2015年浙江省温州市中考真题数学

一、选择题(本题有10小题，每小题4分，共40分)

1.给出四个数0，$\sqrt{3}$，$\frac{1}{2}$，-1，其中最小的是(　　)

A.0

B.$\sqrt{3}$

C.$\frac{1}{2}$

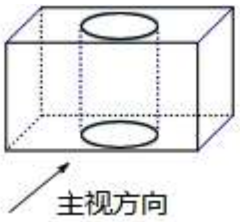
D.-1

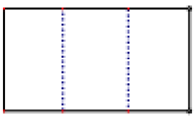
解析：根据实数比较大小的方法，可得$-1<0<\frac{1}{2}<\sqrt{3}$，

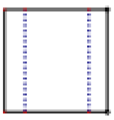
∴四个数0，$\sqrt{3}$，$\frac{1}{2}$，-1，其中最小的是-1.

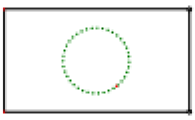
答案：D

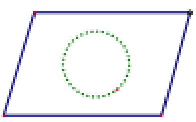
2.将一个长方体内部挖去一个圆柱(如图所示)，它的主视图是(　　)



A.

B.

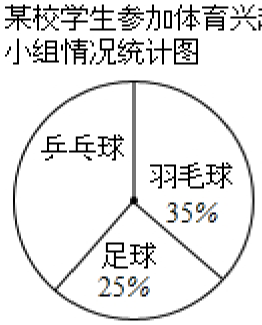
C.

D.

解析：从正面看易得主视图为长方形，中间有两条垂直地面的虚线.

答案：A

3.某校学生参加体育兴趣小组情况的统计图如图所示，若参加人数最少的小组有25人，则参加人数最多的小组有(　　)



A.25 人

B.35 人

C.40 人

D.100 人

解析：参加兴趣小组的总人数 25÷25%=100(人)，

参加乒乓球小组的人数 100×(1-25%-35%)=40(人).

答案：C

4.下列选项中的图形，不属于中心对称图形的是(　　)

A.等边三角形

B.正方形

C.正六边形

D.圆

解析：A、不是中心对称图形，故本选项正确；

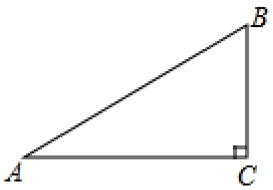
B、是中心对称图形，故本选项错误；

C、是中心对称图形，故本选项错误；

D、是中心对称图形，故本选项错误.

答案：A

5.如图，在△ABC 中，∠C=90°，AB=5，BC=3，则 cosA 的值是(　　)



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

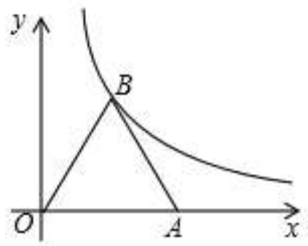
解析：∵AB=5，BC=3，∴AC=4，∴cosA=$\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$.

答案：D

6.若关于 x 的一元二次方程 $4x^2-4x+c=0$ 有两个相等实数根，则 c 的值是(　　)
A.-1
B.1
C.-4
D.4
解析：∵一元二次方程 $4x^2-4x+c=0$ 有两个相等实数根，∴$\triangle=4^2-4\times 4c=0$，∴c=1.
答案：B

7.不等式组 $\begin{cases} x+1>2, \\ x-1\le 2 \end{cases}$ 的解是(　　)
A.x＜1
B.x⩾3
C.1⩽x＜3
D.1＜x⩽3
解析：$\begin{cases} x+1>2①, \\ x-1\le 2②, \end{cases}$
∵解不等式①得：x＞1，解不等式②得：x⩽3，∴不等式组的解集为 1＜x⩽3.
答案：D

8.如图，点 A 的坐标是(2，0)，△ABO 是等边三角形，点 B 在第一象限.若反比例函数 y= $\frac{k}{x}$ 的图象经过点 B，则 k 的值是(　　)

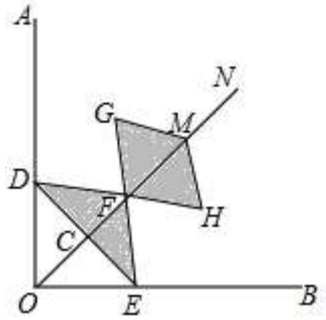


A.1
B.2
C.$\sqrt{3}$
D.2$\sqrt{3}$
解析：过点 B 作 BC 垂直 OA 于 C，
∵点 A 的坐标是(2，0)，∴AO=2，
∵△ABO 是等边三角形，
∴OC=1，BC=$\sqrt{3}$，∴点 B 的坐标是(1，$\sqrt{3}$)，

把(1，3)代入 y=$\frac{k}{x}$，得 k=$\sqrt{3}$.

答案：C

9.如图，在 Rt∠AOB 的平分线 ON 上依次取点 C，F，M，过点 C 作 DE⊥OC，分别交 OA，OB 于点 D，E，以 FM 为对角线作菱形 FGMH.已知∠DFE=∠GFH=120°，FG=FE，设 OC=x，图中阴影部分面积为 y，则 y 与 x 之间的函数关系式是(　　)



A. y=$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$

B. y=$\sqrt{3}x^2$

C. y=$2\sqrt{3}x^2$

D. y=$3\sqrt{3}x^2$

解析：∵ON 是 Rt∠AOB 的平分线，∴∠DOC=∠EOC=45°，

∵DE⊥OC，∴∠ODC=∠OEC=45°，∴CD=CE=OC=x，∴DF=EF，DE=CD+CE=2x，

∵∠DFE=∠GFH=120°，∴∠CEF=30°，∴CF=CE•tan30°=$\frac{\sqrt{3}}{3}$x，

∴EF=2CF=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$x，∴$S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}$DE•CF=$\frac{\sqrt{3}}{3}x^2$，

∵四边形 FGMH 是菱形，∴FG=MG=FE=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$x，

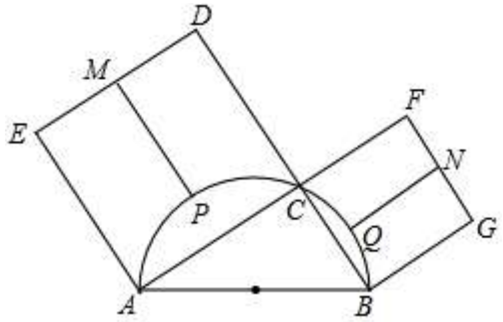
∵∠G=180°-∠GFH=60°，∴△FMG 是等边三角形，∴$S_{\triangle FGH}=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2$，

∴$S_{菱形FGMH}=\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2$，∴$S_{阴影}=S_{\triangle DEF}+S_{菱形FGMH}=\sqrt{3}x^2$.

答案：B

10.如图，C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点，连结 AC，BC，分别以 AC，BC 为边向外作正方

形 ACDE，BCFG.DE，FC，弧 AC，弧 BC 的中点分别是 M，N，P，Q.若 MP+NQ=14，AC+BC=18，则 AB 的长为(　　)



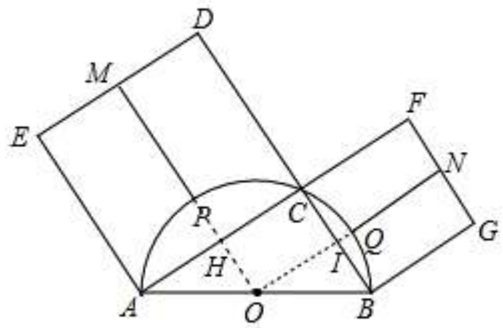
A.$9\sqrt{2}$

B.$\dfrac{90}{7}$

C.13

D.16

解析：连接 OP，OQ，



∵DE，FC，弧 AC，弧 BC 的中点分别是 M，N，P，Q，

∴OP⊥AC，OQ⊥BC，∴H、I 是 AC、BD 的中点，∴OH+OI=$\frac{1}{2}$(AC+BC)=9，

∵MH+NI=AC+BC=18，MP+NQ=14，∴PH+QI=18-14=4，

∴AB=OP+OQ=OH+OI+PH+QI=9+4=13.

答案：C

二、填空题(本题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

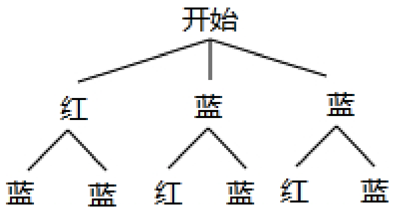
11.分解因式：$a^2-2a+1=$___________.

解析：$a^2-2a+1=a^2-2\times1\times a+1^2=(a-1)^2$.

答案：$(a-1)^2$

12.一个不透明的袋中只装有 1 个红球和 2 个篮球，它们除颜色外其余均相同.现随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的概率是___________.

解析：画树状图得：



∵共有 6 种等可能的结果，随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的有 4 种情况，

∴随机从袋中摸出两个球，颜色是一红一蓝的概率是：$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

答案：$\frac{2}{3}$

13. 已知扇形的圆心角为 120°，弧长为 2π，则它的半径为__________.

解析：∵$L=\frac{n\pi R}{180}$，∴$R=\frac{180\times 2\pi}{120\pi}=3$.

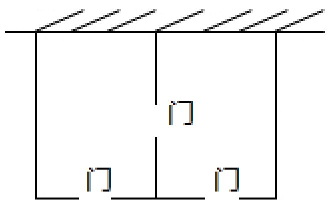
答案：3

14. 方程$\frac{2}{x}=\frac{3}{x+1}$的根为__________.

解析：去分母得：2(x+1)=3x，即 2x+2=3x，解得：x=2，经检验：x=2 是原方程的解.

答案：x=2

15. 某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙(墙足够长)，中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留 1m 宽的门. 已知计划中的材料可建墙体(不包括门)总长为 27m，则能建成的饲养室面积最大为__________ m^2.



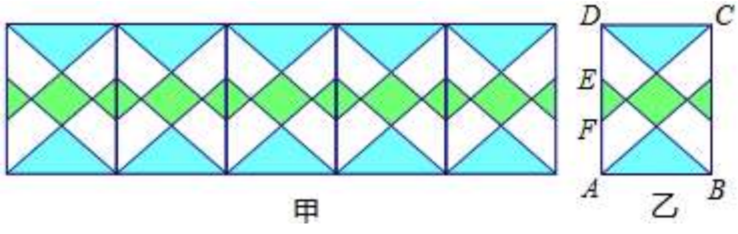
解析：设垂直于墙的材料长为 x 米，

则平行于墙的材料长为 27+3-3x=30-3x，则总面积 $S=x(30-3x)=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$，

故饲养室的最大面积为 75 平方米.

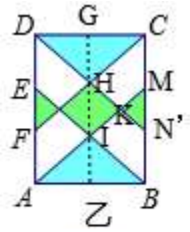
答案：75

16. 图甲是小明设计的带菱形图案的花边作品. 该作品由形如图乙的矩形图案拼接而成(不重叠、无缝隙). 图乙中$\frac{AB}{BC}=\frac{6}{7}$，EF=4cm，上下两个阴影三角形的面积之和为 $54cm^2$，其内部菱形由两组距离相等的平行线交叉得到，则该菱形的周长为_________ cm.



甲 乙

解析：如图乙，取CD的中点G，连接HG，



设AB=6acm，则BC=7acm，中间菱形的对角线HI的长度为xcm，

∵BC=7acm，MN=EF=4cm，∴CN=$\dfrac{7a+4}{2}$，

∵GH∥BC，∴$\dfrac{GH}{CN}=\dfrac{DG}{DC}$，∴$\dfrac{\frac{7a-x}{2}}{\frac{7a+4}{2}}=\dfrac{1}{2}$，∴x=3.5a-2…(1)；

∵上下两个阴影三角形的面积之和为54cm^2，

∴6a•(7a-x)÷2=54，∴a(7a-x)=18…(2)；

由(1)(2)，可得a=2，x=5，

∴CD=6×2=12(cm)，CN=$\dfrac{7a+4}{2}=\dfrac{7\times2+4}{2}$=9(cm)，∴DN=$\sqrt{12^2+9^2}$=15(cm)，

又∵DH=$\sqrt{DG^2+GH^2}=\sqrt{6^2+(\dfrac{7\times2-5}{2})^2}$=7.5(cm)，∴HN=15-7.5=7.5(cm)，

∵AM∥FC，∴$\dfrac{KN}{HK}=\dfrac{MN}{CN}=\dfrac{4}{9-4}=\dfrac{4}{5}$，

∴HK=$\dfrac{5}{4+5}\times7.5=\dfrac{25}{6}$ (cm)，∴该菱形的周长为：$\dfrac{25}{6}\times4=\dfrac{50}{3}$(cm).

答案：$\dfrac{50}{3}$.

三、解答题（本题有8小题，共80分）

17.(1)计算：2015^0+ $\sqrt{12}$+2×(-$\dfrac{1}{2}$)

(2)化简：(2a+1)(2a-1)-4a(a-1)

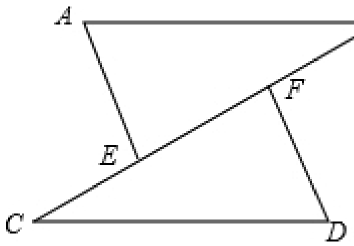
解析：(1)先算乘方、化简二次根式与乘法，最后算加法；

(2)利用平方差公式和整式的乘法计算，进一步合并得出答案即可.

答案：(1)原式=1+2$\sqrt{3}$-1=2$\sqrt{3}$；

(2)原式=4a^2-1-4a^2+4a=4a-1.

18.如图，点C，E，F，B在同一直线上，点A，D在BC异侧，AB∥CD，AE=DF，∠A=∠D.



(1)求证：AB=CD.

(2)若 AB=CF，∠B=30°，求∠D 的度数.

解析：(1)易证得△ABE≌△CDF，即可得 AB=CD；

(2)易证得△ABE≌△CDF，即可得 AB=CD，又由 AB=CF，∠B=30°，即可证得△ABE 是等腰三角形，解答即可.

答案：(1)∵AB∥CD，∴∠B=∠C，

在△ABE 和△CDF 中，$\begin{cases}\angle A=\angle D,\\ \angle C=\angle B,\\ AE=DF,\end{cases}$∴△ABE≌△CDF(AAS)，∴AB=CD.

(2)∵△ABE≌△CDF，∴AB=CD，BE=CF，

∵AB=CF，∠B=30°，∴AB=BE，∴△ABE 是等腰三角形，∴∠D=$\frac{1}{2}$×(180°-30°)=75°.

19.某公司需招聘一名员工，对应聘者甲、乙、丙从笔试、面试、体能三个方面进行量化考核.甲、乙、丙各项得分如下表：

	笔试	面试	体能
甲	83	79	90
乙	85	80	75
丙	80	90	73

(1)根据三项得分的平均分，从高到低确定三名应聘者的排名顺序.

(2)该公司规定：笔试，面试、体能得分分别不得低于 80 分，80 分，70 分，并按 60%，30%，10%的比例计入总分.根据规定，请你说明谁将被录用.

解析：(1)代入求平均数公式即可求出三人的平均成绩，比较得出结果；

(2)由于甲的面试成绩低于 80 分，根据公司规定甲被淘汰；再将乙与丙的总成绩按比例求出测试成绩，比较得出结果.

答案：(1)$\overline{x_{甲}}$=(83+79+90)÷3=84，

$\overline{x_{乙}}$=(85+80+75)÷3=80，

$\overline{x_{丙}}$=(80+90+73)÷3=81.

从高到低确定三名应聘者的排名顺序为：甲，丙，乙；

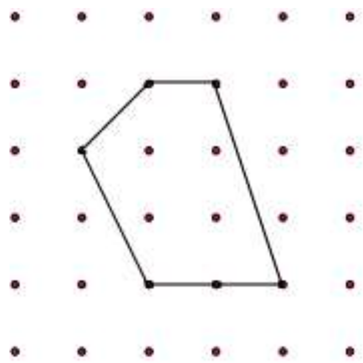
(2)∵该公司规定：笔试，面试、体能得分分别不得低于 80 分，80 分，70 分，∴甲淘汰；

乙成绩=85×60%+80×30%+75×10%=82.5，

丙成绩=80×60%+90×30%+73×10%=82.3，

乙将被录取.

20.各顶点都在方格纸格点(横竖格子线的交错点)上的多边形称为格点多边形.如何计算它的面积？奥地利数学家皮克(G•Pick，1859～1942年)证明了格点多边形的面积公式 $S=a+\frac{1}{2}b-1$，其中 a 表示多边形内部的格点数，b 表示多边形边界上的格点数，S 表示多边形的面积.如图，a=4，b=6，$S=4+\frac{1}{2}\times 6-1=6$.



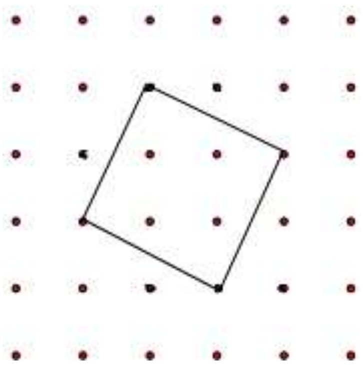
(1)请在图中画一个格点正方形，使它的内部只含有 4 个格点，并写出它的面积.

(2)请在图乙中画一个格点三角形，使它的面积为 $\frac{7}{2}$，且每条边上除顶点外无其它格点.(注：图甲、图乙在答题纸上)

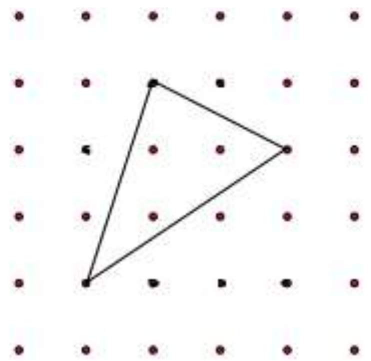
解析：(1)根据皮克公式画图计算即可；

(2)根据题意可知 a=3，b=3，画出满足题意的图形即可.

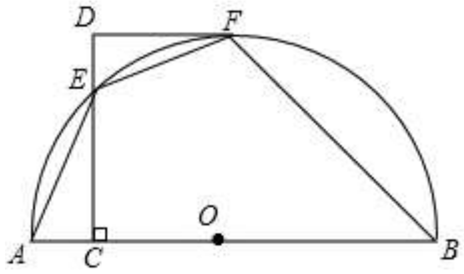
答案：(1)如图所示，a=4，b=4，$S=4+\frac{1}{2}\times 4-1=5$；



(2)因为 $S=\frac{7}{2}$，b=3，所以 a=3，如图所示.



21.如图，AB 是半圆 O 的直径，CD⊥AB 于点 C，交半圆于点 E，DF 切半圆于点 F.已知∠AEF=135°.



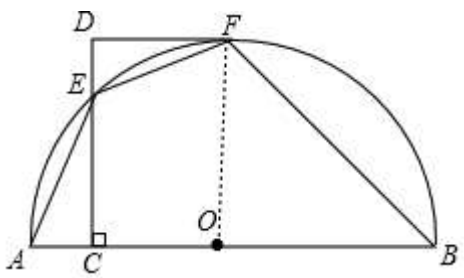
(1)求证：DF∥AB；

(2)若 OC=CE，BF=$2\sqrt{2}$，求 DE 的长.

解析：(1)连接 OF，根据圆内接四边形的性质得到∠AEF+∠B=180°，由于∠AEF=135°，得出∠B=45°，于是得到∠AOF=2∠B=90°，由 DF 切⊙O 于 F，得到∠DFO=90°，由于 DC⊥AB，得到∠DCO=90°，于是结论可得；

(2)过 E 作 EM⊥BF 于 M，由四边形 DCOF 是矩形，得到 OF=DC=OA，由于 OC=CE，推出 AC=DE，设 DE=x，则 AC=x，在 Rt△FOB 中，∠FOB=90°，OF=OB，BF=$2\sqrt{2}$，由勾股定理得：OF=OB=2，则 AB=4，BC=4-x，由于 AC=DE，OCDF=CE，由勾股定理得：AE=EF，通过 Rt△ECA≌Rt△EMF，得出 AC=MF=DE=x，在 Rt△ECB 和 Rt△EMB 中，由勾股定理得：BC=BM，问题可得.

答案：(1)连接 OF，



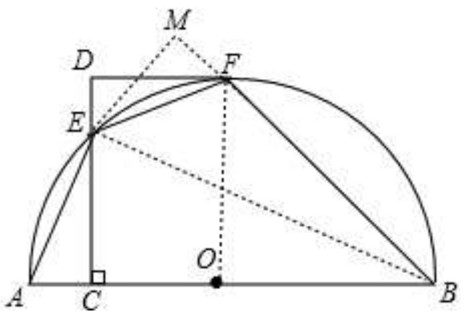
∵A、E、F、B 四点共圆，∴∠AEF+∠B=180°，

∵∠AEF=135°，∴∠B=45°，∴∠AOF=2∠B=90°，

∵DF 切⊙O 于 F，∴∠DFO=90°，

∵DC⊥AB，∴∠DCO=90°，即∠DCO=∠FOC=∠DFO=90°，∴四边形 DCOF 是矩形，∴DF∥AB.

(2)过 E 作 EM⊥BF 于 M，



∵四边形DCOF是矩形，∴OF=DC=OA，
∵OC=CE，∴AC=DE，
设DE=x，则AC=x，

∵在Rt△FOB中，∠FOB=90°，OF=OB，BF=$2\sqrt{2}$，由勾股定理得：OF=OB=2，则AB=4，BC=4-x，

∵AC=DE，OCDF=CE，∴由勾股定理得：AE=EF，∴∠ABE=∠FBE，
∵EC⊥AB，EM⊥BF，∴EC=EM，∠ECB=∠M=90°，

在Rt△ECA和Rt△EMF中$\begin{cases} AE=EF, \\ EC=EM, \end{cases}$∴Rt△ECA≌Rt△EMF，∴AC=MF=DE=x，

在Rt△ECB和Rt△EMB中，由勾股定理得：BC=BM，

∴BF=BM-MF=BC-MF=4-x-x=$2\sqrt{2}$，解得：x=2-$\sqrt{2}$，即DE=2-$\sqrt{2}$.

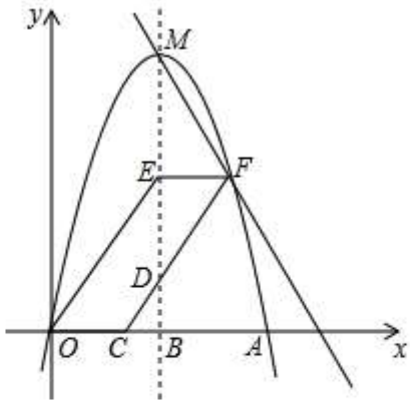
22.某农业观光园计划将一块面积为900m^{2}的圆圃分成A，B，C三个区域，分别种植甲、乙、丙三种花卉，且每平方米栽种甲3株或乙6株或丙12株.已知B区域面积是A区域面积的2倍.设A区域面积为x(m^2).
(1)求该园圃栽种的花卉总株数y关于x的函数表达式.
(2)若三种花卉共栽种6600株，则A，B，C三个区域的面积分别是多少?
(3)若三种花卉的单价(都是整数)之和为45元，且差价均不超过10元，在(2)的前提下，全部栽种共需84000元.请写出甲、乙、丙三种花卉中，种植面积最大的花卉总价.
解析：(1)设A区域面积为x，则B区域面积是2x，C区域面积是900-3x，根据每平方米栽种甲3株或乙6株或丙12株，即可解答;
(2)当y=6600时，即-21x+10800=6600，解得：x=200，则2x=400，900-3x=300，即可解答;
(3)设三种花卉的单价分别为a元、b元、c，

根据根据题意得：$\begin{cases} a+b+c=45, \\ 600a+2400b+3600z=84000, \end{cases}$整理得：3b+5c=95，根据三种花卉的单价(都是整数)之和为45元，且差价均不超过10元，所以b=15，c=10，a=20，即可解答.
答案：(1)y=3x+12x+12(900-3x)=-21x+10800.
(2)当y=6600时，即-21x+10800=6600，解得：x=200，∴2x=400，900-3x=300，
答：A，B，C三个区域的面积分别是200m^2，400m^2，300m^2.
(3)设三种花卉的单价分别为a元、b元、c元，在(2)的前提下，分别种植甲、乙、丙三种花卉的株数为600株，2400株，3600株，

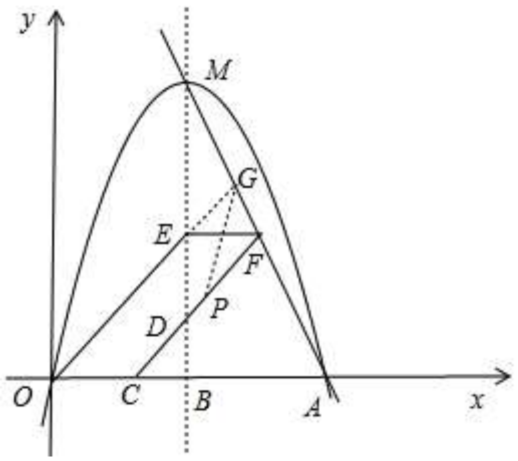
根据题意得：$\begin{cases} a+b+c=45, \\ 600a+2400b+3600z=84000, \end{cases}$整理得：3b+5c=95，

∵三种花卉的单价(都是整数)之和为45元，且差价均不超过10元，
∴b=15，c=10，∴a=20，
∴种植面积最大的花卉总价为：2400×15=36000(元)，
答：种植面积最大的花卉总价为36000元.

23.如图，抛物线 $y=-x^2+6x$ 交x轴正半轴于点A，顶点为M，对称轴MB交x轴于点B.过点C(2，0)作射线CD交MB于点D(D在x轴上方)，OE∥CD交MB于点E，EF∥x轴交CD于点F，作直线MF.



(1)求点A，M的坐标.
(2)当BD为何值时，点F恰好落在该抛物线上？
(3)当BD=1时
①求直线MF的解析式，并判断点A是否落在该直线上.
②延长OE交FM于点G，取CF中点P，连结PG，△FPG，四边形DEGP，四边形OCDE的面积分别记为 S_1，S_2，S_3，则 S_1：S_2：S_3=________________.
解析：(1)在抛物线解析式中令y=0，容易求得A点坐标，再根据顶点式，可求得M点坐标；(2)由条件可证明四边形OCFE为平行四边形，可求得EF的点，可求得F点坐标，可得出BE的长，再利用平行线的性质可求得BD的长；
(3)①由条件可求得F点坐标，可求得直线MF的解析式，把A点坐标代入其解析式可判断出A点在直线MF上；②由点的坐标结合勾股定理求得OE、GE、CD、DM、MF的长，再结合面积公式可分别表示出 S_1，S_2，S_3，可求得答案.
答案：(1)令y=0，则 $-x^2+6x=0$，解得x=0或x=6，∴A点坐标为(6，0)，
又∵$y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$，∴M点坐标为(3，9)；
(2)∵OE∥CF，OC∥EF，∴四边形OCFE为平行四边形，且C(2，0)，∴EF=OC=2，
又B(3，0)，∴OB=3，BC=1，∴F点的横坐标为5，
∵点F落在抛物线 $y=-x^2+6x$ 上，∴F点的坐标为(5，5)，∴BE=5，
∵OE∥CF，∴ $\frac{BD}{BE}=\frac{BC}{OB}$，即 $\frac{BD}{5}=\frac{1}{3}$，∴BD=$\frac{5}{3}$；
(3)①当BD=1时，由(2)可知BE=3BD=3，∴F(5，3)，
设直线MF解析式为y=kx+b，
把M、F两点坐标代入可得 $\begin{cases}9=3k+b,\\3=5k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-3,\\b=18,\end{cases}$ ∴直线MF解析式为y=-3x+18，
∵当x=6时，y=-3×6+18=0，∴点A落在直线MF上.
②如图所示，



∵E(3，3)，∴直线 OE 解析式为 y=x，

联立直线 OE 和直线 MF 解析式可得$\begin{cases} y=x, \\ y=-3x+18, \end{cases}$解得$\begin{cases} x=\dfrac{9}{2}, \\ y=\dfrac{9}{2}, \end{cases}$∴G($\dfrac{9}{2}$，$\dfrac{9}{2}$)，

∴OG=$\sqrt{\left(\dfrac{9}{2}\right)^2+\left(\dfrac{9}{2}\right)^2}=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$，OE=CF=3$\sqrt{2}$，∴EG=OG−OE=$\dfrac{9\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

∵$\dfrac{CD}{OE}=\dfrac{1}{3}$，∴CD=$\dfrac{1}{3}$OE=2，

∵P 为 CF 中点，∴PF= $\dfrac{1}{2}$CF=$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，∴DP=CF−CD−PF=3$\sqrt{2}-\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∵OG∥CF，∴可设 OG 和 CF 之间的距离为 h，∴$S_{\triangle FPG}=\dfrac{1}{2}$PF • h=$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$h=$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$h，

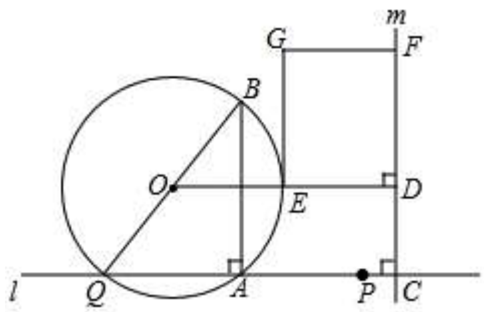
$S_{四边形DEGP}=\dfrac{1}{2}$(EG+DP)h=$\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2})$h=$\sqrt{2}$h，

$S_{四边形OCDE}=\dfrac{1}{2}$(OE+CD)h=$\dfrac{1}{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{2})$h=2$\sqrt{2}$h，

∴S_1，S_2，S_3=$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$h：$\sqrt{2}$h：2$\sqrt{2}$h=3：4：8.

故答案为：3：4：8.

24.如图，点 A 和动点 P 在直线 l 上，点 P 关于点 A 的对称点为 Q，以 AQ 为边作 Rt△ABQ，使∠BAQ=90°，AQ：AB=3：4，作△ABQ 的外接圆 O.点 C 在点 P 右侧，PC=4，过点 C 作直线 m⊥l，过点 O 作 OD⊥m 于点 D，交 AB 右侧的圆弧于点 E.在射线 CD 上取点 F，使 DF=$\dfrac{3}{2}$CD，以 DE，DF 为邻边作矩形 DEGF.设 AQ=3x.



(1)用关于 x 的代数式表示 BQ，DF.

(2)当点 P 在点 A 右侧时，若矩形 DEGF 的面积等于 90，求 AP 的长.

(3)在点 P 的整个运动过程中，

①当 AP 为何值时，矩形 DEGF 是正方形？

②作直线 BG 交⊙O 于点 N，若 BN 的弦心距为 1，求 AP 的长(直接写出答案).

解析：(1)由 AQ：AB=3：4，AQ=3x，易得 AB=4x，由勾股定理得 BQ，再由中位线的性质得 AH=BH=$\frac{1}{2}$AB，求得 CD，FD；

(2)利用(1)的结论，易得 CQ 的长，作 OM⊥AQ 于点 M(如图 1)，则 OM∥AB，由垂径定理得 QM=AM=$\frac{3}{2}$x，由矩形性质得 OD=MC，利用矩形面积，求得 x，得出结论；

(3)①点 P 在 A 点的右侧时(如图 1)，利用(1)(2)的结论和正方形的性质得 2x+4=3x，得 AP；点 P 在 A 点的左侧时，当点 C 在 Q 右侧，$0<x<\frac{4}{7}$时(如图 2)，4-7x=3x，解得 x，易得 AP；当$\frac{4}{7}\leqslant x<\frac{2}{3}$时(如图 3)，7-4x=3x，得 AP；当点 C 在 Q 的左侧时，即 $x\geqslant\frac{2}{3}$(如图 4)，同理得 AP；

②连接 NQ，由点 O 到 BN 的弦心距为 1，得 NQ=2，当点 N 在 AB 的左侧时(如图 5)，过点 B 作 BM⊥EG 于点 M，GM=x，BM=x，易得∠GBM=45°，BM∥AQ，易得 AI=AB，求得 IQ，由 NQ 得 AP；当点 N 在 AB 的右侧时(如图 6)，过点 B 作 BJ⊥GE 于点 J，由 GJ=x，BJ=4x 得 tan∠GBJ=$\frac{1}{4}$，利用(1)(2)中结论得 AI=16x，QI=19x，解得 x，得 AP.

答案：(1)在 Rt△ABQ 中，

∵AQ：AB=3：4，AQ=3x，∴AB=4x，∴BQ=5x，

∵OD⊥m，m⊥l，∴OD∥l，

∵OB=OQ，∴AH=BH=$\frac{1}{2}$AB=2x，∴CD=2x，∴FD=$\frac{3}{2}$CD=3x.

(2)∵AP=AQ=3x，PC=4，∴CQ=6x+4，作 OM⊥AQ 于点 M(如图 1)，

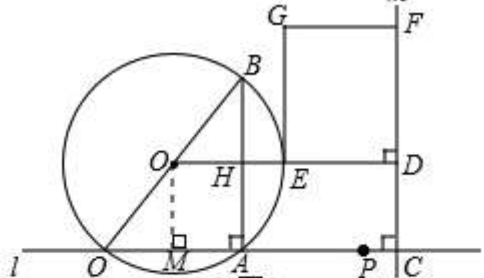


图1

∴OM∥AB，

∵⊙O是△ABQ的外接圆，∠BAQ=90°，∴点O是BQ的中点，

∴QM=AM=$\frac{3}{2}$x∴OD=MC=$\frac{9}{2}$x+4，∴OE=$\frac{1}{2}$BQ=$\frac{5}{2}$x，∴ED=2x+4，

$S_{矩形DEGF}$=DF•DE=3x(2x+4)=90，解得：x_1=-5(舍去)，x_2=3，∴AP=3x=9.

(3)①若矩形DEGF是正方形，则ED=DF，

I.点P在A点的右侧时(如图1)，

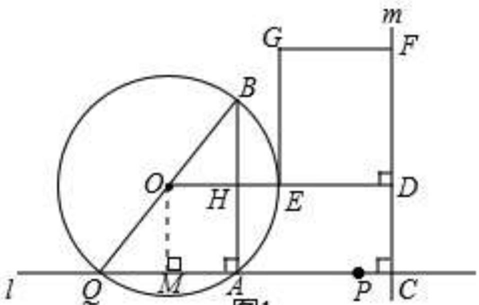


图1

∴2x+4=3x，解得：x=4，∴AP=3x=12；

II.点P在A点的左侧时，

当点C在Q右侧，0＜x＜$\frac{4}{7}$时(如图2)，

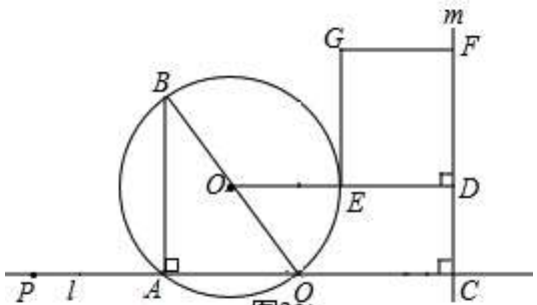


图2

∵ED=4-7x，DF=3x，∴4-7x=3x，解得：x=$\frac{2}{5}$，∴AP=$\frac{6}{5}$；

当$\frac{4}{7}$≤x＜$\frac{2}{3}$时(如图3)，

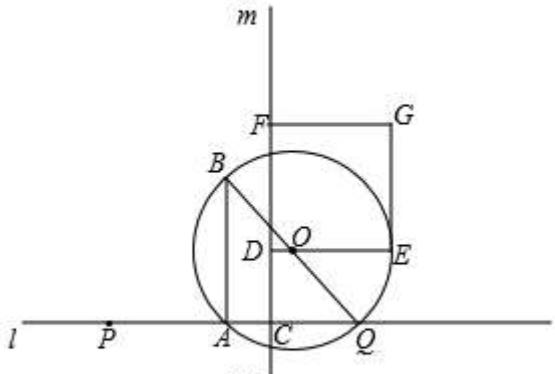


图3

∵ED=7-4x，DF=3x，∴7-4x=3x，解得：x=1(舍去)，

当点 C 在 Q 的左侧时，即 $x \geqslant \frac{2}{3}$(如图 4)，

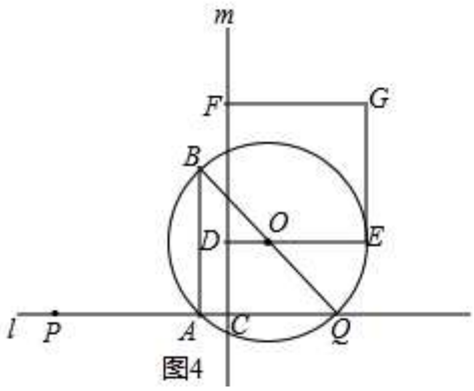


图4

DE=7x-4，DF=3x，∴7x-4=3x，解得：x=1，∴AP=3，

综上所述：当 AP 为 12 或 $\frac{6}{5}$ 或 3 时，矩形 DEGF 是正方形；

②连接 NQ，由点 O 到 BN 的弦心距为 1，得 NQ=2，

当点 N 在 AB 的左侧时(如图 5)，过点 B 作 BM⊥EG 于点 M，

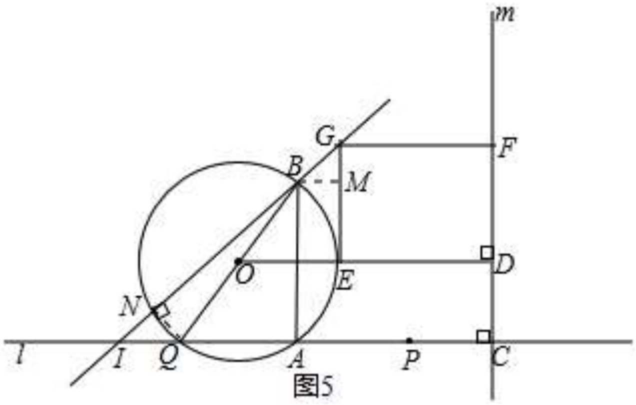


图5

∵GM=x，BM=x，∴∠GBM=45°，∴BM∥AQ，∴AI=AB=4x，∴IQ=x，

∴$NQ=\frac{x}{\sqrt{2}}=2$，∴$x=2\sqrt{2}$，∴$AP=6\sqrt{2}$；

当点 N 在 AB 的右侧时(如图 6)，过点 B 作 BJ⊥GE 于点 J，

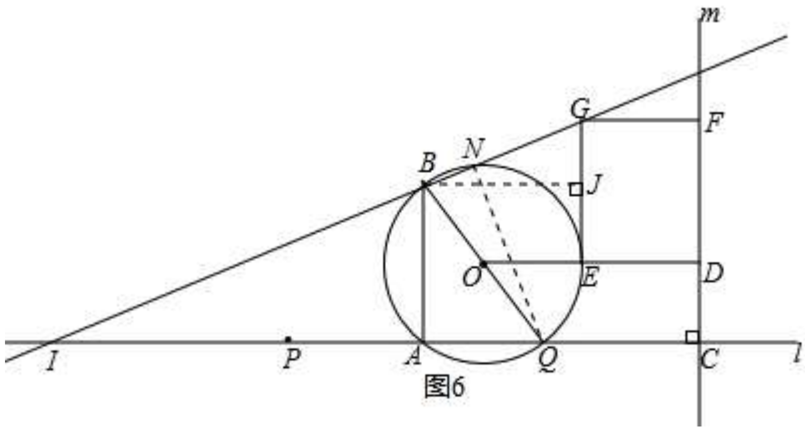


图6

∵GJ=x，BJ=4x，∴tan∠GBJ=$\dfrac{1}{4}$，∴AI=16x，∴QI=19x，

∴NQ=$\dfrac{19x}{\sqrt{17}}$=2，∴x=$\dfrac{2\sqrt{17}}{19}$，∴AP=$\dfrac{6\sqrt{17}}{19}$，

综上所述：AP 的长为 $6\sqrt{2}$ 或 $\dfrac{6\sqrt{17}}{19}$．