2016年普通高等学校招生全国统一考试(新课标Ⅰ)数学文

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合A={1，3，5，7}，B={x|2≤x≤5}，则A∩B=(　　)
A.{1，3}
B.{3，5}
C.{5，7}
D.{1，7}
解析：集合A={1，3，5，7}，B={x|2≤x≤5}，
则A∩B={3，5}.
答案：B.

2. 设(1+2i)(a+i)的实部与虚部相等，其中a为实数，则a=(　　)
A.-3
B.-2
C.2
D.3
解析：利用复数的乘法运算法则，通过复数相等的充要条件求解即可.
(1+2i)(a+i)=a-2+(2a+1)i的实部与虚部相等，
可得：a-2=2a+1，
解得a=-3.
答案：A.

3. 为美化环境，从红、黄、白、紫4种颜色的花中任选2种花种在一个花坛中，余下的2种花种在另一个花坛中，则红色和紫色的花不在同一花坛的概率是(　　)

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{5}{6}$

解析：确定基本事件的个数，利用古典概型的概率公式，可得结论.
从红、黄、白、紫4种颜色的花中任选2种花种在一个花坛中，余下的2种花种在另一个花坛中，有$C_4^2=6$种方法，红色和紫色的花在同一花坛，有2种方法，红色和紫色的花不在

同一花坛，有 4 种方法，所以所求的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

答案：C.

4. △ABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c.已知 a=$\sqrt{5}$，c=2，cosA=$\frac{2}{3}$，则 b=(　　)

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. 3

解析：∵a=$\sqrt{5}$，c=2，cosA=$\frac{2}{3}$，

∴由余弦定理可得：$cosA=\frac{2}{3}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+4-5}{2\times b\times 2}$，整理可得：$3b^2-8b-3=0$，

∴解得：b=3 或$-\frac{1}{3}$(舍去).

答案：D.

5. 直线 l 经过椭圆的一个顶点和一个焦点，若椭圆中心到 l 的距离为其短轴长的$\frac{1}{4}$，则该椭圆的离心率为(　　)

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

解析：设椭圆的方程为：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，直线 l 经过椭圆的一个顶点和一个焦点，

则直线方程为：$\frac{x}{c}+\frac{y}{b}=1$，椭圆中心到 l 的距离为其短轴长的 $\frac{1}{4}$，

可得：$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}+\frac{1}{b^2}}}=\frac{b}{2}$，

$4=b^2\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{b^2}\right)$，

$\therefore \frac{b^2}{c^2}=3$，

$\frac{a^2-c^2}{c^2}=3$，

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$．

答案：B.

6. 将函数 y=2sin(2x+$\frac{\pi}{6}$)的图象向右平移 $\frac{1}{4}$ 个周期后，所得图象对应的函数为(　　)

A. y=2sin(2x+$\frac{\pi}{4}$)

B. y=2sin(2x+$\frac{\pi}{3}$)

C. y=2sin(2x-$\frac{\pi}{4}$)

D. y=2sin(2x-$\frac{\pi}{3}$)

解析：函数 y=2sin(2x+$\frac{\pi}{6}$)的周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

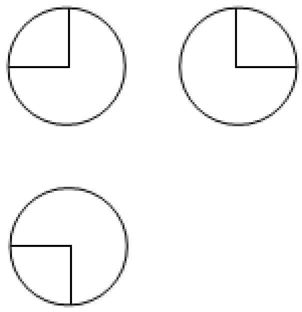
由题意即为函数 y=2sin(2x+$\frac{\pi}{6}$)的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，

可得图象对应的函数为 y=2sin[2(x-$\frac{\pi}{4}$)+$\frac{\pi}{6}$]，

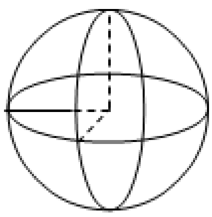
即有 y=2sin(2x-$\frac{\pi}{3}$).

答案：D.

7. 如图,某几何体的三视图是三个半径相等的圆及每个圆中两条相互垂直的半径.若该几何体的体积是$\frac{28\pi}{3}$，则它的表面积是(　　)



A.17π
B.18π
C.20π
D.28π
解析：由题意可知三视图复原的几何体是一个球去掉18后的几何体，如图：



可得：$\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}\pi R^{3}=\frac{28\pi}{3}$，R=2.

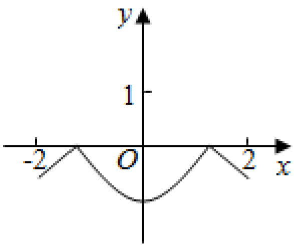
它的表面积是：$\frac{7}{8}\times 4\pi\cdot 2^{2}+\frac{3}{4}\times\pi\cdot 2^{2}=17\pi$.

答案：A.

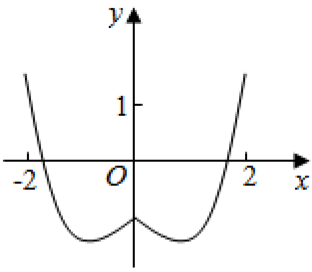
8. 若a＞b＞0，0＜c＜1，则(　　)
A.$\log_a c＜\log_b c$
B.$\log_c a＜\log_c b$
C.$a^c＜b^c$
D.$c^a＞c^b$
解析：根据指数函数，对数函数，幂函数的单调性结合换底公式，逐一分析四个结论的真假，可得答案.
∵a＞b＞0，0＜c＜1，

∴$\log_c a<\log_c b<0$，故 B 正确；
∴$0>\log_a c>\log_b c$，故 A 错误；
$a^c>b^c$，故 C 错误；
$c^a<c^b$，故 D 错误.
答案：B

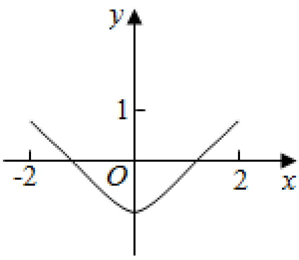
9．函数 $y=2x^2-e^{|x|}$在[-2，2]的图象大致为(　　)



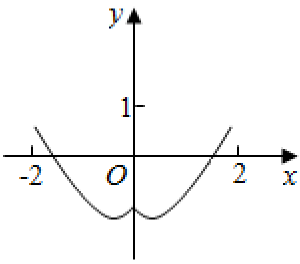
A.



B.



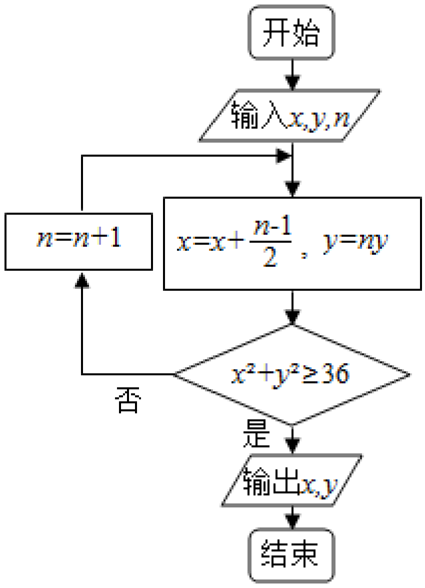
C.



D.

解析：∵$f(x)=y=2x^2-e^{|x|}$，
∴$f(-x)=2(-x)^2-e^{|-x|}=2x^2-e^{|x|}$，
故函数为偶函数，
当 $x=\pm2$ 时，$y=8-e^2\in(0，1)$，故排除 A，B；
当 $x\in[0，2]$时，$f(x)=y=2x^2-e^x$，
∴$f'(x)=4x-e^x=0$ 有解，
故函数 $y=2x^2-e^{|x|}$在[0，2]不是单调的，故排除 C.
∴正确的是 D.
答案：D

10. 执行如图的程序框图，如果输入的 x=0，y=1，n=1，则输出 x，y 的值满足(　　)



A. y=2x

B. y=3x

C. y=4x

D. y=5x

解析：由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 x，y 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案.

输入 x=0，y=1，n=1，

则 x=0，y=1，不满足 $x^2+y^2\geqslant 36$，故 n=2，

则 x=$\frac{1}{2}$，y=2，不满足 $x^2+y^2\geqslant 36$，故 n=3，

则 x=$\frac{3}{2}$，y=6，满足 $x^2+y^2\geqslant 36$，

故 y=4x.

答案：C

11. 平面α过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A，α∥平面 CB_1D_1，α∩平面 ABCD=m，α∩平面 ABB_1A_1=n，则 m、n 所成角的正弦值为(　　)

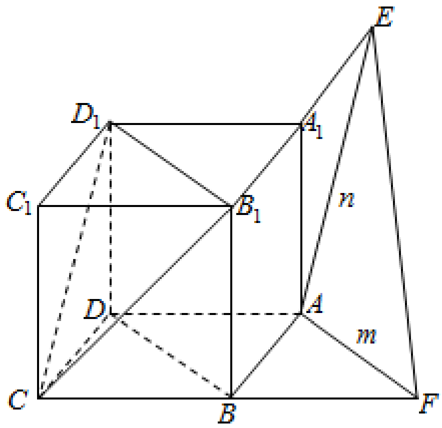
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

解析：如图：α∥平面 CB_1D_1，α∩平面 ABCD=m，α∩平面 ABB_1A_1=n，



可知：n∥CD_1，m∥B_1D_1，∵△CB_1D_1是正三角形.m、n 所成角就是∠CD_1B_1=60°.

则 m、n 所成角的正弦值为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

答案：A.

12. 若函数 $f(x)=x-\frac{1}{3}\sin2x+a\sin x$ 在(-∞，+∞)单调递增，则 a 的取值范围是(　　)

A. [-1，1]

B. [-1，$\frac{1}{3}$]

C. [$-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$]

D. [-1，$-\frac{1}{3}$]

解析：函数 $f(x)=x-\frac{1}{3}\sin2x+a\sin x$ 的导数为 $f'(x)=1-\frac{2}{3}\cos2x+a\cos x$，

由题意可得 $f'(x)\geq0$ 恒成立，

即为 $1-\frac{2}{3}\cos2x+a\cos x\geq0$，

即有 $\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\cos^2x+a\cos x\geq0$，

设 t=cosx(-1≤t≤1)，即有 $5-4t^2+3at\geq 0$，
当 t=0 时，不等式显然成立；

当 0＜t≤1 时，$3a\geq 4t-\frac{5}{t}$，

由 $4t-\frac{5}{t}$ 在(0，1]递增，可得 t=1 时，取得最大值-1，

可得 3a≥-1，即 a≥$-\frac{1}{3}$；

当-1≤t＜0 时，$3a\leq 4t-\frac{5}{t}$，

由 $4t-\frac{5}{t}$ 在[-1，0)递增，可得 t=-1 时，取得最小值 1，

可得 3a≤1，即 a≤$\frac{1}{3}$.

综上可得 a 的范围是[$-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$].

答案：C.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

13. 设向量 $\vec{a}$ =(x，x+1)，$\vec{b}$ =(1，2)，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 x=_____.

解析：∵ $\vec{a}\perp\vec{b}$；

∴ $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$；

即 x+2(x+1)=0；

∴x=$-\frac{2}{3}$.

答案：$-\frac{2}{3}$.

14. 已知 θ 是第四象限角，且 $sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$，则 $tan(\theta-\frac{\pi}{4})$=_____.

解析：∵θ是第四象限角，

∴$-\frac{\pi}{2}+2k\pi<\theta<2k\pi$，则$-\frac{\pi}{4}+2k\pi<\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{4}+2k\pi$，k∈Z，

又$sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$，

∴$cos(\theta+\frac{\pi}{4})=\sqrt{1-sin^2(\theta+\frac{\pi}{4})}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$.

∴$cos(\frac{\pi}{4}-\theta)=sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$，$sin(\frac{\pi}{4}-\theta)=cos(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{4}{5}$.

则$tan(\theta-\frac{\pi}{4})=-tan(\frac{\pi}{4}-\theta)=-\frac{sin(\frac{\pi}{4}-\theta)}{cos(\frac{\pi}{4}-\theta)}=-\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{4}{3}$.

答案：$-\frac{4}{3}$.

15. 设直线 y=x+2a 与圆 C：$x^2+y^2-2ay-2=0$ 相交于 A，B 两点，若|AB|=$2\sqrt{3}$，则圆 C 的面积为_____.

解析：圆 C：$x^2+y^2-2ay-2=0$ 的圆心坐标为(0，a)，半径为$\sqrt{a^2+2}$，

∵直线 y=x+2a 与圆 C：$x^2+y^2-2ay-2=0$ 相交于 A，B 两点，且|AB|=$2\sqrt{3}$，

∴圆心(0，a)到直线 y=x+2a 的距离 d=$\sqrt{a^2+2}$，

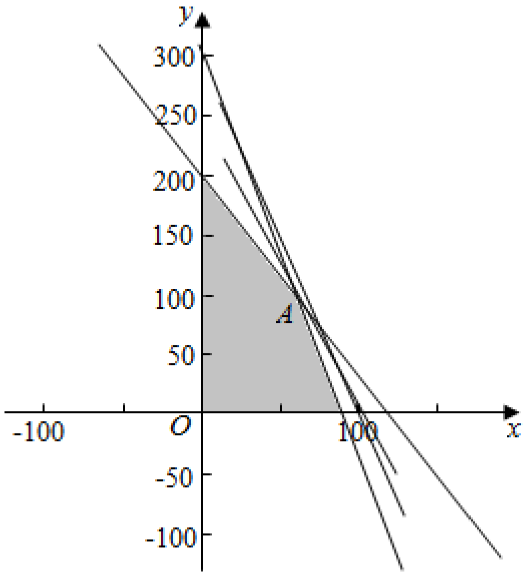
即$\frac{|a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{a^2+2}$，

解得：$a^2=2$，
故圆的半径 r=2.
故圆的面积 S=4π.
答案：4π

16. 某高科技企业生产产品 A 和产品 B 需要甲、乙两种新型材料.生产一件产品 A 需要甲材料 1.5kg，乙材料 1kg，用 5 个工时；生产一件产品 B 需要甲材料 0.5kg，乙材料 0.3kg，用 3 个工时，生产一件产品 A 的利润为 2100 元，生产一件产品 B 的利润为 900 元.该企业现有甲材料 150kg，乙材料 90kg，则在不超过 600 个工时的条件下，生产产品 A、产品 B 的利润之和的最大值为_____元.
解析：甲、乙两种两种新型材料，设 A、B 两种产品分别是 x 件和 y 件，获利为 z 元.

由题意，得$\begin{cases}x\in N，y\in N\\1.5x+0.5y\leq 150\\x+0.3y\leq 90\\5x+3y\leq 600\end{cases}$，z=2100x+900y.

不等式组表示的可行域如图：



由题意可得$\begin{cases}x+0.3y=90\\5x+3y=600\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=60\\y=100\end{cases}$，A(60，100)，

目标函数 z=2100x+900y.经过 A 时，直线的截距最大，目标函数取得最大值：2100×60+900×100=216000 元.

答案：216000.

三.解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 已知{a_n}是公差为 3 的等差数列，数列{b_n}满足 $b_1=1$，$b_2=\frac{1}{3}$，$a_nb_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$.

(Ⅰ)求{a_n}的通项公式.

解析：(Ⅰ)令 n=1，可得 $a_1=2$，结合{a_n}是公差为 3 的等差数列，可得{a_n}的通项公式.

答案：(Ⅰ)∵$a_nb_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$.

当 n=1 时，$a_1b_2+b_2=b_1$.

∵$b_1=1$，$b_2=\frac{1}{3}$，

∴$a_1=2$，

又∵{a_n}是公差为 3 的等差数列，

∴$a_n=3n-1$.

(Ⅱ)求{b_n}的前 n 项和.

解析：(Ⅱ)由(1)可得：数列{b_n}是以 1 为首项，以$\frac{1}{3}$为公比的等比数列，进而可得：{b_n}的前 n 项和.

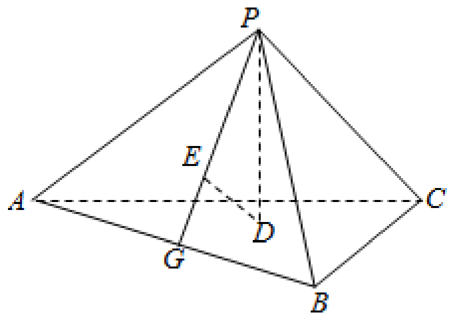
答案：(Ⅱ)由(I)知：$(3n-1)b_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$.

即 $3b_{n+1}=b_n$.

即数列{b_n}是以 1 为首项，以$\frac{1}{3}$为公比的等比数列，

∴{b_n}的前 n 项和$S_n=\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}(1-3^{-n})=\frac{3}{2}-\frac{1}{2\cdot 3^{n-1}}$.

18. 如图，已知正三棱锥 P-ABC 的侧面是直角三角形，PA=6，顶点 P 在平面 ABC 内的正投影为点 D，D 在平面 PAB 内的正投影为点 E，连接 PE 并延长交 AB 于点 G.



(Ⅰ)证明：G 是 AB 的中点.

解析：(Ⅰ)根据题意分析可得 PD⊥平面 ABC，进而可得 PD⊥AB，同理可得 DE⊥AB，结合两者分析可得 AB⊥平面 PDE，进而分析可得 AB⊥PG，又由 PA=PB，由等腰三角形的性质可得证明.

答案：(Ⅰ)∵P-ABC 为正三棱锥，且 D 为顶点 P 在平面 ABC 内的正投影，

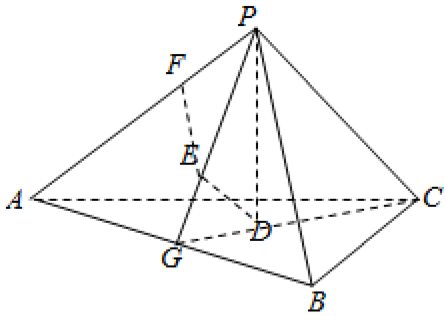
∴PD⊥平面 ABC，则 PD⊥AB，

又 E 为 D 在平面 PAB 内的正投影，

∴DE⊥面 PAB，则 DE⊥AB，

∵PD∩DE=D，

∴AB⊥平面 PDE，连接 PE 并延长交 AB 于点 G，



则 AB⊥PG，

又 PA=PB，

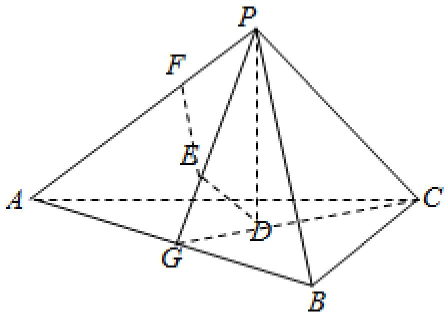
∴G 是 AB 的中点.

(Ⅱ)在图中作出点 E 在平面 PAC 内的正投影 F(说明作法及理由)，并求四面体 PDEF 的体积.

解析：(Ⅱ)由线面垂直的判定方法可得 EF⊥平面 PAC，可得 F 为 E 在平面 PAC 内的正投影.

由棱锥的体积公式计算可得答案.

答案：(Ⅱ)在平面 PAB 内，过点 E 作 PB 的平行线交 PA 于点 F，F 即为 E 在平面 PAC 内的正投影.



∵正三棱锥 P-ABC 的侧面是直角三角形，

∴PB⊥PA，PB⊥PC，

又 EF∥PB，所以 EF⊥PA，EF⊥PC，因此 EF⊥平面 PAC，

即点 F 为 E 在平面 PAC 内的正投影.

连结 CG，因为 P 在平面 ABC 内的正投影为 D，所以 D 是正三角形 ABC 的中心.

由(Ⅰ)知，G 是 AB 的中点，所以 D 在 CG 上，故 CD=$\frac{2}{3}$CG.

由题设可得 PC⊥平面 PAB，DE⊥平面 PAB，所以 DE∥PC，因此 PE=$\frac{2}{3}$PG，DE=$\frac{1}{3}$PC.

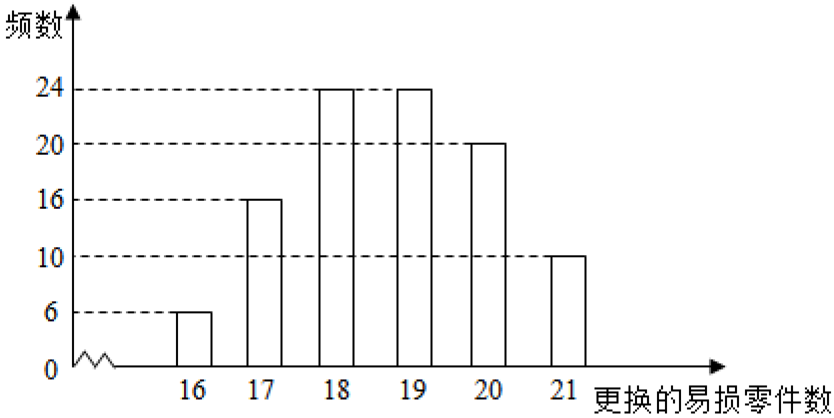
由已知，正三棱锥的侧面是直角三角形且 PA=6，可得 DE=2，PG=3$\sqrt{2}$，PE=2$\sqrt{2}$.

在等腰直角三角形 EFP 中，可得 EF=PF=2.

所以四面体 PDEF 的体积$V=\frac{1}{3}\times DE\times S_{\triangle PEF}=\frac{1}{3}\times 2\times\frac{1}{2}\times 2\times 2=\frac{4}{3}$.

19. 某公司计划购买 1 台机器，该种机器使用三年后即被淘汰.机器有一易损零件，在购进

机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个 200 元.在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个 500 元.现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得如图柱状图：



记 x 表示 1 台机器在三年使用期内需更换的易损零件数，y 表示 1 台机器在购买易损零件上所需的费用(单位：元)，n 表示购机的同时购买的易损零件数.

(Ⅰ)若 n=19，求 y 与 x 的函数解析式.
解析：(Ⅰ)若 n=19，结合题意，可得 y 与 x 的分段函数解析式.
答案：(Ⅰ)当 n=19 时，

$$y=\begin{cases}19\times200, & x\le19\\19\times200+(x-19)\times500, & x>19\end{cases}=\begin{cases}3800, & x\le19\\500x-5700, & x>19\end{cases}.$$

(Ⅱ)若要求“需更换的易损零件数不大于 n”的频率不小于 0.5，求 n 的最小值.
解析：(Ⅱ)由柱状图分别求出各组的频率，结合“需更换的易损零件数不大于 n”的频率不小于 0.5，可得 n 的最小值.
答案：(Ⅱ)由柱状图知，更换的易损零件数为 16 个频率为 0.06，
更换的易损零件数为 17 个频率为 0.16，
更换的易损零件数为 18 个频率为 0.24，
更换的易损零件数为 19 个频率为 0.24
又∵更换易损零件不大于 n 的频率为不小于 0.5.
则 n≥19
∴n 的最小值为 19 件.

(Ⅲ)假设这 100 台机器在购机的同时每台都购买 19 个易损零件，或每台都购买 20 个易损零件，分别计算这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数，以此作为决策依据，购买 1 台机器的同时应购买 19 个还是 20 个易损零件？
解析：(Ⅲ)分别求出每台都购买 19 个易损零件，或每台都购买 20 个易损零件时的平均费用，比较后，可得答案.
答案：(Ⅲ)假设这 100 台机器在购机的同时每台都购买 19 个易损零件，

所须费用平均数为：$\frac{1}{100}$(70×19×200+4300×20+4800×10)=4000(元)

假设这100台机器在购机的同时每台都购买20个易损零件，

所须费用平均数为$\frac{1}{100}$(90×4000+10×4500)=4050(元)

∵4000＜4050
∴购买1台机器的同时应购买19台易损零件.

20. 在直角坐标系xOy中，直线l：y=t(t≠0)交y轴于点M，交抛物线C：$y^2=2px$(p＞0)于点P，M关于点P的对称点为N，连结ON并延长交C于点H.

(Ⅰ)求$\frac{|OH|}{|ON|}$.

解析：(Ⅰ)求出P，N，H的坐标，利用$\frac{|OH|}{|ON|}=\frac{|y_H|}{|y_N|}$，即可求得$\frac{|OH|}{|ON|}$.

答案：(Ⅰ)将直线l与抛物线方程联立，解得P($\frac{t^2}{2p}$，t)，

∵M关于点P的对称点为N，

∴$\frac{x_N+x_M}{2}=\frac{t^2}{2p}$，$\frac{y_N+y_M}{2}=t$，

∴N($\frac{t^2}{2p}$，t)，

∴ON的方程为$y=\frac{p}{t}x$，

与抛物线方程联立，解得H($\frac{2t^2}{p}$，2t)

∴$\frac{|OH|}{|ON|}=\frac{|y_H|}{|y_N|}=2$.

(Ⅱ)除H以外，直线MH与C是否有其它公共点？说明理由.

解析：(Ⅱ)直线MH的方程为$y=\frac{p}{2t}x+t$，与抛物线方程联立，消去x可得$y^2-4ty+4t^2=0$，

利用判别式可得结论.

答案：(Ⅱ)由(Ⅰ)知$k_{MH}=\frac{p}{2t}$，

∴直线 MH 的方程为 $y=\frac{p}{2t}x+t$，与抛物线方程联立，消去 x 可得 $y^2-4ty+4t^2=0$，

∴$\triangle=16t^2-4\times4t^2=0$，
∴直线 MH 与 C 除点 H 外没有其它公共点.

21. 已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$.

(Ⅰ)讨论 f(x)的单调性.

解析：(Ⅰ)求出 f(x)的导数，讨论当 a≥0 时，$a<-\frac{e}{2}$时，$a=-\frac{e}{2}$时，$-\frac{e}{2}<a<0$，由导数大于 0，可得增区间；由导数小于 0，可得减区间.
答案：(Ⅰ)由 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$，
可得 $f'(x)=(x-1)e^x+2a(x-1)=(x-1)(e^x+2a)$，
①当 a≥0 时，由 $f'(x)>0$，可得 $x>1$；由 $f'(x)<0$，可得 $x<1$，
即有 f(x)在(-∞，1)递减；在(1，+∞)递增；

②当 a<0 时，若 $a=-\frac{e}{2}$，则 $f'(x)\geq0$ 恒成立，即有 f(x)在 R 上递增；

若 $a<-\frac{e}{2}$时，由 $f'(x)>0$，可得 $x<1$ 或 $x>\ln(-2a)$；

由 $f'(x)<0$，可得 $1<x<\ln(-2a)$.
即有 f(x)在(-∞，1)，(ln(-2a)，+∞)递增；
在(1，ln(-2a))递减；

若 $-\frac{e}{2}<a<0$，由 $f'(x)>0$，可得 $x<\ln(-2a)$或 $x>1$；

由 $f'(x)<0$，可得 $\ln(-2a)<x<1$.
即有 f(x)在(-∞，ln(-2a))，(1，+∞)递增；
在(ln(-2a)，1)递减.

(Ⅱ)若 f(x)有两个零点，求 a 的取值范围.
解析：(Ⅱ)由(Ⅰ)的单调区间，对 a 讨论，结合单调性和函数值的变化特点，即可得到所求范围.
答案：(Ⅱ)
①由(Ⅰ)可得当 a>0 时，f(x)在(-∞，1)递减；在(1，+∞)递增，
且 $f(1)=-e<0$，x→+∞，f(x)→+∞；x→-∞，f(x)→+∞. f(x)有两个零点；
②当 a=0 时，$f(x)=(x-2)e^x$，所以 f(x)只有一个零点 x=2；
③当 a<0 时，

若 $a<-\frac{e}{2}$时，f(x)在(1，ln(-2a))递减，在(-∞，1)，(ln(-2a)，+∞)递增，

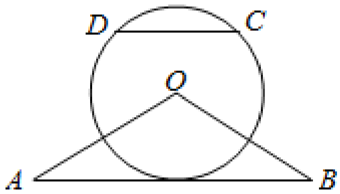
又当 x≤1 时，f(x)＜0，所以 f(x)不存在两个零点；

当 $a\geq -\frac{e}{2}$ 时，f(x)在(1，+∞)单调递增，又 x≤1 时，f(x)＜0，所以 f(x)不存在两个零点.

综上可得，f(x)有两个零点时，a 的取值范围为(0，+∞).

请考生在 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22. 如图，△OAB 是等腰三角形，∠AOB=120°．以 O 为圆心，$\frac{1}{2}$OA 为半径作圆.



(Ⅰ)证明：直线 AB 与⊙O 相切.
解析：(Ⅰ)设 K 为 AB 中点，连结 OK.根据等腰三角形 AOB 的性质知 OK⊥AB，∠A=30°，

OK=OAsin30°=$\frac{1}{2}$OA，则 AB 是圆 O 的切线.

答案：(Ⅰ)设 K 为 AB 中点，连结 OK，
∵OA=OB，∠AOB=120°，

∴OK⊥AB，∠A=30°，OK=OAsin30°=$\frac{1}{2}$OA，

∴直线 AB 与⊙O 相切.

(Ⅱ)点 C，D 在⊙O 上，且 A，B，C，D 四点共圆，证明：AB∥CD.
解析：(Ⅱ)设圆心为 T，证明 OT 为 AB 的中垂线，OT 为 CD 的中垂线，即可证明结论.
答案：(Ⅱ)因为 OA=2OD，所以 O 不是 A，B，C，D 四点所在圆的圆心.设 T 是 A，B，C，D 四点所在圆的圆心.
∵OA=OB，TA=TB，
∴OT 为 AB 的中垂线，
同理，OC=OD，TC=TD，
∴OT 为 CD 的中垂线，
∴AB∥CD.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直线坐标系 x0y 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=acost \\ y=1+asint \end{cases}$（t 为参数，a＞0）. 在以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2：$\rho=4\cos\theta$.

（Ⅰ）说明 C_1 是哪一种曲线，并将 C_1 的方程化为极坐标方程.
解析：（Ⅰ）把曲线 C_1 的参数方程变形，然后两边平方作和即可得到普通方程，可知曲线 C_1 是圆，化为一般式，结合 $x^2+y^2=\rho^2$，$y=\rho\sin\theta$ 化为极坐标方程.

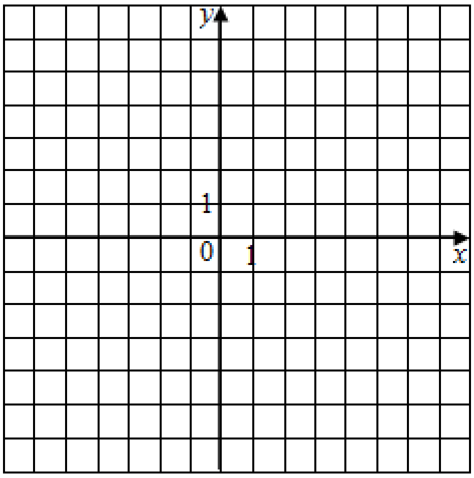
答案：（Ⅰ）由 $\begin{cases} x=acost \\ y=1+asint \end{cases}$，得 $\begin{cases} x=acost \\ y-1=asint \end{cases}$，两式平方相加得，$x^2+(y-1)^2=a^2$.

∴C_1 为以(0，1)为圆心，以 a 为半径的圆.
化为一般式：$x^2+y^2-2y+1-a^2=0$.①
由 $x^2+y^2=\rho^2$，$y=\rho\sin\theta$，得 $\rho^2-2\rho\sin\theta+1-a^2=0$.

（Ⅱ）直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，求 a.
解析：（Ⅱ）化曲线 C_2、C_3 的极坐标方程为直角坐标方程，由条件可知 y=x 为圆 C_1 与 C_2 的公共弦所在直线方程，把 C_1 与 C_2 的方程作差，结合公共弦所在直线方程为 y=x 可得 $1-a^2=0$，则 a 值可求.
答案：（Ⅱ）C_2：$\rho=4\cos\theta$，两边同时乘 ρ 得 $\rho^2=4\rho\cos\theta$，
∴$x^2+y^2=4x$，②
即 $(x-2)^2+y^2=4$.
由 C_3：$\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，得 y=2x，
∵曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，
∴y=2x 为圆 C_1 与 C_2 的公共弦所在直线方程，
①-②得：$4x-2y+1-a^2=0$，即为 C_3，
∴$1-a^2=0$，
∵a＞0
∴a=1.

[选修 4-5：不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x)=|x+1|-|2x-3|$.

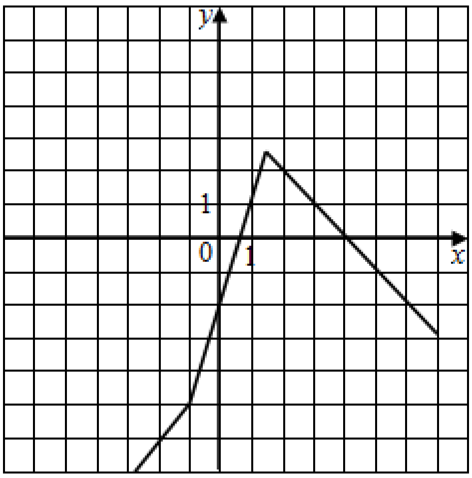


(Ⅰ)在图中画出 y=f(x)的图象.

解析：(Ⅰ)运用分段函数的形式写出 f(x)的解析式，由分段函数的画法，即可得到所求图象.

答案：(Ⅰ) $f\left(x\right)=\begin{cases} x-4,\ x\le -1 \\ 3x-2,-1<x<\dfrac{3}{2}, \\ 4-x,\ x\ge \dfrac{3}{2} \end{cases}$

由分段函数的图象画法，可得 f(x)的图象，如图：



(Ⅱ)求不等式|f(x)|＞1 的解集.

解析：(Ⅱ)分别讨论当 x≤-1 时，当-1＜x＜$\dfrac{3}{2}$时，当 x≥$\dfrac{3}{2}$时，解绝对值不等式，取交集，最后求并集即可得到所求解集.

答案：(Ⅱ)由|f(x)|＞1，可得

当 x≤-1 时，|x-4|＞1，解得 x＞5 或 x＜3，即有 x≤-1；

当$-1<x<\frac{3}{2}$时，$|3x-2|>1$，解得$x>1$或$x<\frac{1}{3}$，

即有$-1<x<\frac{1}{3}$或$1<x<\frac{3}{2}$；

当$x\geqslant\frac{3}{2}$时，$|4-x|>1$，解得$x>5$或$x<3$，即有$x>5$或$\frac{3}{2}\leqslant x<3$.

综上可得，$x<\frac{1}{3}$或$1<x<3$或$x>5$.

则$|f(x)|>1$的解集为$(-\infty,\ \frac{1}{3})\cup(1,\ 3)\cup(5,\ +\infty)$.