

## 2017 年天津市红桥区中考模拟数学

一、选择题(本题共 12 个小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. 方程  $2x^2-6x-5=0$  的二次项系数、一次项系数、常数项分别为( )

- A. 6、2、5
- B. 2、-6、5
- C. 2、-6、-5
- D. -2、6、5

解析: 一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a, b, c$  是常数且  $a \neq 0$ ) 的  $a, b, c$  分别是二次项系数、一次项系数、常数项.

方程  $2x^2-6x-5=0$  的二次项系数、一次项系数、常数项分别为 2、-6、-5.

答案: C.

2.  $\tan 60^\circ$  的值等于( )

- A.  $\sqrt{2}$
- B.  $\sqrt{3}$
- C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析: 根据特殊角的三角函数值, 可得答案.

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

答案: B.

3. 下列汽车标志中既是轴对称图形又是中心对称图形的是( )





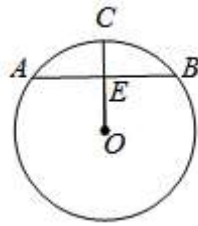
D.

解析：逐一分析四个选项中的图形，可那个图形既是轴对称图形又是中心对称图形，由此即可得出结论.

- A、是轴对称图形不是中心对称图形；
- B、既不是轴对称图形又不是中心对称图形；
- C、既是轴对称图形又是中心对称图形；
- D、是轴对称图形不是中心对称图形.

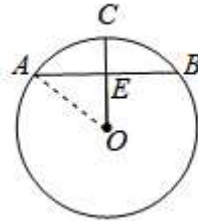
答案：C.

4. 如图， $\odot O$  的半径为 5，AB 为弦，半径  $OC \perp AB$ ，垂足为点 E，若  $OE=3$ ，则 AB 的长是( )



- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 10

解析：连接 OA，



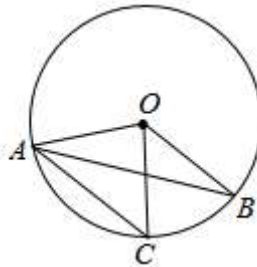
$\because OC \perp AB$ ， $OA=5$ ， $OE=3$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{OA^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\therefore AB=2AE=8$ .

答案：C.

5. 如图，在  $\odot O$  中，弦 AC 与半径 OB 平行，若  $\angle BOC=50^\circ$ ，则  $\angle B$  的大小为( )



- A.  $25^\circ$

- B.  $30^\circ$
- C.  $50^\circ$
- D.  $60^\circ$

解析：∵弦  $AC \parallel OB$ ,  $\angle BOC = 50^\circ$  ,

$$\therefore \angle C = \angle BOC = 50^\circ ,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle C = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOC = 80^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 130^\circ ,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle B = \angle OAB = 25^\circ .$$

答案：A.

6. 下列事件中，必然发生的事件是( )

- A. 明天会下雪
- B. 小明下周数学考试得 99 分
- C. 明年有 370 天
- D. 今天是星期一，明天就是星期二

解析：由于必然事件指在一定条件下一定发生的事件，利用这个定义即可判定.

A、明天会下雪是随机事件；

B、小明下周数学考试得 99 分是随机事件；

C、明年有 370 天是不可能事件；

D、今天是星期一，明天就是星期二是必然事件.

答案：D.

7. 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 从中随机摸出一个小球，其标号是奇数的概率为( )

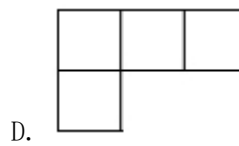
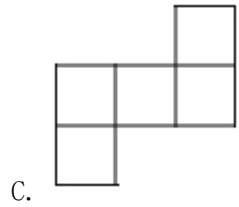
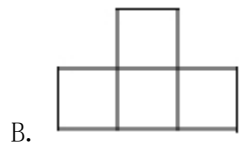
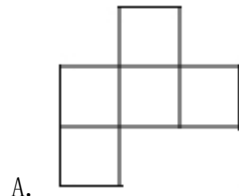
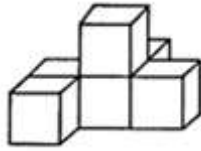
- A.  $\frac{1}{5}$
- B.  $\frac{2}{5}$
- C.  $\frac{3}{5}$
- D.  $\frac{4}{5}$

解析：∵在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 奇数为 1、3、5, 共 3 个,

$$\therefore \text{从中随机摸出一个小球，其标号是奇数的概率为：} \frac{3}{5}.$$

答案：C.

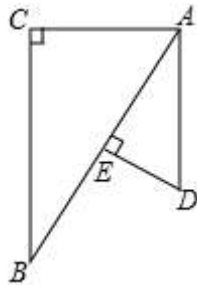
8. 如图是由 6 个相同的小正方体搭成的几何体，那么这个几何体的俯视图是( )



解析：俯视图是从上面看到的图形. 从上面看易得上面第一层中间有 1 个正方形，第二层有 3 个正方形. 下面一层左边有 1 个正方形.

答案：A.

9. 如图，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中， $\angle C = \angle AED = 90^\circ$ ，点E在AB上，那么添加下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle ABC \sim \triangle DAE$ 的是( )



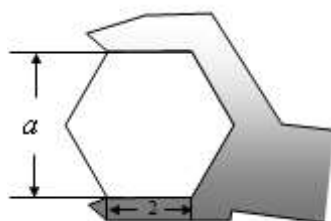
- A.  $\angle B = \angle D$
- B.  $\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{AD}$
- C.  $AD \parallel BC$
- D.  $\angle BAC = \angle D$

解析：根据已知及相似三角形的判定方法对各个选项进行分析，从而得到最后答案.

- $\because \angle C = \angle AED = 90^\circ$  ,  $\angle B = \angle D$  ,  
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$  , 故 A 选项不能证明相似;  
 $\because \angle C = \angle AED = 90^\circ$  ,  $\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{AD}$  ,  
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAE$  , 故选项 B 可以证明相似;  
 $\because AD \parallel BC$  ,  
 $\therefore \angle B = \angle DAE$  ,  
 $\because \angle C = \angle AED = 90^\circ$  ,  
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAE$  , 故选项 C 可以证明相似;  
 $\because \angle BAC = \angle D$  ,  $\angle C = \angle AED = 90^\circ$  ,  
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAE$  , 故选项 D 可以证明相似.

答案：A.

10. 如图，正六边形螺帽的边长是 2cm，这个扳手的开口 a 的值应是( )



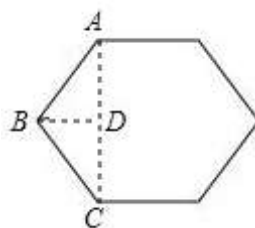
A.  $2\sqrt{3}$  cm

B.  $\sqrt{3}$  cm

C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  cm

D. 1 cm

解析：连接 AC，过 B 作  $BD \perp AC$  于 D.



- $\because AB = BC$  ,  
 $\therefore \triangle ABC$  是等腰三角形,  
 $\therefore AD = CD$  ;  
 $\because$  此多边形为正六边形,  
 $\therefore \angle ABC = \frac{180^\circ \times 4}{6} = 120^\circ$  ,

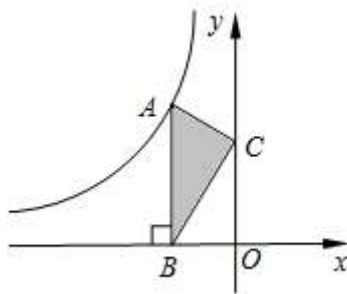
$$\therefore \angle ABD = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ, \quad AD = AB \cdot \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore a = 2\sqrt{3} \text{ cm.}$$

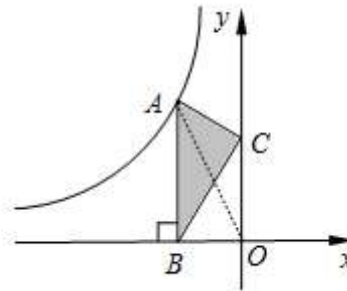
答案: A.

11. 如图, 点 A 是反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上的一点, 过点 A 作  $AB \perp x$  轴, 垂足为 B. 点 C 为 y 轴上的一点, 连接 AC, BC. 若  $\triangle ABC$  的面积为 3, 则 k 的值是 ( )



- A. 3
- B. -3
- C. 6
- D. -6

解析: 连结 OA, 如图,



$\because AB \perp x$  轴,

$\therefore OC \parallel AB$ ,

$$\therefore S_{\triangle OAB} = S_{\triangle CAB} = 3,$$

$$\text{而 } S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |k|,$$

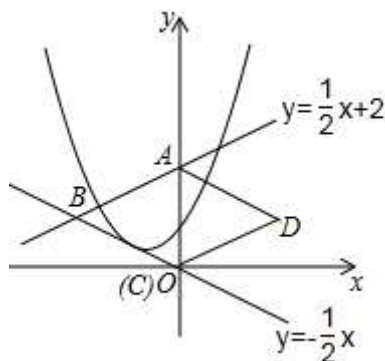
$$\therefore \frac{1}{2} |k| = 3,$$

$\because k < 0$ ,

$$\therefore k = -6.$$

答案: D.

12. 如图, 直线  $y = \frac{1}{2}x + 2$  与  $y$  轴交于点  $A$ , 与直线  $y = -\frac{1}{2}x$  交于点  $B$ , 以  $AB$  为边向右作菱形  $ABCD$ , 点  $C$  恰与原点  $O$  重合, 抛物线  $y = (x-h)^2 + k$  的顶点在直线  $y = -\frac{1}{2}x$  上移动. 若抛物线与菱形的边  $AB$ 、 $BC$  都有公共点, 则  $h$  的取值范围是 ( )



- A.  $-2 \leq h \leq \frac{1}{2}$
- B.  $-2 \leq h \leq 1$
- C.  $-1 \leq h \leq \frac{3}{2}$
- D.  $-1 \leq h \leq \frac{1}{2}$

解析:  $\because$  将  $y = \frac{1}{2}x + 2$  与  $y = -\frac{1}{2}x$  联立得:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2 \\ y = -\frac{1}{2}x \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

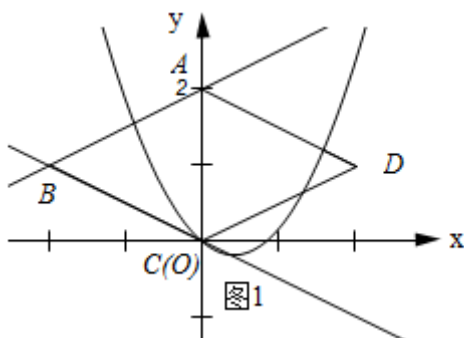
$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(-2, 1)$ .

由抛物线的解析式可知抛物线的顶点坐标为  $(h, k)$ .

$\because$  将  $x=h, y=k$ , 代入得  $y = -\frac{1}{2}x$  得:  $-\frac{1}{2}h = k$ , 解得  $k = -\frac{1}{2}h$ ,

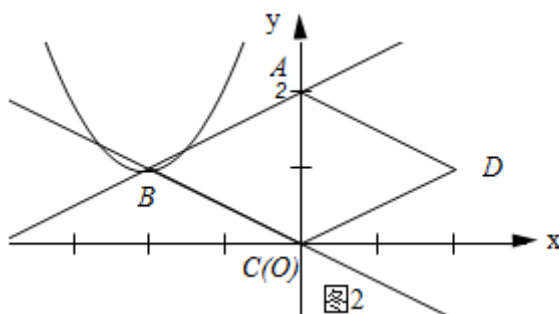
$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = (x-h)^2 - \frac{1}{2}h$ .

如图 1 所示: 当抛物线经过点  $C$  时.



将  $C(0, 0)$  代入  $y = (x-h)^2 - \frac{1}{2}h$  得:  $h^2 - \frac{1}{2}h = 0$ , 解得:  $h_1=0$  (舍去),  $h_2=\frac{1}{2}$ .

如图 2 所示: 当抛物线经过点 B 时.



将  $B(-2, 1)$  代入  $y = (x-h)^2 - \frac{1}{2}h$  得:  $(-2-h)^2 - \frac{1}{2}h = 1$ , 整理得:  $2h^2 + 7h + 6 = 0$ , 解得:

$h_1 = -2$ ,  $h_2 = -\frac{3}{2}$  (舍去).

综上所述,  $h$  的范围是  $-2 \leq h \leq \frac{1}{2}$ .

答案: A.

## 二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 一元二次方程  $x^2 - 2x = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

解析: 本题应对方程左边进行变形, 提取公因式  $x$ , 可得  $x(x-2) = 0$ , 将原式化为两式相乘的形式, 再根据“两式相乘值为 0, 这两式中至少有一式值为 0.”, 即可求得方程的解.

原方程变形为:  $x(x-2) = 0$ ,

$x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ .

答案:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ .

14. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x - k = 0$  没有实数根, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析:  $\because$  一元二次方程  $x^2 - 2x - k = 0$  没有实数根,

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 4 + 4k < 0$ ,

$\therefore k$  的取值范围是  $k < -1$ .

答案:  $k < -1$ .

15. 已知反比例函数  $y = \frac{m+2}{x}$  的图象在第二、四象限, 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析:  $\because$  反比例函数  $y = \frac{m+2}{x}$  的图象在第二、四象限,

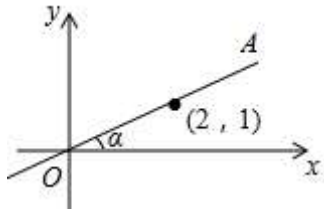
$\therefore m+2 < 0$ ,

解得  $m < -2$ .

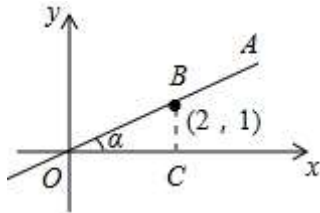
答案:  $m < -2$ .

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线  $OA$  过点  $(2, 1)$ , 则  $\tan \alpha$  的值是\_\_\_\_\_.





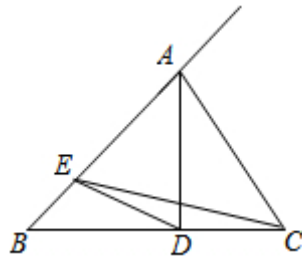
解析：正切函数是对边比邻边，可得答案.  
如图，



$$\tan \alpha = \frac{BC}{OC} = \frac{1}{2}.$$

答案：  $\frac{1}{2}$ .

17. 如图， $\triangle ABC$  中， $AD \perp BC$ ，垂足为  $D$ ， $AD=BD=3$ ， $CD=2$ ，点  $E$  从点  $B$  出发沿线段  $BA$  的方向移动到点  $A$  停止，连接  $CE$ . 若  $\triangle ADE$  与  $\triangle CDE$  的面积相等，则线段  $DE$  的长度是\_\_\_\_\_.



解析：在直角  $\triangle ACD$  中， $AD=3$ ， $CD=2$ ，则由勾股定理知  $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ .

$\because$  依题意得，当  $DE \parallel AC$  时， $\triangle ADE$  与  $\triangle CDE$  的面积相等，此时  $\triangle BDE \sim \triangle BCA$ ，

$$\text{所以 } \frac{DE}{CA} = \frac{BD}{BC},$$

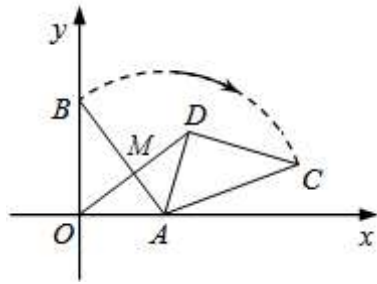
因为  $AD=BD=3$ ， $CD=2$ ，

$$\text{所以 } \frac{DE}{\sqrt{13}} = \frac{3}{3+2},$$

$$\text{所以 } DE = \frac{3\sqrt{13}}{5}.$$

答案：  $\frac{3\sqrt{13}}{5}$ .

18. 在平面直角坐标系中，已知点  $A(3, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ，将  $\triangle BOA$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转得  $\triangle CDA$ ，使点  $B$  在直线  $CD$  上，连接  $OD$  交  $AB$  于点  $M$ ，直线  $CD$  的解析式为\_\_\_\_\_.



解析：∵  $\triangle BOA$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转得  $\triangle CDA$ ，

∴  $\triangle BOA \cong \triangle CDA$ ，

∴  $\angle DOA = \angle OBA$ ,  $\angle OAM = \angle BAO$ ，

∴  $\triangle AOM \sim \triangle ABO$ ，

∴  $\angle AMO = \angle AOB = 90^\circ$ ，

∴  $OD \perp AB$ ，

∴  $AO = AD$ ，

∴  $\angle OAM = \angle DAM$ ，

在  $\triangle AOB$  和  $\triangle ABD$  中，

$$\begin{cases} OA = DA \\ \angle BAO = \angle BAD, \\ AB = AB \end{cases}$$

∴  $\triangle AOB \cong \triangle ABD$  (SAS)，

∴  $OM = DM$ ，

∴  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，

∴  $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，

∴  $B, D, C$  三点共线，

设直线  $AB$  解析式为  $y = kx + b$ ，

把  $A$  与  $B$  坐标代入得： 
$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}$$

解得： 
$$\begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 4 \end{cases}$$

∴ 直线  $AB$  解析式为  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ ，

∴ 直线  $OD$  解析式为  $y = \frac{3}{4}x$ ，

联立得： 
$$\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + 4 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases}$$
，

$$\text{解得: } \begin{cases} x = \frac{48}{25} \\ y = \frac{36}{25} \end{cases}, \text{ 即 } M\left(\frac{48}{25}, \frac{36}{25}\right),$$

∵ M 为线段 OD 的中点,

$$\therefore D\left(\frac{96}{25}, \frac{72}{25}\right),$$

设直线 CD 解析式为  $y = mx + n$ ,

$$\text{把 B 与 D 坐标代入得: } \begin{cases} \frac{96}{25}m + n = \frac{72}{25} \\ n = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } m = -\frac{7}{24}, n = 4,$$

$$\text{则直线 CD 解析式为 } y = -\frac{7}{24}x + 4.$$

$$\text{答案: } y = -\frac{7}{24}x + 4.$$

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. 解方程:

$$(1) 2x^2 - 4x - 1 = 0 \text{ (配方法)}$$

解析: (1) 先把方程整理为  $x^2 - 2x = \frac{1}{2}$ , 然后利用配方法解方程.

$$\text{答案: (1) } x^2 - 2x = \frac{1}{2},$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2}.$$

$$(x-1)^2 = \frac{3}{2},$$

$$x-1 = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2},$$

$$\text{所以 } x_1 = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$(2) (x+1)^2 = 6x+6.$$

解析: (2) 先把方程变形为  $(x+1)^2 - 6(x+1) = 0$ , 然后利用因式分解法解方程.

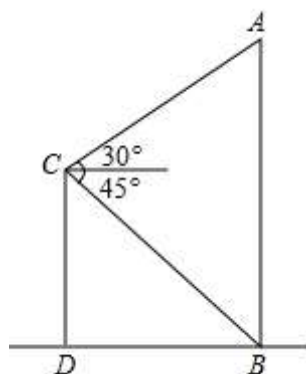
$$\text{答案: (2) } (x+1)^2 - 6(x+1) = 0,$$

$$(x+1)(x+1-6) = 0,$$

$$x+1=0 \text{ 或 } x+1-6=0,$$

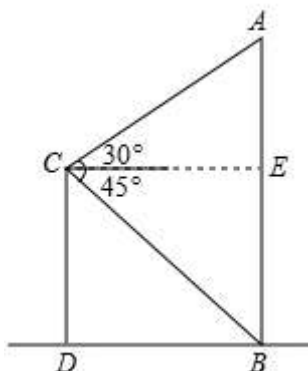
所以  $x_1=-1$ ,  $x_2=5$ .

20. 某数学兴趣小组的同学在一次数学活动中, 为了测量某建筑物 AB 的高, 他们来到与建筑物 AB 在同一平地且相距 12 米的建筑物 CD 上的 C 处观察, 测得某建筑物顶部 A 的仰角为  $30^\circ$ 、底部 B 的俯角为  $45^\circ$ . 求建筑物 AB 的高 (精确到 1 米). (可供选用的数据:  $\sqrt{2} \approx 1.4$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.7$ ).



解析: 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为 E, 根据题意可得出四边形 CDBE 是矩形, 再由  $CD=12\text{m}$ ,  $\angle ECB=45^\circ$  可知  $BE=CE=12\text{m}$ , 由  $AE=CE \cdot \tan 30^\circ$  得出 AE 的长, 进而可得出结论.

答案: 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为 E,



- $\because CD \perp BD, AB \perp BD,$
- $\therefore$  四边形 CDBE 是矩形,
- $\because CD=12\text{m}, \angle ECB=45^\circ,$
- $\therefore BE=CE=12\text{m},$

$$\therefore AE=CE \cdot \tan 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ (m)},$$

$$\therefore AB=4\sqrt{3}+12 \approx 19 \text{ (m)}.$$

答: 建筑物 AB 的高为 19 米.

21. 解答.

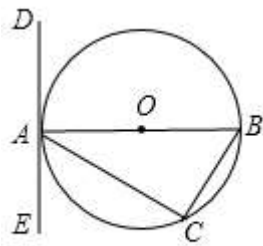


图1

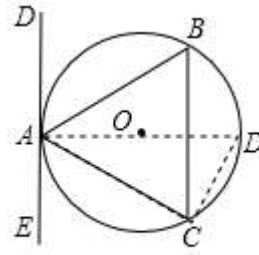


图2

(1)如图(1),  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AB$  为直径,  $\angle CAE = \angle B$ , 试说明  $AE$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ .

解析: (1)根据圆周角定理由  $AB$  为直径得  $\angle ACB = 90^\circ$ , 所以  $\angle B + \angle BAC = 90^\circ$ , 由于  $\angle CAE = \angle B$ , 则  $\angle CAE + \angle BAC = 90^\circ$ , 所以  $OA \perp AE$ , 则可根据切线的判定定理得到  $AE$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ .

答案: (1)  $\because AB$  为直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

而  $\angle CAE = \angle B$ ,

$$\therefore \angle CAE + \angle BAC = 90^\circ, \text{ 即 } \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore OA \perp AE,$$

$\therefore AE$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ .

(2)在图(2)中, 若  $AB$  为非直径的弦,  $\angle CAE = \angle B$ ,  $AE$  还与  $\odot O$  相切于点  $A$  吗? 请说明理由.

解析: (2)作直径  $AD$ , 根据圆周角定理得到  $\angle B = \angle D$ , 则可与(1)中的证明方法一样得到  $AE$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ .

答案: (2)  $AE$  还与  $\odot O$  相切于点  $A$ . 理由如下:

作直径  $AD$ , 如图 2,

$$\therefore \angle D + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = \angle D,$$

而  $\angle CAE = \angle B$ ,

$$\therefore \angle CAE + \angle DAC = 90^\circ, \text{ 即 } \angle DAE = 90^\circ,$$

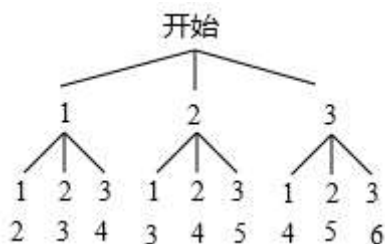
$$\therefore OA \perp AE,$$

$\therefore AE$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ .

22. 一个不透明的口袋中有 3 个小球, 上面分别标有数字 1, 2, 3, 每个小球除数字外其他都相同, 甲先从口袋中随机摸出一个小球, 记下数字后放回; 乙再从口袋中随机摸出一个小球记下数字, 用画树状图(或列表)的方法, 求摸出的两个小球上的数字之和为偶数的概率.

解析: 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与摸出的两个小球上的数字之和为偶数的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

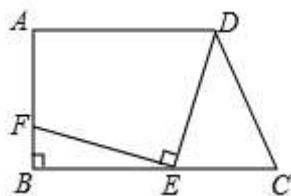
答案: 画树状图得:



∴共有 9 种等可能的结果，摸出的两个小球上的数字之和为偶数的有 5 种情况，

∴摸出的两个小球上的数字之和为偶数的概率为： $\frac{5}{9}$ 。

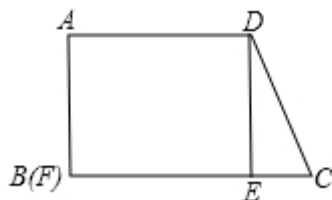
23. 如图，在梯形 ABCD 中，已知  $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 7$ ， $AD = 9$ ， $BC = 12$ ，在线段 BC 上任取一点 E，连接 DE，作  $EF \perp DE$ ，交直线 AB 于点 F。



(1) 若点 F 与 B 重合，求 CE 的长。

解析：(1) 根据题意画出图形，得出矩形 ABEC 求出 BE，即可求出 CE。

答案：(1) 当 F 和 B 重合时，



∴  $EF \perp DE$ ，

∴  $DE \perp BC$ ，

∴  $\angle B = 90^\circ$ ，

∴  $AB \perp BC$ ，

∴  $AB \parallel DE$ ，

∴  $AD \parallel BC$ ，

∴ 四边形 ABED 是平行四边形，

∴  $AD = EF = 9$ ，

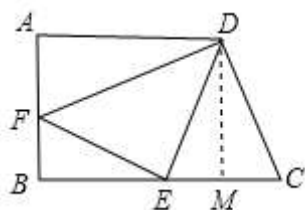
∴  $CE = BC - EF = 12 - 9 = 3$ 。

(2) 若点 F 在线段 AB 上，且  $AF = CE$ ，求 CE 的长。

解析：(2) 过 D 作  $DM \perp BC$  于 M，得出四边形 ABMD 是矩形，推出  $AD = BM = 9$ ， $AB = DM = 7$ ， $CM = 12 - 9 = 3$ ，设  $AF = CE = a$ ，则  $BF = 7 - a$ ， $EM = a - 3$ ， $BE = 12 - a$ ，求出  $\angle BFE = \angle DEM$ ， $\angle B = \angle DME$ ，证  $\triangle FBE \sim \triangle EMD$ ，

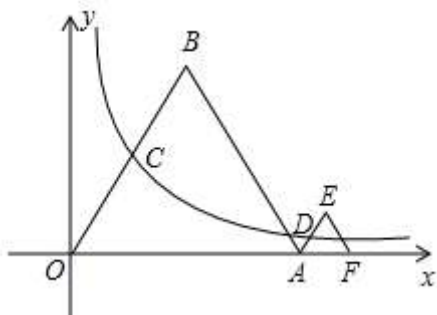
得出比例式  $\frac{7-a}{a-3} = \frac{12-a}{7}$ ，求出 a 即可。

答案：(2)过D作DM⊥BC于M，



$\because \angle B=90^\circ$  ,  
 $\therefore AB \perp BC$  ,  
 $\therefore DM \parallel AB$  ,  
 $\therefore AD \parallel BC$  ,  
 $\therefore$  四边形 ABMD 是矩形 ,  
 $\therefore AD=BM=9$  ,  $AB=DM=7$  ,  $CM=12-9=3$  ,  
 设  $AF=CE=a$  , 则  $BF=7-a$  ,  $EM=a-3$  ,  $BE=12-a$  ,  
 $\because \angle FEC=\angle B=\angle DMB=90^\circ$  ,  
 $\therefore \angle FEB+\angle DEM=90^\circ$  ,  $\angle BFE+\angle FEB=90^\circ$  ,  
 $\therefore \angle BFE=\angle DEM$  ,  
 $\because \angle B=\angle DME$  ,  
 $\therefore \triangle FBE \sim \triangle EMD$  ,  
 $\therefore \frac{BF}{EM} = \frac{BE}{DM}$  ,  
 $\therefore \frac{7-a}{a-3} = \frac{12-a}{7}$  ,  
 $a=5$  ,  $a=17$  ,  
 $\because$  点 F 在线段 AB 上 ,  $AB=7$  ,  
 $\therefore AF=CE=17$  (舍去) ,  
 即  $CE=5$  .

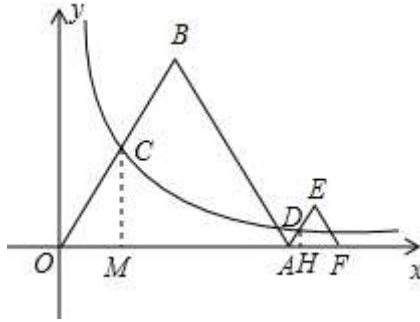
24. 如图，等边 $\triangle OAB$ 和等边 $\triangle AFE$ 的一边都在x轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ )经过边OB的中点C和AE中点D，已知等边 $\triangle OAB$ 的边长为8.



(1)求反比例函数的解析式.

解析：(1)过C作CM⊥OA，根据锐角三角函数的定义求出CM及OM的长，代入反比例函数的解析式即可得出结论.

答案：(1)过C作CM⊥OA，



$\because \triangle OAB$  为边长为 8 的等边三角形,  $C$  为  $OB$  中点,

$\therefore OC=4, \angle BOA=60^\circ$ ,

在  $Rt\triangle OCM$  中,  $CM=OC \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ,  $OM=OC \cdot \cos 60^\circ = 2$ ,

$\therefore C(2, 2\sqrt{3})$ ,

代入反比例解析式得:  $k=4\sqrt{3}$ ,

则反比例解析式为  $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ .

(2) 求等边  $\triangle AFE$  的周长.

解析: (2) 过点  $D$  作  $DH \perp AF$ , 垂足为点  $H$ , 设  $AH=a (a>0)$ . 在  $Rt\triangle DAH$  中, 根据  $30^\circ$  的角所对的直角边等于斜边的一半可得出  $AD=2AH=2a$ , 由勾股定理得出  $DH$  的长, 再根据点  $D$  在第一象限, 可得出  $D$  点坐标, 再由点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$  的图象上, 可以把  $x=8+a, y=$

$\sqrt{3}a$  代入反比例函数解析式求出  $a$  的值, 再根据点  $D$  是  $AE$  中点即可得出结论.

答案: (2) 过点  $D$  作  $DH \perp AF$ , 垂足为点  $H$ , 设  $AH=a (a>0)$ .

在  $Rt\triangle DAH$  中,

$\because \angle DAH=60^\circ$ ,

$\therefore \angle ADH=30^\circ$ .

$\therefore AD=2AH=2a$ ,

由勾股定理得:  $DH=\sqrt{3}a$ .

$\because$  点  $D$  在第一象限,

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(8+a, \sqrt{3}a)$ .

$\because$  点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$  的图象上,

$\therefore$  把  $x=8+a, y=\sqrt{3}a$  代入反比例函数解析式,

解得:  $a=2\sqrt{5}-4 (a=-2\sqrt{5}-4 < 0$  不符题意, 舍去).

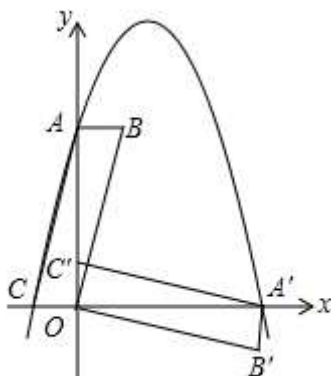


∵点D是AE中点,

∴等边△AFE的边长为 $8\sqrt{5}-16$ ,

∴△AEF的周长= $24\sqrt{5}-48$ .

25. 在平面直角坐标系中, 平行四边形ABOC如图放置, 点A、C的坐标分别是(0, 4)、(-1, 0), 将此平行四边形绕点O顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到平行四边形A'B'OC'.



(1) 若抛物线经过点C、A、A', 求此抛物线的解析式.

解析: (1) 由平行四边形ABOC绕点O顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到平行四边形A'B'OC', 且点A的坐标是(0, 4), 可求得点A'的坐标, 然后利用待定系数法即可求得经过点C、A、A'的抛物线的解析式.

答案: (1) ∵平行四边形ABOC绕点O顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到平行四边形A'B'OC', 且点A的坐标是(0, 4),

∴点A'的坐标为: (4, 0),

∵点A、C的坐标分别是(0, 4)、(-1, 0), 抛物线经过点C、A、A',

设抛物线的解析式为:  $y=ax^2+bx+c$ ,

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ c=4 \\ 16a+4b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases},$$

∴此抛物线的解析式为:  $y=-x^2+3x+4$ .

(2) 在(1)的情况下, 点M是第一象限内抛物线上的一动点, 问: 当点M在何处时, △AMA'的面积最大? 最大面积是多少? 并求出此时M的坐标.

解析: (2) 首先连接AA', 设直线AA'的解析式为:  $y=kx+b$ , 利用待定系数法即可求得直线AA'的解析式, 再设点M的坐标为:  $(x, -x^2+3x+4)$ , 继而可得△AMA'的面积, 继而求得答案.

答案: (2) 连接AA', 如图1

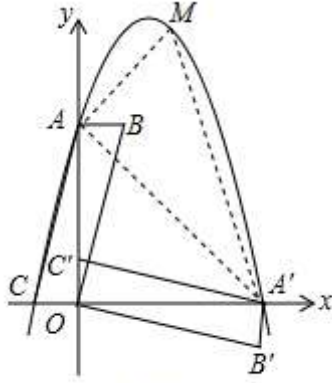


图1

设直线  $AA'$  的解析式为:  $y=kx+b$ ,

$$\therefore \begin{cases} b=4 \\ 4k+b=0 \end{cases},$$

解得:  $\begin{cases} k=-1 \\ b=4 \end{cases},$

$\therefore$  直线  $AA'$  的解析式为:  $y=-x+4$ ,

设点  $M$  的坐标为:  $(x, -x^2+3x+4)$ ,

$$\text{则 } S_{\triangle AMA'} = \frac{1}{2} \times 4 \times [-x^2+3x+4 - (-x+4)] = -2x^2+8x = -2(x-2)^2+8,$$

$\therefore$  当  $x=2$  时,  $\triangle AMA'$  的面积最大, 最大值  $S_{\triangle AMA'} = 8$ ,

$\therefore M$  的坐标为:  $(2, 6)$ .

(3) 在 (1) 的情况下, 若  $P$  为抛物线上一动点,  $N$  为  $x$  轴上的一动点, 点  $Q$  坐标为  $(1, 0)$ , 当  $P$ 、 $N$ 、 $B$ 、 $Q$  构成平行四边形时, 求点  $P$  的坐标, 当这个平行四边形为矩形时, 求点  $N$  的坐标.

解析: (3) 分别从  $BQ$  为边与  $BQ$  为对角线去分析求解即可求得答案.

答案: (3) 设点  $P$  的坐标为  $(x, -x^2+3x+4)$ , 当  $P$ 、 $N$ 、 $B$ 、 $Q$  构成平行四边形时,

$\therefore$  平行四边形  $ABOC$  中, 点  $A$ 、 $C$  的坐标分别是  $(0, 4)$ 、 $(-1, 0)$ ,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(1, 4)$ ,

$\therefore$  点  $Q$  坐标为  $(1, 0)$ ,  $P$  为抛物线上一动点,  $N$  为  $x$  轴上的一动点,

① 当  $BQ$  为边时,  $PN \parallel BQ$ ,  $PN=BQ$ ,

$\therefore BQ=4$ ,

$\therefore -x^2+3x+4 = \pm 4$ ,

当  $-x^2+3x+4=4$  时, 解得:  $x_1=0$ ,  $x_2=3$ ,

$\therefore P_1(0, 4)$ ,  $P_2(3, 4)$ ;

当  $-x^2+3x+4=-4$  时, 解得:  $x_3 = \frac{3+\sqrt{41}}{2}$ ,  $x_4 = \frac{3-\sqrt{41}}{2}$ ,

$\therefore P_3(\frac{3+\sqrt{41}}{2}, -4)$ ,  $P_4(\frac{3-\sqrt{41}}{2}, -4)$ ;

②当 BQ 为对角线时, BP//QN, BP=QN, 此时 P 与 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>重合;

综上所述: 点 P 的坐标为: P<sub>1</sub>(0, 4), P<sub>2</sub>(3, 4), P<sub>3</sub>( $\frac{3+\sqrt{41}}{2}$ , -4), P<sub>4</sub>( $\frac{3-\sqrt{41}}{2}$ , -4);

如图 2, 当这个平行四边形为矩形时, 点 N 的坐标为: (0, 0)或(3, 0).

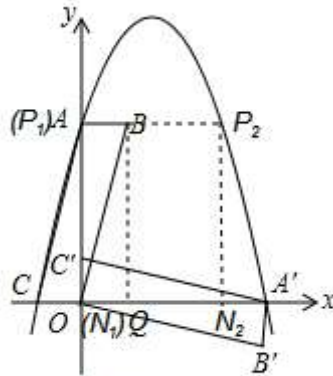


图2