

2010年杭州市各类高中招生文化考试

数 学

考生须知:

1. 本试卷满分 120 分, 考试时间 100 分钟.
2. 答题前, 在答题纸上写姓名和准考证号.
3. 必须在答题纸的对应答题位置上答题, 写在其他地方无效. 答题方式详见答题纸上的说明.
4. 考试结束后, 试题卷和答题纸一并上交.

试题卷

一. 仔细选一选 (本题有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

下面每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的. 注意可以用多种不同的方法来选取正确答案.

1. 计算 $(-1)^2 + (-1)^3 =$

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

2. 4 的平方根是

- A. 2 B. ± 2 C. 16 D. ± 16

3. 方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的一个根是

- A. $1 - \sqrt{5}$ B. $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ C. $-1 + \sqrt{5}$ D. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

4. “ a 是实数, $|a| \geq 0$ ” 这一事件是

- A. 必然事件 B. 不确定事件 C. 不可能事件 D. 随机事件

5. 若一个所有棱长相等的三棱柱, 它的主视图和俯视图分别是正方形和正三角形, 则左视图是

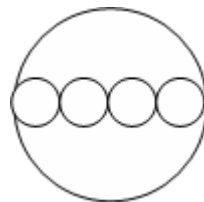
- A. 矩形 B. 正方形 C. 菱形 D. 正三角形

6. 16 位参加百米半决赛同学的成绩各不相同, 按成绩取前 8 位进入决赛. 如果小刘知道了自己的成绩后, 要判断能否进入决赛, 其他 15 位同学成绩的下列数据中, 能使他得出结论的是

- A. 平均数 B. 极差 C. 中位数 D. 方差

7. 如图, 5 个圆的圆心在同一条直线上, 且互相相切, 若大圆直径是 12, 4 个

小圆大小相等, 则这 5 个圆的周长的和为



(第 7 题)

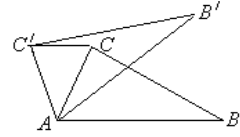
A. 48π

B. 24π

C. 12π

D. 6π

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 70^\circ$. 在同一平面内, 将 $\triangle ABC$ 绕点A旋转到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 使得 $CC' \parallel AB$, 则 $\angle BAB' =$



(第8题)

A. 30°

B. 35°

C. 40°

D. 50°

9. 已知 a, b 为实数, 则解可以为 $-2 < x < 2$ 的不等式组是

A. $\begin{cases} ax > 1 \\ bx > 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} ax > 1 \\ bx < 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ax < 1 \\ bx > 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ax < 1 \\ bx < 1 \end{cases}$

10. 定义 $[a, b, c]$ 为函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的特征数, 下面给出特征数为 $[2m, 1 - m, -1 - m]$ 的函数的一些结论:

① 当 $m = -3$ 时, 函数图象的顶点坐标是 $(\frac{1}{3}, \frac{8}{3})$;

② 当 $m > 0$ 时, 函数图象截 x 轴所得的线段长度大于 $\frac{3}{2}$;

③ 当 $m < 0$ 时, 函数在 $x > \frac{1}{4}$ 时, y 随 x 的增大而减小;

④ 当 $m \neq 0$ 时, 函数图象经过同一个点.

其中正确的结论有

A. ①②③④

B. ①②④

C. ①③④

D. ②④

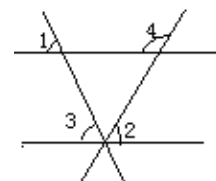
二. 认真填一填 (本题有6个小题, 每小题4分, 共24分)

要注意认真看清题目的条件和要填写的内容, 尽量完整地填写答案.

11. 至2009年末, 杭州市参加基本养老保险约有3422000人, 用科学记数法表示应为 _____ 人.

12. 分解因式 $m^3 - 4m =$ _____ .

13. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 62^\circ$, 则 $\angle 4 =$ _____ .



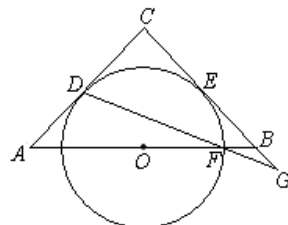
(第13题)

14. 一个密码箱的密码, 每个数位上的数都是从0到9的自然数, 若要使不知道密码的人一次就拨对密码的概率小于 $\frac{1}{2010}$, 则密码的位数至少需要 _____ 位.

15. 先化简 $\sqrt{\frac{2}{3}} - (\frac{1}{6}\sqrt{24} - \frac{3}{2}\sqrt{12})$, 再求得它的近似值为 _____ . (精确到 0.01, $\sqrt{2} \approx 1.414$,

$\sqrt{3} \approx 1.732$)

16. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AC = BC = 6$, $\angle C = 90^\circ$. O 是 AB 的中点, $\odot O$ 与 AC , BC 分别相切于点 D 与点 E . 点 F 是 $\odot O$ 与 AB 的一个交点, 连 DF 并延长交 CB 的延长线于点 G . 则 $CG =$ _____.



(第 16 题)

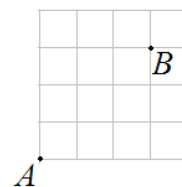
三. 全面答一答 (本题有 8 个小题, 共 66 分)

解答应写出文字说明, 证明过程或推演步骤. 如果觉得有的题目有点困难, 那么把自己能写出的解答写出一部分也可以.

17. (本小题满分 6 分)

常用的确定物体位置的方法有两种.

如图, 在 4×4 个边长为 1 的正方形组成的方格中, 标有 A , B 两点. 请你用



(第 17 题)

两种不同方法表述点 B 相对点 A 的位置.

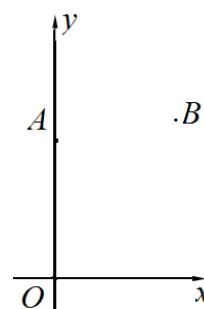
18. (本小题满分 6 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0, 8)$, 点 $B(6, 8)$.

(1) 只用直尺(没有刻度)和圆规, 求作一个点 P , 使点 P 同时满足下列两个条件(要求保留作图痕迹, 不必写出作法):

- 1) 点 P 到 A , B 两点的距离相等;
- 2) 点 P 到 $\angle xOy$ 的两边的距离相等.

(2) 在(1)作出点 P 后, 写出点 P 的坐标.



(第 18 题)

19. (本小题满分 6 分)

给出下列命题:

命题 1. 点(1,1)是直线 $y = x$ 与双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 的一个交点;

命题 2. 点(2,4)是直线 $y = 2x$ 与双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 的一个交点;

命题 3. 点(3,9)是直线 $y = 3x$ 与双曲线 $y = \frac{27}{x}$ 的一个交点;

.....

(1) 请观察上面命题, 猜想出命题 n (n 是正整数);

(2) 证明你猜想的命题 n 是正确的.

20. (本小题满分 8 分)

统计 2010 年上海世博会前 20 天日参观人数, 得到如下频数分布表和频数分布直方图 (部分未完成):



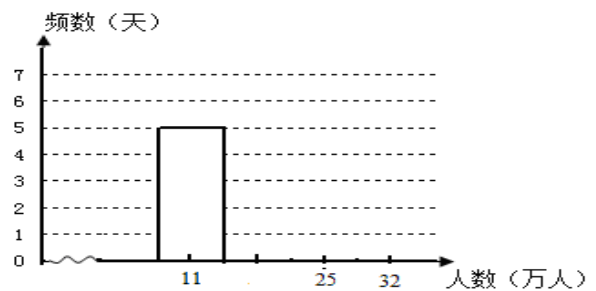
上海世博会前 20 天日参观人数的频数分布表

上海世博会前 20 天日参观人数的频数分布直方图

(1) 请补全频数分布表和频数分布直方图;

(2) 求出日参观人数不低于 22 万的天数和所占的百分比;

(3) 利用以上信息, 试估计上海世博会 (会



组别 (万人)	组中值(万人)	频数	频率
7.5~14.5	11	5	0.25
14.5~21.5		6	0.30
21.5~28.5	25		0.30
28.5~35.5	32	3	

期 184 天) 的参观总人数.

21. (本小题满分 8 分)

已知直四棱柱的底面是边长为 a 的正方形, 高为 h , 体积为 V , 表面积等于 S .

(1) 当 $a = 2, h = 3$ 时, 分别求 V 和 S ;

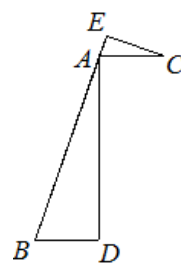
(2) 当 $V = 12, S = 32$ 时, 求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{h}$ 的值.

22. (本小题满分 10 分)

如图, $AB = 3AC$, $BD = 3AE$, 又 $BD \parallel AC$, 点 B, A, E 在同一条直线上.

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CAE$;

(2) 如果 $AC = BD$, $AD = 2\sqrt{2}BD$, 设 $BD = a$, 求 BC 的长.



(第 22 题)

23. (本小题满分 10 分)

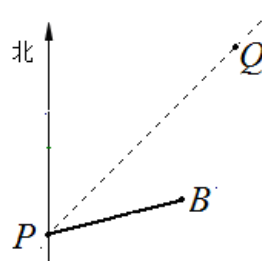
如图, 台风中心位于点 P , 并沿东北方向 PQ 移动, 已知台风移

动的速度为 30 千米/时, 受影响区域的半径为 200 千米, B 市位

于点 P 的北偏东 75° 方向上, 距离点 P 320 千米处.

(1) 说明本次台风会影响 B 市;

(2) 求这次台风影响 B 市的时间.



(第 23 题)

24. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线的解析式是 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$,

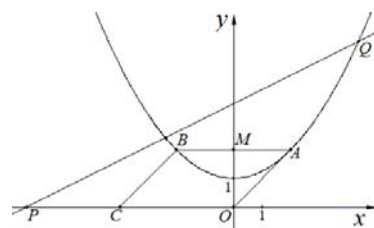
点 C 的坐标为 $(-4, 0)$, 平行四边形 $OABC$ 的顶点 A, B 在抛物线上, AB 与 y 轴交于点 M , 已知点 $Q(x, y)$ 在抛物线上, 点 $P(t, 0)$ 在 x 轴上.

(1) 写出点 M 的坐标;

(2) 当四边形 $CMQP$ 是以 MQ, PC 为腰的梯形时.

① 求 t 关于 x 的函数解析式和自变量 x 的取值范围;

② 当梯形 $CMQP$ 的两底的长度之比为 1:2 时, 求 t 的值.



(第 24 题)

2010年杭州市各类高中招生文化考试

数学评分标准

一. 仔细选一选 (本题有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	D	A	A	C	B	C	D	B

二. 认真填一填 (本题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

- | | | |
|-------------------------|-------------------|-------------------|
| 11. 3.422×10^6 | 12. $m(m+2)(m-2)$ | 13. 118° |
| 14. 4 | 15. 5.20 | 16. $3+3\sqrt{2}$ |

三. 全面答一答 (本题有 8 个小题, 共 66 分)

17. (本小题满分 6 分)

方法 1. 用有序实数对 (a, b) 表示.

比如: 以点 A 为原点, 水平方向为 x 轴, 建立直角坐标系, 则 $B(3, 3)$.

--- 3 分

方法 2. 用方向和距离表示.

比如: B 点位于 A 点的东北方向 (北偏东 45° 等均可), 距离 A 点 $3\sqrt{2}$ 处.

--- 3 分

分

18. (本小题满分 6 分)

(1) 作图如右, 点 P 即为所求作的点;

--- 图形 2 分, 痕迹 2 分

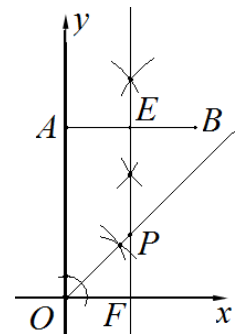
(2) 设 AB 的中垂线交 AB 于 E , 交 x 轴于 F ,

由作图可得, $EF \perp AB$, $EF \perp x$ 轴, 且 $OF=3$,

$\therefore OP$ 是坐标轴的角平分线,

$\therefore P(3, 3)$.

--- 2 分



(第 18 题)

19. (本小题满分 6 分)

(1) 命题 n : 点 (n, n^2) 是直线 $y = nx$ 与双曲线 $y = \frac{n^3}{x}$ 的一个交点 (n 是正整数).

--- 3 分

(2) 把 $\begin{cases} x=n \\ y=n^2 \end{cases}$ 代入 $y=nx$, 左边= n^2 , 右边= $n \cdot n = n^2$,

\therefore 左边 = 右边, \therefore 点 (n, n^2) 在直线上. --- 2 分

同理可证: 点 (n, n^2) 在双曲线上,

\therefore 点 (n, n^2) 是直线 $y=nx$ 与双曲线 $y=\frac{n^3}{x}$ 的一个交点, 命题正确. --- 1 分

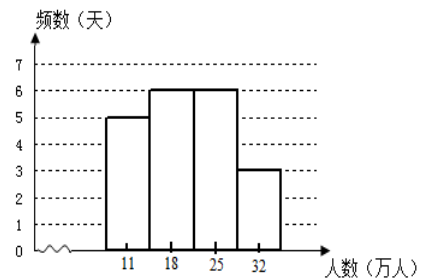
20. (本小题满分 8 分)

(1)

上海世博会前 20 天日参观人数的频数分布表

组别 (万人)	组中值 (万人)	频数	频率
7.5~14.5	11	5	0.25
14.5~21.5	18	6	0.30
21.5~28.5	25	6	0.30
28.5~35.5	32	3	0.15

上海世博会前 20 天日参观人数的频数分布直方图



频数分布表 --- 2 分

频数分布直方图 --- 2 分

(2) 日参观人数不低于 22 万有 9 天, --- 1 分

所占百分比为 45%. --- 1 分

(3) 世博会前 20 天的平均每天参观人数约为

$$\frac{11 \times 5 + 18 \times 6 + 25 \times 6 + 32 \times 3}{20} = \frac{409}{20} = 20.45 \text{ (万人)} \quad \text{--- 1 分}$$

$$20.45 \times 184 = 3762.8 \text{ (万人)}$$

\therefore 估计上海世博会参观的总人数约为 3762.8 万人. --- 1 分

21. (本小题满分 8 分)

(1) 当 $a=2, h=3$ 时,

$$V = a^2 h = 12;$$

$$S = 2a^2 + 4ah = 32 \quad \text{--- 4 分}$$

(2) $\because a^2 h = 12, 2a(a+2h) = 32,$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{12}{a^2}, (a+2h) = \frac{16}{a}, \\ \therefore \frac{2}{a} + \frac{1}{h} &= \frac{2h+a}{ah} = \frac{\frac{16}{a}}{a \cdot \frac{12}{a^2}} = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

--- 4 分

22. (本小题满分 10 分)

(1) $\because BD \parallel AC$, 点 B, A, E 在同一条直线上, $\therefore \angle DBA = \angle CAE$,

又 $\because \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AE} = 3, \therefore \triangle ABD \sim \triangle CAE$.

--- 4 分

(2) $\because AB = 3AC = 3BD, AD = 2\sqrt{2}BD$,

$$\therefore AD^2 + BD^2 = 8BD^2 + BD^2 = 9BD^2 = AB^2,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

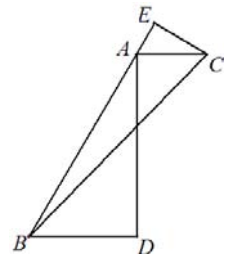
由 (1) 得 $\angle E = \angle D = 90^\circ$,

$$\therefore AE = \frac{1}{3}BD, EC = \frac{1}{3}AD = \frac{2\sqrt{2}}{3}BD, AB = 3BD,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } BC^2 = (AB + AE)^2 + EC^2$$

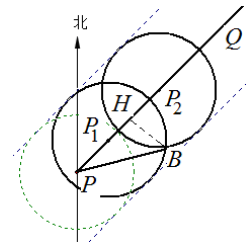
$$= (3BD + \frac{1}{3}BD)^2 + (\frac{2\sqrt{2}}{3}BD)^2 = \frac{108}{9}BD^2 = 12a^2,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{3}a.$$



(第 22 题)

--- 6 分



(第 23 题)

23. (本小题满分 10 分)

(1) 作 $BH \perp PQ$ 于点 H , 在 $\text{Rt}\triangle BHP$ 中,

由条件知, $PB = 320, \angle BPQ = 30^\circ$, 得 $BH = 320\sin 30^\circ = 160 < 200$,

\therefore 本次台风会影响 B 市.

--- 4 分

(2) 如图, 若台风中心移动到 P_1 时, 台风开始影响 B 市, 台风中心移动到 P_2 时, 台风影响结束.

由 (1) 得 $BH = 160$, 由条件得 $BP_1 = BP_2 = 200$,

$$\therefore \text{所以 } P_1P_2 = 2\sqrt{200^2 - 160^2} = 240,$$

--- 4 分

$$\therefore \text{台风影响的时间 } t = \frac{240}{30} = 8 \text{ (小时)}.$$

--- 2 分

24. (本小题满分 12 分)

(1) $\because OABC$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel OC$, 且 $AB = OC = 4$,

$\therefore A, B$ 在抛物线上, y 轴是抛物线的对称轴,

$\therefore A, B$ 的横坐标分别是 2 和 -2,

代入 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 得, $A(2, 2), B(-2, 2)$,

$\therefore M(0, 2)$,

---2 分

(2) ① 过点 Q 作 $QH \perp x$ 轴, 设垂足为 H , 则 $HQ = y$, $HP = x - t$,

由 $\triangle HQP \sim \triangle OMC$, 得: $\frac{y}{2} = \frac{x-t}{4}$, 即: $t = x - 2y$,

$\therefore Q(x, y)$ 在 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 上, $\therefore t = -\frac{1}{2}x^2 + x - 2$.

---2 分

当点 P 与点 C 重合时, 梯形不存在, 此时, $t = -4$, 解得 $x = 1 \pm \sqrt{5}$,

当 Q 与 B 或 A 重合时, 四边形为平行四边形, 此时, $x = \pm 2$

$\therefore x$ 的取值范围是 $x \neq 1 \pm \sqrt{5}$, 且 $x \neq \pm 2$ 的所有实数.

---2 分

② 分两种情况讨论:

1) 当 $CM > PQ$ 时, 则点 P 在线段 OC 上,

$\therefore CM \parallel PQ, CM = 2PQ$,

\therefore 点 M 纵坐标为点 Q 纵坐标的 2 倍, 即 $2 = 2(\frac{1}{4}x^2 + 1)$, 解得 $x = 0$,

$\therefore t = -\frac{1}{2}0^2 + 0 - 2 = -2$.

---2 分

2) 当 $CM < PQ$ 时, 则点 P 在 OC 的延长线上,

$\therefore CM \parallel PQ, CM = \frac{1}{2}PQ$,

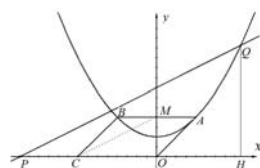
\therefore 点 Q 纵坐标为点 M 纵坐标的 2 倍, 即 $\frac{1}{4}x^2 + 1 = 2 \times 2$, 解得: $x = \pm 2\sqrt{3}$.

---2 分

当 $x = -2\sqrt{3}$ 时, 得 $t = -\frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} - 2 = -8 - 2\sqrt{3}$,

当 $x = 2\sqrt{3}$ 时, 得 $t = 2\sqrt{3} - 8$.

---2 分



(第 24 题)