2015年江苏省扬州市中考真题数学

一、选择题(本大题共8小题，每小题3分，共24分.在每小题给出的四个选项中，恰有一个选项是符合题目要求的.)

1.实数0是(　　)

A.有理数

B.无理数

C.正数

D.负数

解析：根据实数的分类，0是有理数.

答案：A.

2.　2015年我国大学生毕业人数将达到7 490 000人，这个数据用科学记数法表示为(　　)

A.7.49×10^{7}

B.7.49×10^{6}

C.74.9×10^{5}

D.0.749×10^{7}

解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数.所以将7 490 000用科学记数法表示为：7.49×10^{6}.

答案：B.

3.如图是某校学生参加课外兴趣小组的人数占总人数比例的统计图,则参加人数最多的课外兴趣小组是(　　)

A.音乐组

B.美术组

C.体育组

D.科技组

解析：根据扇形统计图中扇形面积越大，所占的比例越重，相应的人数越多：

40%>25%>23%>12%，即体育组的人数最多.

答案：C.

4.下列二次根式中的最简二次根式是(　　)

A.$\sqrt{30}$

B. $\sqrt{12}$

C. $\sqrt{8}$

D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

解析：判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

A、符合最简二次根式的定义，故本选项正确；

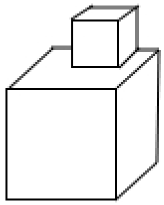
B、原式=$2\sqrt{3}$，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式，故本选项错误；

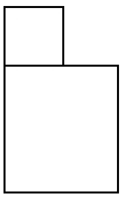
C、原式=$2\sqrt{2}$，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式，故本选项错误；

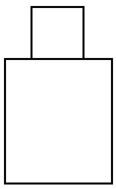
D、被开方数含分母，不是最简二次根式，故本选项错误.

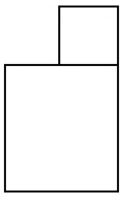
答案：A

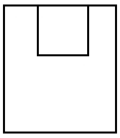
5. 如图所示的物体的左视图为(　　)



A. 

B. 

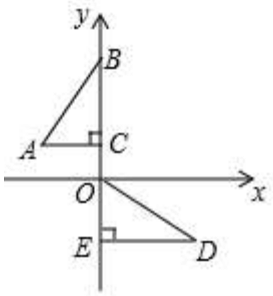
C. 

D. 

解析：找到从左面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在左视图中.从左面看易得第一层有 1 个矩形，第二层最左边有一个正方形.

答案：A.

6.如图，在平面直角坐标系中，点 B、C、E、在 y 轴上，Rt△ABC 经过变换得到 Rt△ODE.若点 C 的坐标为(0，1)，AC=2，则这种变换可以是(　　)



A.△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°，再向下平移 3

B.△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°，再向下平移 1

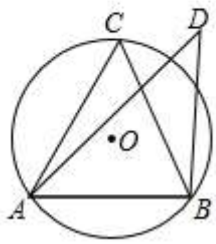
C.△ABC 绕点 C 逆时针旋转 90°，再向下平移 1

D.△ABC 绕点 C 逆时针旋转 90°，再向下平移 3

解析：考查坐标与图形变化-旋转和坐标与图形变化-平移.根据图形可以看出，△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°，再向下平移 3 个单位可以得到△ODE.

答案：A.

7. 如图，若锐角△ABC 内接于⊙O，点 D 在⊙O 外(与点 C 在 AB 同侧)，则下列三个结论：①sin∠C＞sin∠D；②cos∠C＞cos∠D；③tan∠C＞tan∠D 中，正确的结论为(　　)



A.①②

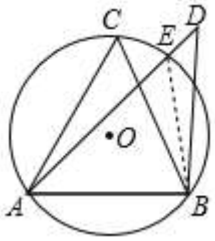
B.②③

C.①②③

D.①③

解析：考查锐角三角函数的增减性，圆周角定理.

如图，连接 BE，



根据圆周角定理，可得∠C=∠AEB，
∵∠AEB=∠D+∠DBE，
∴∠AEB＞∠D，
∴∠C＞∠D，
根据锐角三角形函数的增减性，可得，
sin∠C＞sin∠D，故①正确；
cos∠C＜cos∠D，故②错误；
tan∠C＞tan∠D，故③正确.
答案：D.

8. 已知 x=2 是不等式(x-5)(ax-3a+2)≤0 的解，且 x=1 不是这个不等式的解，则实数 a 的取值范围是(　　)
A.a＞1
B.a≤2
C.1＜a≤2
D.1≤a≤2
解析：∵x=2 是不等式(x-5)(ax-3a+2)≤0 的解，
∴(2-5)(2a-3a+2)≤0，
解得：a≤2；
∵x=1 不是这个不等式的解，
∴(1-5)(a-3a+2)＞0，
解得：a＞1，
∴1＜a≤2.
答案：C.

二、填空题(本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.不许写出解答过程，请把答案直接填写在相应位置)

9. -3 的相反数是_________.
解析：一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号：-(-3)=3，故-3 的相反数是 3.
答案：3.

10.因式分解：$x^3-9x=$_________.
解析：考查提公因式法与公式法的综合运用，先提取公因式 x，再利用平方差公式进行分解：$x^3-9x=x(x^2-9)=x(x+3)(x-3)$.
答案：x(x+3)(x-3)

11.已知一个正比例函数的图象与一个反比例函数的一个交点坐标为(1，3)，则另一个交点坐标是_______.
解析：∵反比例函数的图象与经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称，
∴另一个交点的坐标与点(1，3)关于原点对称，
∴该点的坐标为(-1，-3).
答案：(-1，-3).

12. 色盲是伴 X 染色体隐性先天遗传病，患者中男性远多于女性，从男性体检信息库中随机抽取体检表，统计结果如表：

抽取的体检表数n	50	100	200	400	500	800	1000	1200	1500	2000
色盲患者的频数m	3	7	13	29	37	55	69	85	105	138
色盲患者的频率m/n	0.060	0.070	0.065	0.073	0.074	0.069	0.069	0.071	0.070	0.069

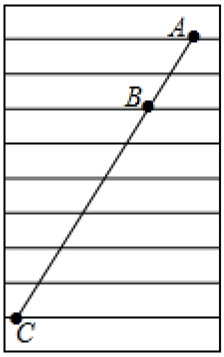
根据表中数据，估计在男性中，男性患色盲的概率为_________(结果精确到 0.01)
解析：考查利用频率估计概率.观察随着实验次数的增多，频率逐渐稳定到的常数即可表示男性患色盲的概率.
观察表格发现，随着实验人数的增多，男性患色盲的频率逐渐稳定在常数 0.07 左右，
故男性中，男性患色盲的概率为 0.07.
答案：0.07.

13.若 $a^2-3b=5$，则 $6b-2a^2+2015=$_______.
解析：$6b-2a^2+2015=-2(a^2-3b)+2015=-2\times5+2015=-10+2015=2005$.
答案：2005.

14. 已知一个圆锥的侧面积是 $2\pi cm^2$，它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的高为cm(结果保留根号).
解析：利用扇形的面积公式可得圆锥的母线长，进而求得扇形的弧长，除以 2π 即为圆锥的底面圆半径，利用勾股定理求得圆锥的高即可.
设圆锥的母线长为 R，
$\pi\times R^2\div2=2\pi$，
解得：R=2，
∴圆锥侧面展开图的弧长为：2π，
∴圆锥的底面圆半径是 2π÷2π=1，
∴圆锥的高为 $\sqrt{3}$.

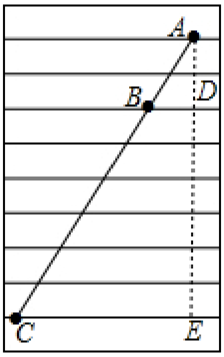
答案：$\sqrt{3}$.

15. 如图，练习本中的横格线都平行，且相邻两条横格线间的距离都相等，同一条直线上的三个点 A、B、C 都在横格线上.若线段 AB=4cm，则线段 BC=_____cm.



解析：过点 A 作 AE⊥CE 于点 E，交 BD 于点 D，根据平行线分线段成比例可得 $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$，代入计算即可解答.

如图，过点 A 作 AE⊥CE 于点 E，交 BD 于点 D，



∵练习本中的横格线都平行，且相邻两条横格线间的距离都相等，

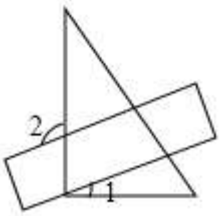
∴ $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$，

即 $\frac{4}{BC}=\frac{2}{6}$，

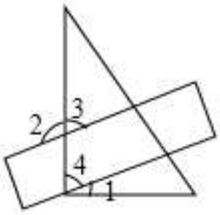
∴BC=12cm.

答案：12.

16. 如图，已知矩形纸片的一条边经过直角三角形纸片的直角顶点，若矩形纸片的一组对边与直角三角形纸片的两条直角边相交成∠1、∠2，则∠2-∠1=____.

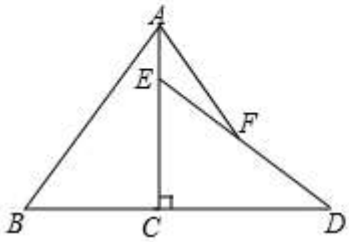


解析：如图所示：

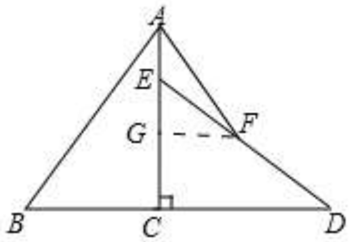


∵∠2+∠3=180°，
∴∠3=180°-∠2.
∵直尺的两边互相平行，
∴∠4=∠3，
∴∠4=180°-∠2.
∵∠4+∠1=90°，
∴180°-∠2+∠1=90°，即∠2-∠1=90°.
答案：90°.

17. 如图，已知Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=6，BC=4，将△ABC绕直角顶点C顺时针旋转90°得到△DEC.若点F是DE的中点，连接AF，则AF=_____.

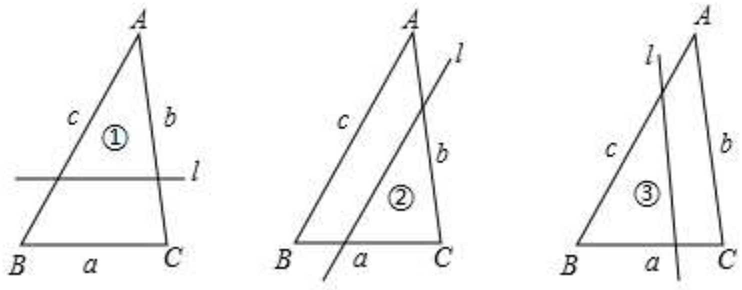


解析：作FG⊥AC，



根据旋转的性质，EC=BC=4，DC=AC=6，∠ACD=∠ACB=90°，
∵点F是DE的中点，
∴FG∥CD
∴GF=$\frac{1}{2}$CD=$\frac{1}{2}$AC=3
EG=$\frac{1}{2}$EC=$\frac{1}{2}$BC=2
∵AC=6，EC=BC=4
∴AE=2
∴AG=4
根据勾股定理，AF=5.
答案：5

18. 如图，已知△ABC 的三边长为 a、b、c，且 a＜b＜c，若平行于三角形一边的直线 l 将△ABC 的周长分成相等的两部分.设图中的小三角形①、②、③的面积分别为 S_1，S_2，S_3，则 S1，S2，S3 的大小关系是______.(用“＜”号连接)



解析：考查相似三角形的判定与性质.
设△ABC 的面积为 S，周长为 C.
①若 l∥BC，如图 1，

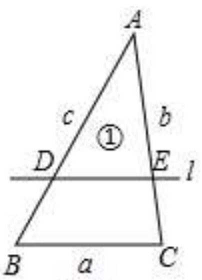


图1

则有△ADE∽△ABC，

$$\therefore \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}=\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{AD+AE}{AB+AC}=\frac{\frac{1}{2}C}{c+b};$$

②若 l∥BC，如图 2，

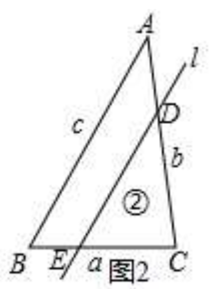


图2

同理可得：$\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}=\frac{\frac{1}{2}C}{b+a}$；

③若 l∥AC，如图 3，

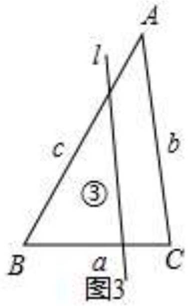


图3

同理可得：$\frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}}=\frac{\frac{1}{2}C}{a+c}$.

∵0＜a＜b＜c，
∴0＜a+b＜a+c＜b+c，

∴$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}}<\frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}}<\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}}$，

∴$S_1<S_3<S_2$，
答案：$S_1<S_3<S_2$.

三、解答题(本大题共有 10 小题，共 96 分.)

19. 计算

(1)计算：$(\frac{1}{4})^{-1}+\left|1-\sqrt{3}\right|-\sqrt{27}tan30°$；
解析：原式第一项利用负整数指数幂法则计算，第二项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用二次根式性质及特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

答案：(1)原式=$4+\sqrt{3}-1-3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4+\sqrt{3}-1-3=\sqrt{3}$.

(2)化简：$\frac{a}{a^2-1}\div(\frac{a+1}{a-1}-\frac{1}{a-1})$.
解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

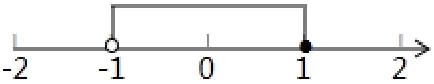
答案：(2)原式= $\frac{a}{(a+1)(a-1)}\div\frac{a+1-1}{a-1}=\frac{a}{(a+1)(a-1)}\bullet\frac{a-1}{a}=\frac{1}{a+1}$.

20. 解不等式组$\begin{cases}3x\geq 4x-1\\ \frac{5x-1}{2}>x-2\end{cases}$，并把它的解集在数轴上表示出来.

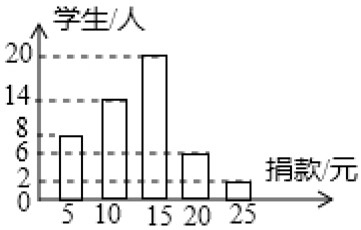
解析：考查解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式的解集.分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可.

答案：$\begin{cases}3x\geq 4x-1① \\ \dfrac{5x-1}{2}>x-2②\end{cases}$，

由①得：x≤1；
由②得：x>-1，
∴不等式组的解集为-1<x≤1，



21. 在“爱满扬州”慈善一日捐活动中，学校团总支为了了解本校学生的捐款情况，随机抽取了50名学生的捐款数进行了统计，并绘制成统计图.



(1)这50名同学捐款的众数为_____元，中位数为_____元.
解析：(1)考查条形统计图，中位数，众数.根据众数的定义即出现次数最多的数据进而得出即可，再利用中位数的定义得出即可.
答案：(1)数据15元出现了20次，出现次数最多，所以众数是15元.
数据总数为50，所以中位数是第25、26位数的平均数，即(15+15)÷2=15(元).
故答案为15，15.

(2)求这50名同学捐款的平均数.
解析：(2)考查条形统计图，加权平均数.利用条形统计图得出各组频数，再根据加权平均数的公式计算即可.
答案：(2)50名同学捐款的平均数=(5×8+10×14+15×20+20×6+25×2)÷50=13(元).

(3)该校共有600名学生参与捐款，请估计该校学生的捐款总数.
解析：(3)考查用样本估计总体.利用样本估计总体的思想，用总数乘以捐款平均数即可得到捐款总数.
答案：(3)估计这个中学的捐款总数=600×13=7800(元).

22. “2015扬州鉴真国际半程马拉松”的赛事共有三项：A.“半程马拉松”、B.“10公里”、C.“迷你马拉松”.小明和小刚参与了该项赛事的志愿者服务工作，组委会随机将志愿者分配到三个项目组.

(1)小明被分配到“迷你马拉松”项目组的概率为_______.

解析：(1)利用概率公式直接计算即可.
答案：(1)∵共有 A，B，C 三项赛事，

∴小明被分配到“迷你马拉松”项目组的概率是$\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

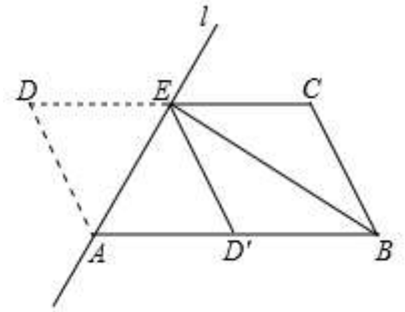
(2)求小明和小刚被分配到不同项目组的概率.
解析：(2)列表或画树形图得到所有可能的结果，即可求出小明和小刚被分配到不同项目组的概率.
答案：(2)设三种赛事分别为 1，2，3，列表得：

	1	2	3
1	（1，1）	（2，1）	（3，1）
2	（1，2）	（2，2）	（3，2）
3	（1，3）	（2，3）	（3，3）

所有等可能的情况有 9 种，分别为(1，1)；(1，2)；(1，3)；(2，1)；(2，2)；(2，3)；(3，1)；(3，2)；(3，3).

小明和小刚被分配到不同项目组的情况有 6 种，所有其概率为$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

23. 如图，将□ABCD 沿过点 A 的直线 l 折叠，使点 D 落到 AB 边上的点 D′处，折痕 l 交 CD 边于点 E，连接 BE.



(1)求证：四边形 BCED′是平行四边形.
解析：(1)利用翻折变换的性质以及平行线的性质得出∠DAE=∠EAD′=∠DEA=∠D′EA，进而利用平行四边形的判定方法得出四边形 DAD′E 是平行四边形，进而求出四边形 BCED′是平行四边形.
答案：(1)∵将□ABCD 沿过点 A 的直线 l 折叠，使点 D 落到 AB 边上的点 D′处，
∴∠DAE=∠D′AE，∠DEA=∠D′EA，∠D=∠AD′E，
∵DE∥AD′，
∴∠DEA=∠EAD′，
∴∠DAE=∠EAD′=∠DEA=∠D′EA，

∴∠DAD′=∠DED′，
∴四边形 DAD′E 是平行四边形，
∴DE=AD′，
∵四边形 ABCD 是平行四边形，
∴AB∥DC 且 AB=DC，
∴CE∥D′B 且 CE=D′B，
∴四边形 BCED′是平行四边形.

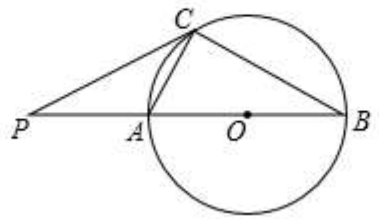
(2)若 BE 平分∠ABC，求证：$AB^2=AE^2+BE^2$.
解析：(2)利用平行线的性质结合勾股定理得出答案.
答案：(2)∵BE 平分∠ABC，
∴∠CBE=∠EBA，
∵AD∥BC，
∴∠DAB+∠CBA=180°，
∵∠DAE=∠BAE，
∴∠EAB+∠EBA=90°，
∴∠AEB=90°，
∴$AB^2=AE^2+BE^2$.

24.扬州建城 2500 年之际，为了继续美化城市，计划在路旁栽树 1200 棵，由于志愿者的参加，实际每天栽树的棵数比原计划多 20%，结果提前 2 天完成，求原计划每天栽树多少棵？
解析：设原计划每天种树 x 棵，则实际每天栽树的棵数为(1+20%)，根据题意可得，实际比计划少用 2 天，据此列方程求解.
答案：设原计划每天种树 x 棵，则实际每天栽树的棵数为(1+20%)，

由题意得，$\dfrac{1200}{x}-\dfrac{1200}{\left(1+20\%\right)x}=2$，

解得：x=100，
经检验，x=100 是原分式方程的解，且符合题意.
答：原计划每天种树 100 棵.

25. 如图，已知⊙O 的直径 AB=12cm，AC 是⊙O 的弦，过点 C 作⊙O 的切线交 BA 的延长线于点 P，连接 BC.



(1)求证：∠PCA=∠B.
解析：(1)考查切线的性质.证明：连接 OC，由 PC 是⊙O 的切线，得到∠1+∠PCA=90°，由 AB 是⊙O 的直径，得到∠2+∠B=90°，于是得到结论.
答案：(1)连接 OC，

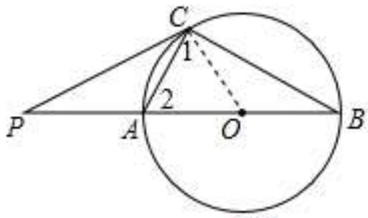


图1

∵PC 是⊙O 的切线，
∴∠PCO=90°，
∴∠1+∠PCA=90°，
∵AB 是⊙O 的直径，
∴∠ACB=90°，
∴∠2+∠B=90°，
∵OC=OA，
∴∠1=∠2，
∴∠PCA=∠B.

(2)已知∠P=40°，点 Q 在优弧 ABC 上，从点 A 开始逆时针运动到点 C 停止(点 Q 与点 C 不重合)，当△ABQ 与△ABC 的面积相等时，求动点 Q 所经过的弧长.
解析：(2)考查弧长的计算.当∠AOQ=∠AOC=50°时，△ABQ 与△ABC 的面积相等，求得点 Q 所经过的弧长=$\frac{50\bullet\pi\bullet 6}{180}=\frac{5\pi}{3}$；当∠BOQ=∠AOC=50°时，即∠AOQ=130°时，△ABQ 与△ABC 的面积相等，求得点 Q 所经过的弧长=$\frac{130\bullet\pi\bullet 6}{180}=\frac{13\pi}{3}$；当∠BOQ=50°时，即∠AOQ=230°时，△ABQ 与△ABC 的面积相等，求得点 Q 所经过的弧长=$\frac{230\bullet\pi\bullet 6}{180}=\frac{23\pi}{3}$.
答案：(2)∵∠P=40°，
∴∠AOC=50°，
∵AB=12，
∴AO=6，
当∠AOQ=∠AOC=50°时，△ABQ 与△ABC 的面积相等，
∴点 Q 所经过的弧长=$\frac{50\bullet\pi\bullet 6}{180}=\frac{5\pi}{3}$，
当∠BOQ=∠AOC=50°时，即∠AOQ=130°时，△ABQ 与△ABC 的面积相等，
∴点 Q 所经过的弧长=$\frac{130\bullet\pi\bullet 6}{180}=\frac{13\pi}{3}$，
当∠BOQ=50°时，即∠AOQ=230°时，△ABQ 与△ABC 的面积相等，
∴点 Q 所经过的弧长=$\frac{230\bullet\pi\bullet 6}{180}=\frac{23\pi}{3}$，
∴当△ABQ 与△ABC 的面积相等时，动点 Q 所经过的弧长为$\frac{5\pi}{3}$或$\frac{13\pi}{3}$或$\frac{23\pi}{3}$.

26. 平面直角坐标系中，点 P(x，y)的横坐标 x 的绝对值表示为|x|，纵坐标 y 的绝对值表示为|y|，我们把点 P(x，y)的横坐标与纵坐标的绝对值之和叫做点 P(x，y)的勾股值，记为

「P」，即「P」=|x|+|y|.(其中的“+”是四则运算中的加法)

(1)求点A(-1，3)，B($\sqrt{3}$+2，$\sqrt{3}$-2)的勾股值「A」、「B」.

解析：(1)由勾股值的定义即可求解.

答案：(1)∵A(-1，3)，B(3+2，3-2)，

∴「A」=|-1|+|3|=4，「B」=|$\sqrt{3}$+2|+|$\sqrt{3}$-2|=$\sqrt{3}$+2+2-$\sqrt{3}$=4.

(2)点M在反比例函数y=$\frac{3}{x}$的图象上，且「M」=4，求点M的坐标.

解析：(2)点M在反比例函数y=$\frac{3}{x}$的图象上，且「M」=4，列方程组即可得到结果.

答案：(2)设：点M的坐标为(m，n)，

由题意得$\begin{cases}|m|+|n|=4\\ mn=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}m_1=1\\ n_1=3\end{cases}$，$\begin{cases}m_2=-1\\ n_2=-3\end{cases}$，$\begin{cases}m_3=3\\ n_3=1\end{cases}$，$\begin{cases}m_4=-3\\ n_4=-1\end{cases}$，

∴M(1，3)，(-1，-3)，(3，1)，(-3，-1).

(3)求满足条件「N」=3的所有点N围成的图形的面积.

解析：(3)设N点的坐标为(x，y)，由「N」=3，得到方程|x|+|y|=3，得到x+y=3，-x-y=3，x-y=3，-x+y=3，化为一次函数的解析式y=-x+3，y=-x-3，y=x-3，y=x+3，于是得到所有点N围成的图形是边长为3$\sqrt{2}$的正方形，则面积可求.

答案：(3)设N点的坐标为(x，y)，

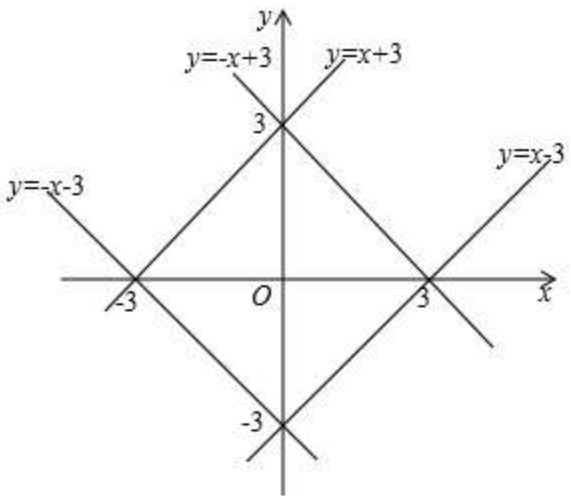
∵「N」=3，

∴|x|+|y|=3，

∴x+y=3，-x-y=3，x-y=3，-x+y=3，

∴y=-x+3，y=-x-3，y=x-3，y=x+3，

如图：



所有点N围成的图形的面积=3$\sqrt{2}$×3$\sqrt{2}$=18.

27. 科研所计划建一幢宿舍楼，因为科研所实验中会产生辐射，所以需要有两项配套工程：①在科研所到宿舍楼之间修一条笔直的道路；②对宿舍楼进行防辐射处理，已知防辐射费 y 万元与科研所到宿舍楼的距离 xkm 之间的关系式为 y=a$\sqrt{x}$+b(0≤x≤9).当科研所到宿舍楼的距离为 1km 时，防辐射费用为 720 万元；当科研所到宿舍楼的距离为 9km 或大于 9km 时，辐射影响忽略不计，不进行防辐射处理.设每公里修路的费用为 m 万元，配套工程费 w=防辐射费+修路费.

(1)当科研所到宿舍楼的距离 x=9km 时，防辐射费 y=____万元，a=___，b=___.

解析：(1)当科研所到宿舍楼的距离为 9km 或大于 9km 时，辐射影响忽略不计，不进行防辐射处理，所以当科研所到宿舍楼的距离 x=9km 时，防辐射费 y=0 万元，根据题意得方程组，即可求出 a，b 的值.

答案：(1)∵当科研所到宿舍楼的距离为 9km 或大于 9km 时，辐射影响忽略不计，不进行防辐射处理，

∴当科研所到宿舍楼的距离 x=9km 时，防辐射费 y=0 万元，

根据题意得：$\begin{cases} a+b=720 \\ 3a+b=0 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=-360 \\ b=1080 \end{cases}$，

故答案为：0，-360，1080.

(2)若每公里修路的费用为 90 万元，求当科研所到宿舍楼的距离为多少 km 时，配套工程费最少？

解析：(2)科研所到宿舍楼的距离为 xkm，配套工程费为 w 元，分两种情况：①当 w＜90 时，w=-360$\sqrt{x}$+1080+90x=90($\sqrt{x}$-2)^2+720，②当 x≥90 时，w=90x，分别求出最小值，即可解

答.

答案：(2)科研所到宿舍楼的距离为 xkm，配套工程费为 w 元，

①x＜90 时，w= $-360\sqrt{x}$+1080+90x=90($\sqrt{x}$-2)^2+720，

当$\sqrt{x}$-2=0 时，即 x=4，w 有最小值，最小值为 720 元；

②当 x≥9 时，w=90x，

当 x=9 时，w 有最小值，最小值为 810 元，

∵720＜810

∴当 x=4 时，w 有最小值，最小值为 720 元；

即当科研所到宿舍楼的距离 4km 时，配套工程费最少.

(3)如果配套工程费不超过 675 万元，且科研所到宿舍楼的距离小于 9km，求每公里修路费用 m 万元的最大值.

解析：(3)根据配套工程费不超过 675 万元，且科研所到宿舍楼的距离小于 9km，列出不等式组，即可解答.

答案：(3)由题意得：$\begin{cases} mx-360\sqrt{x}+1080\le 675① \\ x<9② \end{cases}$，

由①得：m($\sqrt{x}$)^2-360$\sqrt{x}$ +1080≤675，

由②得：$\sqrt{x}$＜3，

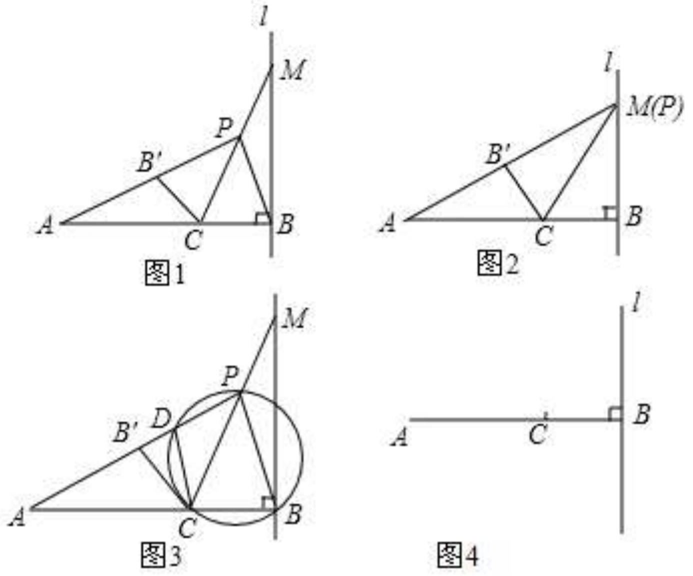
∴$\sqrt{x}=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{180}{m}<3$，

w=$\dfrac{4ac-b^2}{4a}=\dfrac{4320m-\left(-360\right)^2}{4m}\le 675$，

∴60＜m≤80，

∴每公里修路费用 m 万元的最大值为 80.

28. 如图 1，直线 l⊥AB 于点 B，点 C 在 AB 上，且 AC：CB=2：1，点 M 是直线 l 上的动点，作点 B 关于直线 CM 的对称点 B′，直线 AB′ 与直线 CM 相交于点 P，连接 PB.



(1)如图2，若点P与点M重合，则∠PAB=____，线段PA与PB的比值为___.

解析：(1)如图2，根据对称性质得△PBC沿PC翻折得到△PB′C，根据折叠性质得CB′=CB，∠PB′C=∠PBC=90°，由于AC：CB=2：1，则AC=2CB′，然后在Rt△AB′C中，利用正弦定义可计算出∠A=30°，再利用含30度的直角三角形三边的关系易得PA=2PB.

答案：(1)解：如图2，

∵B关于直线CM的对称点为点B′，

∴△PBC沿PC翻折得到△PB′C，

∴CB′=CB，∠PB′C=∠PBC=90°，

∵AC：CB=2：1，

∴AC=2CB′，

在Rt△AB′C中，sin∠A=$\dfrac{CB'}{AC}=\dfrac{1}{2}$，

∴∠A=30°，

在Rt△PAB中，PA=2PB，即$\dfrac{PA}{PB}$=2.

故答案为30°；2.

(2)如图3，若点P与点M不重合，设过P，B，C三点的圆与直线AP相交于D，连接CD，求证：①CD=CB′；②PA=2PB.

解析：(2)①与(1)一样可得∠PB′C=∠PBC，再根据圆内接四边形的性质得∠CDB′=∠CBP，所以∠CDB′=∠CB′D，于是根据等腰三角形的判定得到CD=CB′.

②作B′E∥PC交AC于E，连结BB′交PC于F，如图3，利用对称性质得FB=FB′，PB=PB′，而CF∥B′E，则CF为△BEB′的中位线，所以BC=CE，加上AC=2BC，所以AE=EC，然后利用B′E∥PC，则AB′=PB′，所以PA=2PB′=2PB.

答案：(2)①∵B关于直线CM的对称点为点B′，

∴△PBC沿PC翻折得到△PB′C，

∴∠PB′C=∠PBC，

∵∠CDB′=∠CBP，

∴∠CDB′=∠CB′D，
∴CD=CB′；
②作B′E∥PC交AC于E，连结BB′交PC于F，如图3，

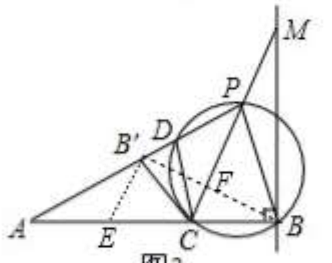


图3

∵B关于直线CM的对称点为点B′，
∴FB=FB′，PB=PB′，
而CF∥B′E，
∴BC=CE，
∵AC=2BC，
∴AE=EC，
而B′E∥PC，
∴AB′=PB′，
∴PA=2PB′=2PB.

(3)如图4，若AC=2，BC=1，则满足条件PA=2PB的点都在一个确定的圆上，在以下小题中选做一题：
①如果你能发现这个确定的圆的圆心和半径，那么不必写出发现过程，只要证明这个圆上的任意一点Q，都满足QA=2QB.
②如果你不能发现这个确定的圆的圆心和半径，那么请取出几个特殊位置的P点，如点P在直线AB上，点P与点M重合等进行探究，求这个圆的半径.
解析：(3)选①进行证明，作B′E∥QC交AC于E，连结BB′交QC于F，如图4，与(2)中②的证明方法一样.
答案：(3)选①.
作B′E∥QC交AC于E，连结BB′交QC于F，如图4，

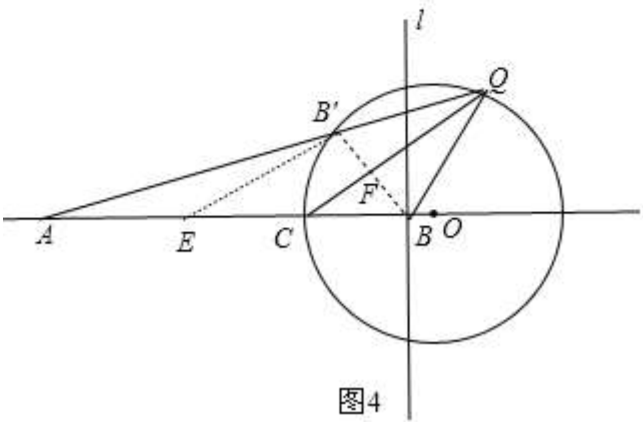


图4

∵B关于直线CM的对称点为点B′，
∴FB=FB′，QB=QB′，

而 CF∥B′E，

∴BC=CE，

∵AC=2BC，

∴AE=EC，

而 B′E∥QC，

∴AB′=QB′，

∴PA=2QB′=2QB.