2018年湖南省永州市中考真题数学

一、选择题(本大题共10个小题，每个小题只有一个正确选项，每小题4分，共40分)

1. -2018的相反数是(　　)

A.2018

B.-2018

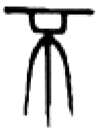
C.$\frac{1}{2018}$

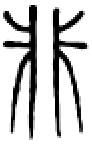
D.$-\frac{1}{2018}$

解析：只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

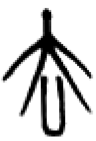
答案：A.

2.誉为全国第三大露天碑林的“浯溪碑林”，摩崖上铭刻着500多方古今名家碑文，其中悬针篆文具有较高的历史意义和研究价值，下面四个悬针篆文文字明显不是轴对称图形的是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：A、是轴对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，故此选项正确；

D、是轴对称图形，故此选项错误.

答案：C.

3.函数y=$\frac{1}{x-3}$中自变量x的取值范围是(　　)

A.x≥3

B.x<3

C.x≠3

D. x=3

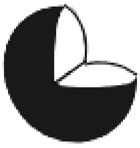
解析：根据分式的意义，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

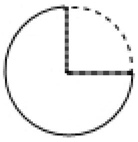
根据题意得：x-3≠0，

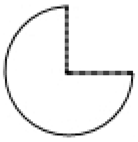
解得：x≠3.

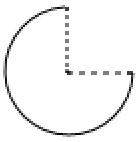
答案：C.

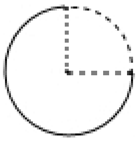
4.如图几何体的主视图是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：依据从该几何体的正面看到的图形，即可得到主视图.

答案：B.

5.下列运算正确的是(　　)

A. $m^2+2m^3=3m^5$

B. $m^2\cdot m^3=m^6$

C. $(-m)^3=-m^3$

D. $(mn)^3=mn^3$

解析：根据合并同类项法则、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方逐一计算可得.

答案：C.

6.已知一组数据 45，51，54，52，45，44，则这组数据的众数、中位数分别为(　　)

A. 45，48

B. 44，45

C. 45，51

D. 52，53

解析：数据从小到大排列为：44，45，45，51，52，54，

所以这组数据的众数为 45，中位数为$\frac{1}{2}$(45+51)=48.

答案：A.

7.下列命题是真命题的是(　　)

A.对角线相等的四边形是矩形

B.对角线互相垂直的四边形是菱形

C.任意多边形的内角和为 360°

D.三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半

解析：A、对角线相等的平行四边形是矩形，所以 A 选项为假命题；

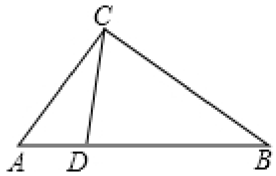
B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，所以 B 选项为假命题；

C、任意多边形的外角和为 360°，所以 C 选项为假命题；

D、三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半，所以 D 选项为真命题.

答案：D.

8.如图,在△ABC 中,点 D 是边 AB 上的一点,∠ADC=∠ACB,AD=2,BD=6,则边 AC 的长为(　　)



A.2

B.4

C.6

D.8

解析：∵∠A=∠A，∠ADC=∠ACB,

∴△ADC∽△ACB,

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$,

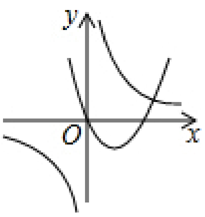
∴AC^2=AD·AB=2×8=16,

∵AC＞0,

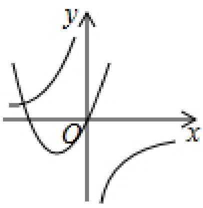
∴AC=4.

答案：B.

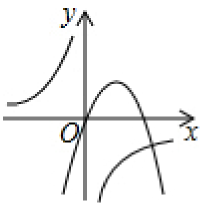
9.在同一平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{b}{x}$(b≠0)与二次函数 $y=ax^2+bx$(a≠0)的图象大致是(　　)



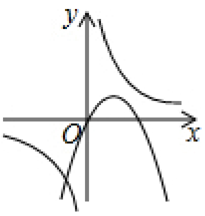
A.



B.



C.



D.

解析：直接利用二次函数图象经过的象限得出 a，b 的值取值范围，进而利用反比例函数的性质得出答案.

答案：D.

10.甲从商贩 A 处购买了若干斤西瓜，又从商贩 B 处购买了若干斤西瓜.A、B 两处所购买的西瓜重量之比为 3：2，然后将买回的西瓜以从 A、B 两处购买单价的平均数为单价全部卖给了乙，结果发现他赔钱了，这是因为(　　)

A.商贩 A 的单价大于商贩 B 的单价

B.商贩 A 的单价等于商贩 B 的单价

C.商版 A 的单价小于商贩 B 的单价

D.赔钱与商贩 A、商贩 B 的单价无关

解析：利润=总售价-总成本=$\frac{a+b}{2}$×5-(3a+2b)=0.5b-0.5a，赔钱了说明利润＜0

∴0.5b-0.5a＜0，

∴a＞b.

答案：A.

二、填空题(本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分)

11.截止 2017 年年底，我国 60 岁以上老龄人口达 2.4 亿，占总人口比重达 17.3%.将 2.4 亿用科学记数法表示为_____.

解析：2.4 亿=2.4×10^{8}.

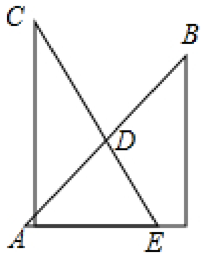
答案：2.4×10^{8}.

12.因式分解：$x^{2}-1$=_____.

解析：原式=(x+1)(x-1).

答案：(x+1)(x-1).

13.一副透明的三角板，如图叠放，直角三角板的斜边 AB、CE 相交于点 D，则∠BDC=_____.



解析：∵∠CEA=60°，∠BAE=45°，
∴∠ADE=180°-∠CEA-∠BAE=75°，
∴∠BDC=∠ADE=75°.
答案：75°.

14.化简：$\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)\div\dfrac{x^2+x}{x^2-2x+1}$=_____.

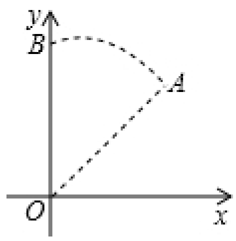
解析：根据分式的加法和除法可以解答本题.

答案：$\dfrac{x-1}{x+1}$.

15.在一个不透明的盒子中装有 n 个球，它们除了颜色之外其它都没有区别，其中含有 3 个红球，每次摸球前，将盒中所有的球摇匀，然后随机摸出一个球，记下颜色后再放回盒中.通过大量重复试验，发现摸到红球的频率稳定在 0.03，那么可以推算出 n 的值大约是_____.

解析：由题意可得，$\dfrac{3}{n}$=0.03，
解得，n=100.
故估计 n 大约是 100.
答案：100.

16.如图，在平面直角坐标系中，已知点 A(1，1)，以点 O 为旋转中心，将点 A 逆时针旋转到点 B 的位置，则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为_____.

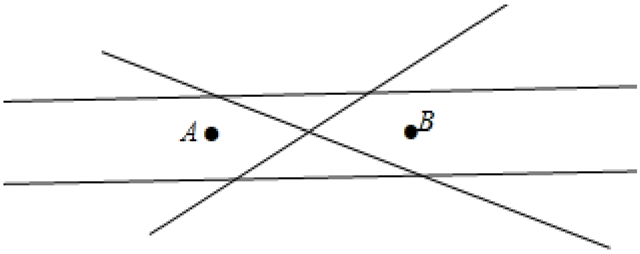


解析：由点 A(1，1)，可得 OA=$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，点 A 在第一象限的角平分线上，那么∠AOB=45°，再根据弧长公式计算即可.

答案：$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$.

17.对于任意大于 0 的实数 x、y，满足：$\log_2(x\cdot y)=\log_2 x+\log_2 y$，若 $\log_2 2=1$，则 $\log_2 16=$______.
解析：$\log_2 16=\log_2(2\cdot2\cdot2\cdot2)=\log_2 2+\log_2 2+\log_2 2+\log_2 2=1+1+1+1=4$.
答案：4.

18.现有 A、B 两个大型储油罐，它们相距 2km，计划修建一条笔直的输油管道，使得 A、B 两个储油罐到输油管道所在直线的距离都为 0.5km，输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有______种.
解析：输油管道所在直线符合上述要求的设计方案有 4 种，如图所示.



答案：4.

三、解答题(本大题共 8 个小题，解答题要求写出证明步骤或解答过程)

19.计算：$2^{-1}-\sqrt{3}\sin60°+|1-\sqrt[3]{27}|$.

解析：原式利用负整数指数幂法则，特殊角的三角函数值，以及绝对值的代数意义计算即可求出值.

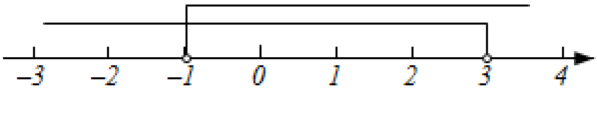
答案：原式$=\frac{1}{2}-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2=1$.

20.解不等式组$\begin{cases}2(x-1)+1<x+2\\ \frac{x-1}{2}>-1\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.

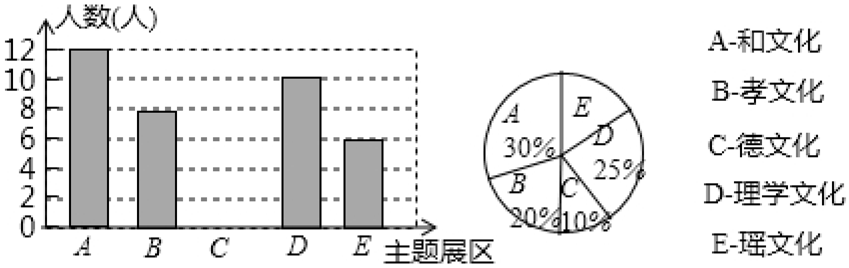
解析：分别解不等式组的两个不等式，即可得到其公共部分，依据解集即可在数轴上表示出来.

答案：$\begin{cases}2(x-1)+1<x+2\\ \frac{x-1}{2}>-1\end{cases}$，

解不等式①，可得 $x<3$，
解不等式②，可得 $x>-1$，
∴不等式组的解集为 $-1<x<3$，
在数轴上表示出来为：



21.永州植物园“清风园”共设 11 个主题展区.为推进校园文化建设，某校九年级(1)班组织部分学生到“清风园”参观后，开展“我最喜欢的主题展区”投票调查.要求学生从“和文化”、“孝文化”、“德文化”、“理学文化”、“瑶文化”五个展区中选择一项，根据调查结果绘制出了两幅不完整的条形统计图和扇形统计图.结合图中信息，回答下列问题.



(1)参观的学生总人数为_____人；

(2)在扇形统计图中最喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为_____；

(3)补全条形统计图；

(4)从最喜欢“德文化”的学生中随机选两人参加知识抢答赛，最喜欢“德文化”的学生甲被选中的概率为_____.

解析：(1)依据最喜欢“和文化”的学生数以及百分比，即可得到参观的学生总人数；

(2)依据最喜欢“瑶文化”的学生数，即可得到其占参观总学生数的百分比；

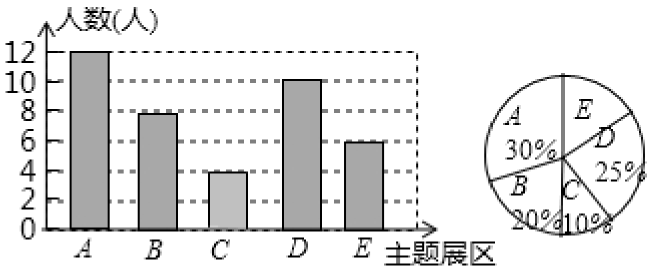
(3)依据“德文化”的学生数为 40-12-8-10-6=4，即可补全条形统计图；

(4)设最喜欢“德文化”的 4 个学生分别为甲乙丙丁，画树状图可得最喜欢“德文化”的学生甲被选中的概率.

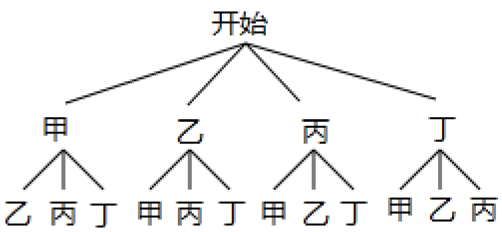
答案：(1)参观的学生总人数为 12÷30%=40(人)；

(2)喜欢“瑶文化”的学生占参观总学生数的百分比为 $\frac{6}{40}\times 100\%=15\%$；

(3)“德文化”的学生数为 40-12-8-10-6=4，条形统计图如下：



(4)设最喜欢“德文化”的 4 个学生分别为甲乙丙丁，画树状图得：

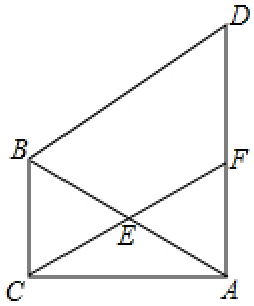


∵共有 12 种等可能的结果，甲同学被选中的有 6 种情况，

∴甲同学被选中的概率是：$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

22.如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，∠CAB=30°，以线段 AB 为边向外作等边△ABD，点 E

是线段 AB 的中点，连接 CE 并延长交线段 AD 于点 F.



(1)求证：四边形 BCFD 为平行四边形；

(2)若 AB=6，求平行四边形 BCFD 的面积.

解析：(1)在 Rt△ABC 中，E 为 AB 的中点，则 CE=$\frac{1}{2}$AB，BE=$\frac{1}{2}$AB，得到∠BCE=∠EBC=60°．由△AEF≌△BEC，得∠AFE=∠BCE=60°．又∠D=60°，得∠AFE=∠D=60 度.所以 FC∥BD，又因为∠BAD=∠ABC=60°，所以 AD∥BC，即 FD∥BC，则四边形 BCFD 是平行四边形.

(2)在 Rt△ABC 中，求出 BC，AC 即可解决问题.

答案：(1)证明：在△ABC 中，∠ACB=90°，∠CAB=30°，

∴∠ABC=60°．

在等边△ABD 中，∠BAD=60°，

∴∠BAD=∠ABC=60°．

∵E 为 AB 的中点，

∴AE=BE.

又∵∠AEF=∠BEC，

∴△AEF≌△BEC.

在△ABC 中，∠ACB=90°，E 为 AB 的中点，

∴CE=$\frac{1}{2}$AB，BE=$\frac{1}{2}$AB.

∴CE=AE，

∴∠EAC=∠ECA=30°，

∴∠BCE=∠EBC=60°．

又∵△AEF≌△BEC，

∴∠AFE=∠BCE=60°．

又∵∠D=60°，

∴∠AFE=∠D=60°．

∴FC∥BD.

又∵∠BAD=∠ABC=60°，

∴AD∥BC，即 FD∥BC.

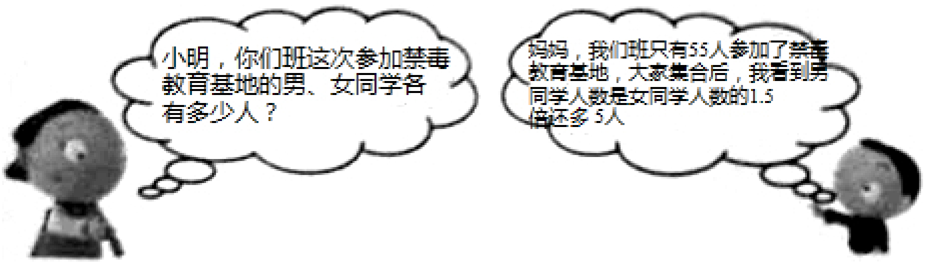
∴四边形 BCFD 是平行四边形.

(2)解：在 Rt△ABC 中，∵∠BAC=30°，AB=6，

∴BC=$\frac{1}{2}$AB=3，AC=$\sqrt{3}$BC=3$\sqrt{3}$，

∴S$_{平行四边形BCFD}$=3×3$\sqrt{3}$=9$\sqrt{3}$.

23. 在永州市青少年禁毒教育活动中，某班男生小明与班上同学一起到禁毒教育基地参观，以下是小明和奶奶的对话，请根据对话内容，求小明班上参观禁毒教育基地的男生和女生的人数.



解析：设小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 x 人，女生人数为 y 人，根据“男生人数+女生人数=55、男生人数=1.5×女生人数+5”列出方程组并解答.

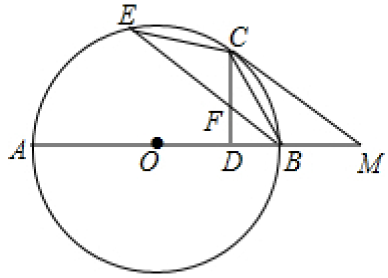
答案：设小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 x 人，女生人数为 y 人，

依题意得：$\begin{cases} x+y=55 \\ x=1.5y+5 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=35 \\ y=20 \end{cases}$，

答：小明班上参观禁毒教育基地的男生人数为 35 人，女生人数为 20 人.

24. 如图，线段 AB 为⊙O 的直径，点 C，E 在⊙O 上，$BC = CE$，CD⊥AB，垂足为点 D，连接 BE，弦 BE 与线段 CD 相交于点 F.



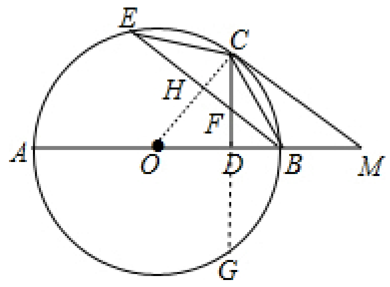
(1)求证：CF=BF；

(2)若 cos∠ABE=$\frac{4}{5}$，在 AB 的延长线上取一点 M，使 BM=4，⊙O 的半径为 6.求证：直线 CM 是⊙O 的切线.

解析：(1)延长 CD 交⊙O 于 G，如图，利用垂径定理得到$BC = BG$，则可证明$CE = BG$，然后根据圆周角定理得∠CBE=∠GCB，从而得到 CF=BF；

(2)连接 OC 交 BE 于 H，如图，先利用垂径定理得到 OC⊥BE，再在 Rt△OBH 中利用解直角三角形得到 BH=$\frac{24}{5}$，OH=$\frac{18}{5}$，接着证明△OHB∽△OCM 得到∠OCM=∠OHB=90°，然后根据切线的判定定理得到结论.

答案：(1)延长 CD 交⊙O 于 G，如图，



∵CD⊥AB，

∴ $BC = BG$，

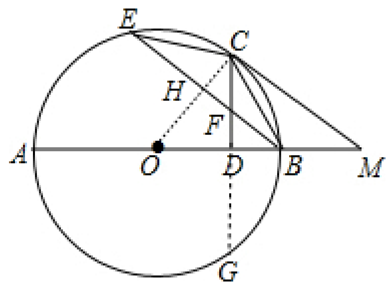
∵ $BC = CE$，

∴ $CE = BG$，

∴∠CBE=∠GCB，

∴CF=BF；

(2)连接 OC 交 BE 于 H，如图，



∵ $BC = CE$，

∴OC⊥BE，

在 Rt△OBH 中，cos∠OBH=$\frac{BH}{OB}=\frac{4}{5}$，

∴BH=$\frac{4}{5}$×6=$\frac{24}{5}$，

∴OH=$\sqrt{6^2-\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{18}{5}$，

∵ $\frac{OH}{OC}=\frac{\frac{18}{5}}{6}=\frac{3}{5}$，$\frac{OB}{OM}=\frac{6}{6+4}=\frac{3}{5}$，

∴ $\frac{OH}{OC}=\frac{OB}{OM}$，

而∠HOB=∠COM，

∴△OHB∽△OCM，

∴∠OCM=∠OHB=90°，

∴OC⊥CM，

∴直线 CM 是⊙O 的切线.

25.如图1，抛物线的顶点A的坐标为(1，4)，抛物线与x轴相交于B、C两点，与y轴交于点E(0，3).

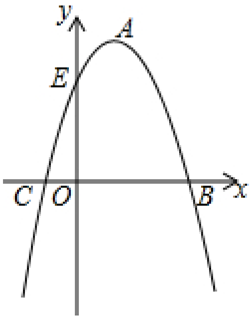


图1

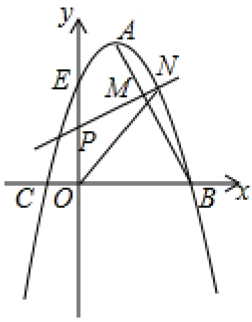
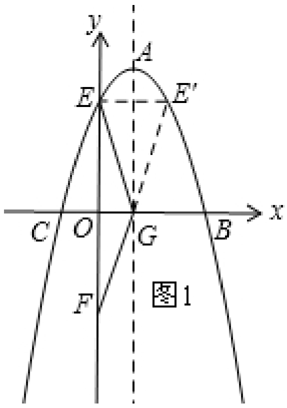


图2

(1)求抛物线的表达式；
(2)已知点F(0，-3)，在抛物线的对称轴上是否存在一点G，使得EG+FG最小，如果存在，求出点G的坐标：如果不存在，请说明理由.
(3)如图2，连接AB，若点P是线段OE上的一动点，过点P作线段AB的垂线，分别与线段AB、抛物线相交于点M、N(点M、N都在抛物线对称轴的右侧)，当MN最大时，求△PON的面积.
解析：(1)根据顶点式可求得抛物线的表达式；
(2)根据轴对称的最短路径问题，作E关于对称轴的对称点E´，连接E´F交对称轴于G，此时EG+FG的值最小，先求E´F的解析式，它与对称轴的交点就是所求的点G；
(3)如图2，先利用待定系数法求AB的解析式为：$y=-2x+6$，设N$(m,-m^2+2m+3)$，则Q$(m,-2m+6)$，$(0\leqslant m\leqslant 3)$，表示$NQ=-m^2+4m-3$，证明△QMN∽△ADB，列比例式可得MN的表达式，根据配方法可得当$m=2$时，MN有最大值，证明△NGP∽△ADB，同理得PG的长，从而得OP的长，根据三角形的面积公式可得结论，并将$m=2$代入计算即可.
答案：(1)设抛物线的表达式为：$y=a(x-1)^2+4$，
把(0，3)代入得：$3=a(0-1)^2+4$，
$a=-1$，
∴抛物线的表达式为：$y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$；
(2)存在，
如图1，作E关于对称轴的对称点E´，连接E´F交对称轴于G，此时EG+FG的值最小，



∵E(0，3)，
∴E´(2，3)，
易得E´F的解析式为：$y=3x-3$，

当 x=1 时，y=3×1-3=0，

∴G(1，0).

(3)如图 2，

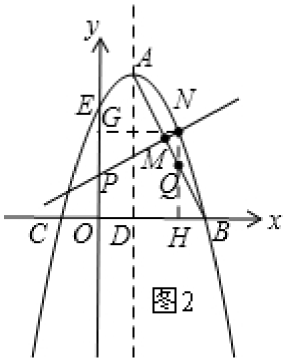


图2

∵A(1，4)，B(3，0)，

易得 AB 的解析式为：y=-2x+6，

设 N(m，$-m^2+2m+3$)，则 Q(m，-2m+6)，(0≤m≤3)，

∴NQ=($-m^2+2m+3$)-(-2m+6)=$-m^2+4m-3$，

∵AD∥NH，

∴∠DAB=∠NQM，

∵∠ADB=∠QMN=90°，

∴△QMN∽△ADB，

∴$\frac{QN}{MN}=\frac{AB}{BD}$，

∴$\frac{-m^2+4m-3}{MN}=\frac{2\sqrt{5}}{2}$，

∴MN=$-\frac{\sqrt{5}}{5}$(m-2)2+$\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∵$-\frac{\sqrt{5}}{5}$<0，

∴当 m=2 时，MN 有最大值；

过 N 作 NG⊥y 轴于 G，

∵∠GPN=∠ABD，∠NGP=∠ADB=90°，

∴△NGP∽△ADB，

∴$\frac{PG}{NG}=\frac{BD}{AD}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

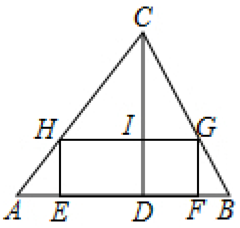
∴PG=$\frac{1}{2}$NG=$\frac{1}{2}$m，

∴OP=OG-PG=$-m^2+2m+3-\frac{1}{2}m=-m^2+\frac{3}{2}m+3$，

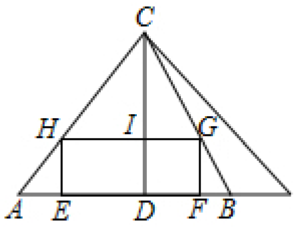
∴$S_{\triangle PON}=\frac{1}{2}OP\cdot GN=\frac{1}{2}(-m^2+\frac{3}{2}m+3)\cdot m$，

当 m=2 时，$S_{\triangle PON}=\frac{1}{2}\times 2(-4+3+3)=2$.

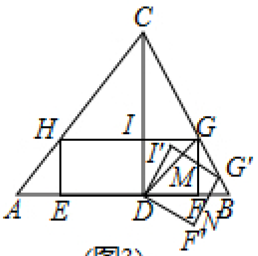
26.如图 1，在△ABC 中，矩形 EFGH 的一边 EF 在 AB 上，顶点 G、H 分别在 BC、AC 上，CD 是边 AB 上的高，CD 交 GH 于点 I.若 CI=4，HI=3，AD=$\frac{9}{2}$.矩形 DFGI 恰好为正方形.



(图1)

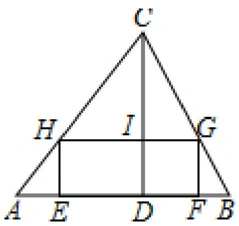


(图2)

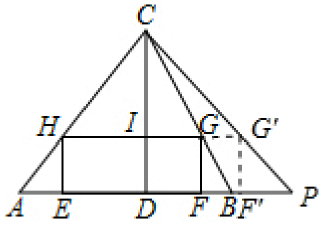


(图3)

(1)求正方形 DFGI 的边长；
(2)如图 2，延长 AB 至 P.使得 AC=CP，将矩形 EFGH 沿 BP 的方向向右平移，当点 G 刚好落在 CP 上时，试判断移动后的矩形与△CBP 重叠部分的形状是三角形还是四边形，为什么？
(3)如图 3，连接 DG，将正方形 DFGI 绕点 D 顺时针旋转一定的角度得到正方形 DF′G′I′，正方形 DF′G′I′ 分别与线段 DG、DB 相交于点 M，N，求△MNG′ 的周长.
解析：(1)由 HI∥AD，得到 $\frac{HI}{AD}=\frac{CI}{AD}$，求出 AD 即可解决问题；
(2)如图 2 中，设等 G 落在 PC 时对应的点为 G′，点 F 的对应的点为 F′.求出 IG′ 和 BD 的长比较即可判定；
(3)如图 3 中，如图将△DMI′ 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到△DF′R，此时 N、F′、R 共线.想办法证明 MN=MI′+NF′，即可解决问题.
答案：(1)如图 1 中，



∵HI∥AD，
∴$\frac{HI}{AD}=\frac{CI}{AD}$，
∴$\frac{3}{\frac{9}{2}}=\frac{4}{AD}$，
∴AD=6，
∴ID=CD-CI=2，
∴正方形的边长为 2.
(2)如图 2 中，设等 G 落在 PC 时对应的点为 G′，点 F 的对应的点为 F′.



(图2)

∵CA=CP，CD⊥PA，

∴∠ACD=∠PCD，∠A=∠P，

∵HG′∥PA，

∴∠CHG′=∠A，∠CG′H=∠P，

∴∠CHG′=∠CG′H，

∴CH=CG′，

∴IH=IG′=DF′=3，

∵IG∥DB，

∴$\frac{IG}{DB}=\frac{CI}{CD}$，

∴$\frac{2}{DB}=\frac{4}{6}$，

∴DB=3，

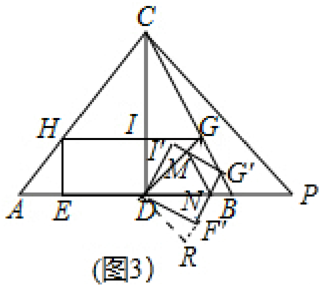
∴DB=DF′=3，

∴点B与点F′重合，

∴移动后的矩形与△CBP重叠部分是△BGG′，

∴移动后的矩形与△CBP重叠部分的形状是三角形.

(3)如图3中，如图将△DMI′绕点D逆时针旋转90°得到△DF′R，此时N、F′、R共线.



(图3)

∵∠MDN=∠NDF+∠MDI′=∠NDF′+∠DF′R=∠NDR=45°，

∵DN=DN，DM=DR，

∴△NDM≌△NDR，

∴MN=NR=NF′+RF′=NF′+MI′，

∴△MNG′的周长=MN+MG′+NG′=MG′+MI′+NG′+F′R=2I′G′=4.