：(1) 判断出 $PG=BC$ ，同感知的方法判断出 $\triangle PGF \cong \triangle CBE$ ，即可得出结论；

(2) 利用直角三角形的斜边的中线是斜边的一半，

应用：借助感知得出结论和直角三角形斜边的中线是斜边的一半即可得出结论.

答案：感知： \because 四边形ABCD是正方形，

$$\therefore AB=BC, \angle BCE = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\because AF \perp BE,$$

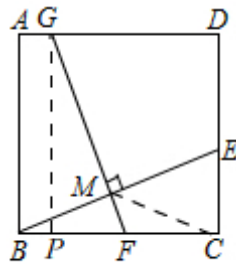
$$\therefore \angle ABE + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle CBE,$$

$$\text{在} \triangle ABF \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAF = \angle CBE \\ AB = BC \\ \angle ABC = \angle BCE = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE \text{ (ASA)};$$

探究：(1) 如图②，



图②

过点G作 $GP \perp BC$ 于P，

\because 四边形ABCD是正方形，

$$\therefore AB=BC, \angle A = \angle ABC = 90^\circ,$$

\therefore 四边形ABPG是矩形，

$$\therefore PG=AB, \therefore PG=BC,$$

同感知的方法得， $\angle PGF = \angle CBE$ ，

$$\text{在 } \triangle PGF \text{ 和 } \triangle CBE \text{ 中, } \begin{cases} \angle PGF = \angle CBE \\ PG = BC \\ \angle PFG = \angle ECB = 90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle PGF \cong \triangle CBE$ (ASA),

$\therefore BE = FG$,

(2) 由(1)知, $FG = BE$,

连接 CM,

$\because \angle BCE = 90^\circ$, 点 M 是 BE 的中点,

$\therefore BE = 2CM = 2$,

$\therefore FG = 2$.

应用: 同探究(2)得, $BE = 2ME = 2CM = 6$,

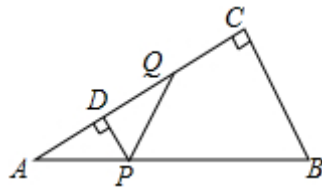
$\therefore ME = 3$,

同探究(1)得, $CG = BE = 6$,

$\therefore BE \perp CG$,

$$\therefore S_{\text{四边形CEGM}} = \frac{1}{2} CG \times ME = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9.$$

23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 4$, 动点 P 从点 A 出发, 沿 AB 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 运动. 过点 P 作 $PD \perp AC$ 于点 D (点 P 不与点 A、B 重合), 作 $\angle DPQ = 60^\circ$, 边 PQ 交射线 DC 于点 Q. 设点 P 的运动时间为 t 秒.



(1) 用含 t 的代数式表示线段 DC 的长;

(2) 当点 Q 与点 C 重合时, 求 t 的值;

(3) 设 $\triangle PDQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 S, 求 S 与 t 之间的函数关系式;

(4) 当线段 PQ 的垂直平分线经过 $\triangle ABC$ 一边中点时, 直接写出 t 的值.

解析: (1) 先求出 AC, 用三角函数求出 AD, 即可得出结论;

(2) 利用 $AD + DQ = AC$, 即可得出结论;

(3) 分两种情况, 利用三角形的面积公式和面积差即可得出结论;

(4) 分三种情况, 利用锐角三角函数, 即可得出结论.

答案: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 4$,

$$\therefore AC = 2\sqrt{3},$$

$\because PD \perp AC$,

$$\therefore \angle ADP = \angle CDP = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADP$ 中, $AP = 2t$,

$$\therefore DP = t, AD = AP \cos A = 2t \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}t,$$

$$\therefore CD = AC - AD = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}t \quad (0 < t < 2);$$

(2) 在 $Rt\triangle PDQ$ 中, $\because \angle DPC=60^\circ$,

$\therefore \angle PQD=30^\circ = \angle A$,

$\therefore PA=PQ$,

$\because PD \perp AC$,

$\therefore AD=DQ$,

\because 点 Q 和点 C 重合,

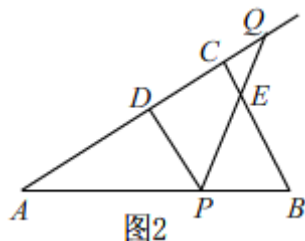
$\therefore AD+DQ=AC$,

$$\therefore 2 \times \sqrt{3}t = 2\sqrt{3},$$

$\therefore t=1$;

$$(3) \text{ 当 } 0 < t \leq 1 \text{ 时, } S = S_{\triangle PDQ} = \frac{1}{2} DQ \times DP = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}t \times t = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2;$$

当 $1 < t < 2$ 时, 如图 2,



$$CQ = AQ - AC = 2AD - AC = 2\sqrt{3}t - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(t-1),$$

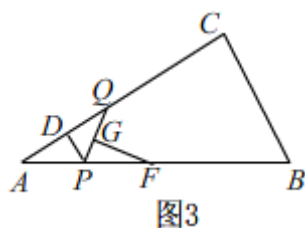
在 $Rt\triangle CEQ$ 中, $\angle CQE=30^\circ$,

$$\therefore CE = CQ \cdot \tan \angle CQE = 2\sqrt{3}(t-1) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2(t-1),$$

$$\therefore S = S_{\triangle PDQ} - S_{\triangle ECQ} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}t \times t - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}(t-1) \times 2(t-1) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}t^2 + 4\sqrt{3}t - 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 & (0 < t \leq 1) \\ -\frac{3\sqrt{3}}{2}t^2 + 4\sqrt{3}t - 2\sqrt{3} & (1 < t < 2) \end{cases};$$

(4) 当 PQ 的垂直平分线过 AB 的中点 F 时, 如图 3,

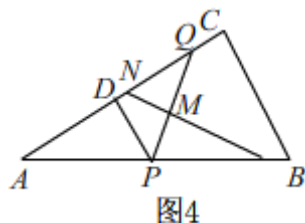


$$\therefore \angle PGF=90^\circ, \quad PG = \frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2}AP = t, \quad AF = \frac{1}{2}AB = 2,$$

$\therefore \angle A = \angle AQP = 30^\circ$,

$$\begin{aligned} \therefore \angle FPG &= 60^\circ, \\ \therefore \angle PFG &= 30^\circ, \\ \therefore PF &= 2PG = 2t, \\ \therefore AP + PF &= 2t + 2t = 2, \\ \therefore t &= \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

当 PQ 的垂直平分线过 AC 的中点 M 时，如图 4，



$$\therefore \angle QMN = 90^\circ, \quad AN = \frac{1}{2} AC = \sqrt{3}, \quad QM = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} AP = t,$$

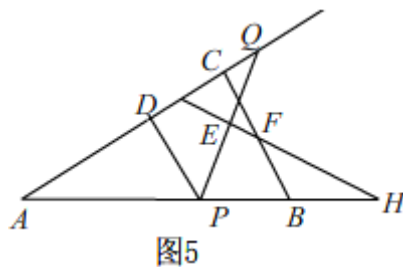
在 $\text{Rt}\triangle NMQ$ 中， $NQ = \frac{MQ}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}t$ ，

$$\therefore AN + NQ = AQ,$$

$$\therefore \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}t = 2\sqrt{3}t,$$

$$\therefore t = \frac{3}{4},$$

当 PQ 的垂直平分线过 BC 的中点时，如图 5，



$$\therefore BF = \frac{1}{2} BC = 1, \quad PE = \frac{1}{2} PQ = t, \quad \angle H = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BFH = 30^\circ = \angle H,$$

$$\therefore BH = BF = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle PEH$ 中， $PH = 2PE = 2t$ ，

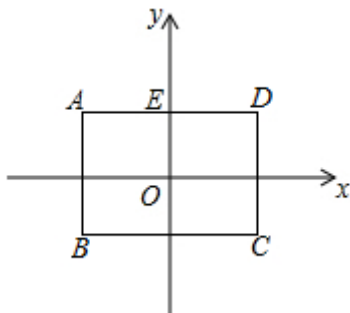
$$\therefore AH = AP + PH = AB + BH,$$

$$\therefore 2t + 2t = 5,$$

$$\therefore t = \frac{5}{4},$$

即：当线段 PQ 的垂直平分线经过 $\triangle ABC$ 一边中点时， t 的值为 $\frac{1}{2}$ 秒或 $\frac{3}{4}$ 秒或 $\frac{5}{4}$ 秒。

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 ABCD 的对称中心为坐标原点 O, $AD \perp y$ 轴于点 E (点 A 在点 D 的左侧), 经过 E、D 两点的函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + 1$ ($x \geq 0$) 的图象记为 G_1 , 函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - mx - 1$ ($x < 0$) 的图象记为 G_2 , 其中 m 是常数, 图象 G_1 、 G_2 合起来得到的图象记为 G . 设矩形 ABCD 的周长为 L .



- (1) 当点 A 的横坐标为 -1 时, 求 m 的值;
- (2) 求 L 与 m 之间的函数关系式;
- (3) 当 G_2 与矩形 ABCD 恰好有两个公共点时, 求 L 的值;
- (4) 设 G 在 $-4 \leq x \leq 2$ 上最高点的纵坐标为 y_0 , 当 $\frac{3}{2} \leq y_0 \leq 9$ 时, 直接写出 L 的取值范围.

解析: (1) 求出点 B 坐标利用待定系数法即可解决问题;

(2) 利用对称轴公式, 求出 BE 的长即可解决问题;

(3) 由 G_2 与矩形 ABCD 恰好有两个公共点, 推出抛物线 G_2 的顶点 $M(-m, \frac{1}{2}m^2 - 1)$ 在线段 AE 上,

利用待定系数法即可解决问题;

(4) 分两种情形讨论求解即可;

答案: (1) 由题意 $E(0, 1)$, $A(-1, 1)$, $B(1, 1)$

把 $B(1, 1)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + 1$ 中, 得到 $1 = -\frac{1}{2} + m + 1$,

$$\therefore m = \frac{1}{2}.$$

(2) \because 抛物线 G_1 的对称轴 $x = -m - 1 = m$,

$$\therefore AE = ED = 2m,$$

\because 矩形 ABCD 的对称中心为坐标原点 O,

$$\therefore AD = BC = 4m, AB = CD = 2,$$

$$\therefore L = 8m + 4.$$

(3) \because 当 G_2 与矩形 ABCD 恰好有两个公共点,

\therefore 抛物线 G_2 的顶点 $M(-m, \frac{1}{2}m^2 - 1)$ 在线段 AE 上,

$$\therefore \frac{1}{2}m^2 - 1 = 1,$$

$$\therefore m = 2 \text{ 或 } -2 \text{ (舍弃)},$$

$$\therefore L = 8 \times 2 + 4 = 20.$$

(4) ①当最高点是抛物线 G_1 的顶点 $N(m, \frac{1}{2}m^2 + 1)$ 时,

若 $\frac{1}{2}m^2+1=\frac{3}{2}$, 解得 $m=1$ 或 -1 (舍弃),

若 $\frac{1}{2}m^2+1=9$ 时, $m=4$ 或 -4 (舍弃),

又 $\because m \leq 2$,

观察图象可知满足条件的 m 的值为 $1 \leq m \leq 2$,

②当 $(2, 2m-1)$ 是最高点时, $\begin{cases} \frac{3}{2} \leq 2m-1 \leq 9 \\ 2 \leq m \end{cases}$,

解得 $2 \leq m \leq 5$,

综上所述, $1 \leq m \leq 5$,

$\therefore 12 \leq L \leq 44$.

