2018年江苏省苏州市吴中区中考一模数学

一、选择题(本题共10小题，每小题3分，共30分)

1. -5的倒数是(　)

A. $-\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

C. -5

D. 5

解析：根据倒数的定义进行解答即可.

∵(-5)×($-\frac{1}{5}$)=1，

∴-5的倒数是$-\frac{1}{5}$.

答案：A

2. 数据99500用科学记数法表示为(　)

A. 0.995×10^5

B. 9.95×10^5

C. 9.95×10^4

D. 9.5×10^4

解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数.

99500用科学记数法表示为9.95×10^4.

答案：C

3. 下列运算正确的是(　)

A. $-a\cdot a^3=a^3$

B. $-(a^2)^2=a^4$

C. $x-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}$

D. $\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)=-1$

解析：利用同底数的幂的乘法法则、幂的乘方、合并同类项法则，以及平方差公式即可判断.

A、$-a\cdot a^3=-a^4$，故选项错误；

B、$-(a^2)^2=-a^4$，选项错误；

C、$x-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}$，选项错误；

D、$\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2=3-4=-1$，选项正确.

答案：D

4.一次数学测试后，某班 50 名学生的成绩被分为 5 组，第 1～4 组的频数分别为 12、10、15、8，则第 5 组的频率是( )

A.0.1

B.0.2

C.0.3

D.0.4

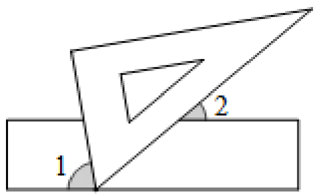
解析：根据第 1～4 组的频数，求出第 5 组的频数，即可确定出其频率.

根据题意得：50-(12+10+15+8)=50-45=5，

则第 5 组的频率为 5÷50=0.1.

答案：A

5.如图，现将一块三角板的含有 60° 角的顶点放在直尺的一边上，若∠1=2∠2，那么∠1 的度数为( )



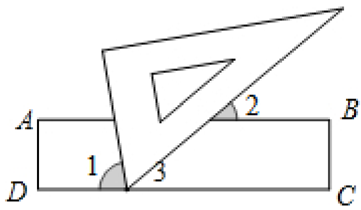
A.50°

B.60°

C.70°

D.80°

解析：先根据两直线平行的性质得到∠3=∠2，再根据平角的定义列方程即可得解.



∵AB∥CD，

∴∠3=∠2，

∵∠1=2∠2，

∴∠1=2∠3，

∴3∠3+60°=180°，

∴∠3=40°，

∴∠1=2×40°=80°.

答案：D

6.已知点 A(-2，y_1)、B(-3，y_2)都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)的图象上，则 y_1、y_2的大小关系为( )

A. $y_1>y_2$
B. $y_1<y_2$
C. $y_1=y_2$
D.无法确定

解析：依据 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)，可得此函数在每个象限内，y 随 x 的增大而减小，根据反比例函数的性质可以判断 y_1 与 y_2 的大小关系.

解：∵ $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)，

∴此函数在每个象限内，y 随 x 的增大而减小，

∵点 A(-2，y_1)、B(-3，y_2)都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)的图象上，-2＞-3，

∴$y_1<y_2$.

答案：B

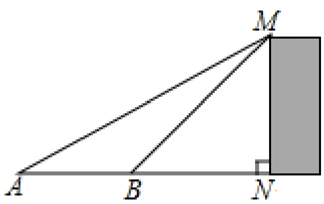
7.上体育课时，小明 5 次投掷实心球的成绩如下表所示，则这组数据的众数与中位数分别是(　)

	1	2	3	4	5
成绩（m）	8.2	8.0	8.2	7.5	7.8

A.8.2，8.2
B.8.0，8.2
C.8.2，7.8
D.8.2，8.0

解析：按从小到大的顺序排列小明 5 次投球的成绩：
7.5，7.8，8.0，8.2，8.2.
其中 8.2 出现 2 次，出现次数最多，8.0 排在第三，
∴这组数据的众数与中位数分别是：8.2，8.0.
答案：D

8.如图，为了测量某建筑物 MN 的高度，在平地上 A 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 30°，向 N 点方向前进 16m 到达 B 处，在 B 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 45°，则建筑物 MN 的高度等于(　)



A. $8(\sqrt{3}+1)$m

B. $8(\sqrt{3}-1)$m

C. $16(\sqrt{3}+1)$m

D. $16(\sqrt{3}-1)$m

解析：设 MN=xm，
在 Rt△BMN 中，∵∠MBN=45°，
∴BN=MN=x，
在 Rt△AMN 中，tan∠MAN=$\frac{MN}{AN}$，

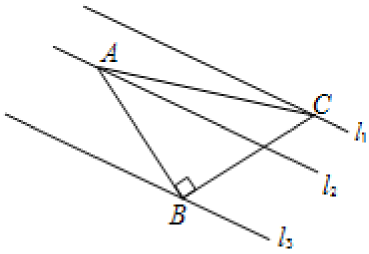
∴$\tan30° = \frac{x}{16+x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$，

解得：$x=8(\sqrt{3}+1)$，

则建筑物 MN 的高度等于 $8(\sqrt{3}+1)$m.

答案：A

9. 如图，△ABC 中，∠ABC=90°，AB=BC，三角形的顶点在相互平行的三条直线 l_1，l_2，l_3 上，且 l_1，l_2 之间的距离为 2，l_2，l_3 之间的距离为 3，则 AC 的长是( )



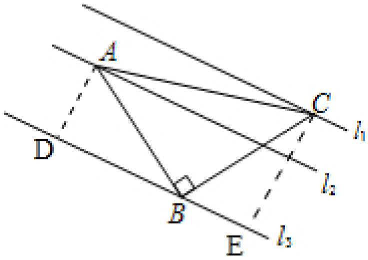
A. $2\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{17}$

C. $4\sqrt{2}$

D. $3\sqrt{7}$

解析：过 A、C 点作 l_3 的垂线构造出直角三角形，根据三角形全等和勾股定理求出 BC 的长，再利用勾股定理即可求出.
作 AD⊥直线 l_3 于 D，作 CE⊥直线 l_3 于 E，



∵∠ABC=90°，

∴∠ABD+∠CBE=90°

又∠DAB+∠ABD=90°

∴∠BAD=∠CBE，

在△ABD和△BCE中

$$\begin{cases}\angle BAD=\angle CBE\\ AB=BC\\ \angle ADB=\angle BEC\end{cases},$$

∴△ABD≌△BCE

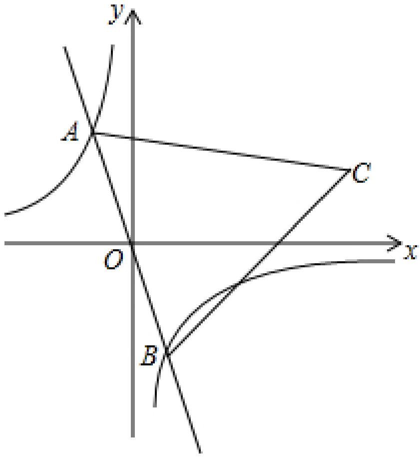
∴BE=AD=3

在Rt△BCE中，根据勾股定理，得$BC=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$，

在Rt△ABC中，根据勾股定理，得$AC=\sqrt{34\times 2}=2\sqrt{17}$.

答案：B

10.如图，在反比例函数$y=-\dfrac{2}{x}$的图象上有一动点A，连接AO并延长交图象的另一支于点B，在第一象限内有一点C，满足AC=BC，当点A运动时，点C始终在函数$y=\dfrac{k}{x}$的图象上运动.若tan∠CAB=2，则k的值为(　)

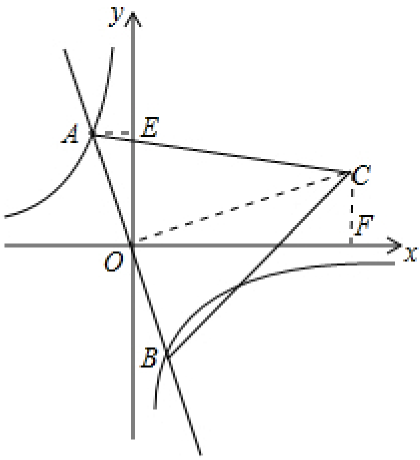


A.2

B.4

C.6

D.8
解析：连接OC，过点A作AE⊥y轴于点E，过点C作CF⊥x轴于点F，如图所示.



由直线AB与反比例函数$y=-\frac{2}{x}$的对称性可知A、B点关于O点对称，

∴AO=BO.

又∵AC=BC，

∴CO⊥AB.

∵∠AOE+∠EOC=90°，∠EOC+∠COF=90°，

∴∠AOE=∠COF，

又∵∠AEO=90°，∠CFO=90°，

∴△AOE∽△COF，

∴$\frac{AE}{CF}=\frac{OE}{OF}=\frac{AO}{CO}$.

∵tan∠CAB=$\frac{OC}{AO}$=2，

∴CF=2AE，OF=2OE.

又∵AE·OE=|-2|=2，CF·OF=|k|，

∴k=±8.

∵点C在第一象限，

∴k=8.

答案：D

二、填空题(本题共8小题，每小题3分，共24分)

11.分解因式：a^2-4a+4=_____.

解析：根据完全平方公式的特点：两项平方项的符号相同，另一项是两底数积的2倍，本题可用完全平方公式分解因式.

a^2-4a+4=$(a-2)^2$.

答案：$(a-2)^2$

12.一组数据1，2，a，4，5的平均数是3，则这组数据的方差为_____.

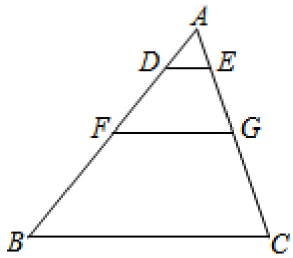
解析：根据平均数的定义先求出a的值，再根据方差公式进行计算即可.

∵数据 1，2，a，4，5 的平均数是 3，
∴(1+2+a+4+5)÷5=3，
∴a=3，
∴这组数据的方差为$\frac{1}{5}$[(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2]=2.
答案：2

13.若一个多边形的内角和比外角和大 360°，则这个多边形的边数为_____.
解析：根据多边形的内角和公式(n-2)•180°，外角和等于 360°列出方程求解即可.
设多边形的边数是 n，
根据题意得，(n-2)•180°-360°=360°，
解得 n=6.
答案：6

14.有一个正六面体，六个面上分别写有 1～6 这 6 个整数，投掷这个正六面体一次，向上一面的数字是 2 的倍数或 3 的倍数的概率是_____.
解析：让向上一面的数字是 2 的倍数或 3 的倍数的情况数除以总情况数即为所求的概率.
投掷这个正六面体一次，向上的一面有 6 种情况，
向上一面的数字是 2 的倍数或 3 的倍数的有 2、3、4、6 共 4 种情况，故其概率是$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.
答案：$\frac{2}{3}$

15.如图，△ABC 中，DE∥FG∥BC，AD：DF：FB=2：3：4，若 EG=4，则 AC=_____.

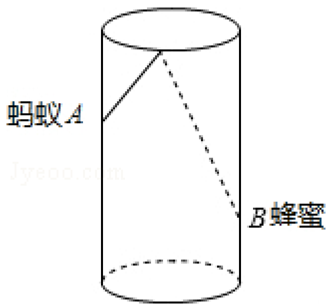


解析：根据平行线分线段成比例定理列出比例式，分别求出 AE、GC 的长，计算即可.
∵DE∥FG∥BC，
∴AE：EG：GC=AD：DF：FB=2：3：4，
∵EG=4，∴AE=$\frac{8}{3}$，GC=$\frac{16}{3}$，
∴AC=AE+EG+GC=12.
答案：12

16.如果关于 x 的一元二次方程 $k^2x^2-(2k+1)x+1=0$ 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是_____.
解析：根据一元二次方程的定义和根的判别式的意义得到 $k^2\neq0$ 且$\triangle=(2k+1)^2-4k^2>0$，
解得 $k>-\frac{1}{4}$ 且 $k\neq0$.

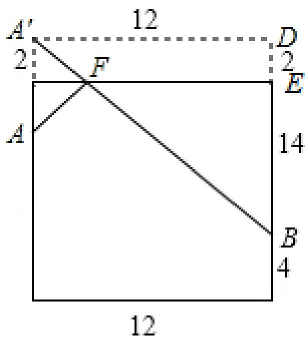
答案：k＞$-\frac{1}{4}$且 k≠0

17.如图，圆柱形容器高为 18cm，底面周长为 24cm，在杯内壁离杯底 4cm 的点 B 处有一滴蜂蜜，此时一只蚂蚁正好在杯外壁，离杯上沿 2cm 与蜂蜜相对的点 A 处，则蚂蚁从外壁 A 处到达内壁 B 处的最短距离为_____.



解析：将杯子侧面展开，作 A 关于 EF 的对称点 A′，根据两点之间线段最短可知 A′B 的长度即为所求.

如图，将杯子侧面展开，作 A 关于 EF 的对称点 A′，连接 A′B，

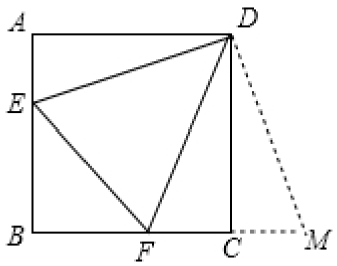


则 A′B 即为最短距离，

在直角△A′DB 中，由勾股定理得 $A'B=\sqrt{A'D^2+DB^2}=\sqrt{12^2+16^2}=20$（cm）.

答案：20

18.如图，已知正方形 ABCD 的边长为 3，E、F 分别是 AB、BC 边上的点，且∠EDF=45°，将△DAE 绕点 D 逆时针旋转 90°，得到△DCM.若 AE=1，则 FM 的长为_____.



解析：∵△DAE 逆时针旋转 90°得到△DCM，

∴∠FCM=∠FCD+∠DCM=180°，

∴F、C、M 三点共线，

∴DE=DM，∠EDM=90°，

∴∠EDF+∠FDM=90°，
∵∠EDF=45°，
∴∠FDM=∠EDF=45°，
在△DEF 和△DMF 中，

$$\begin{cases} DE = DM \\ \angle EDF = \angle FDM \\ DF = DF \end{cases},$$

∴△DEF≌△DMF(SAS)，
∴EF=MF，
设 EF=MF=x，
∵AE=CM=1，且 BC=3，
∴BM=BC+CM=3+1=4，
∴BF=BM-MF=BM-EF=4-x，
∵EB=AB-AE=3-1=2，
在 Rt△EBF 中，由勾股定理得 $EB^2+BF^2=EF^2$，
即 $2^2+(4-x)^2=x^2$，
解得：$x=\frac{5}{2}$，
∴$FM=\frac{5}{2}$.
答案：$\frac{5}{2}$

三、解答题：(本题共 10 小题，共 76 分)

19.计算：

(1) $2^{-2}+\sqrt{8}-\frac{1}{2}\sin 30°$.
解析：(1)先计算负整数指数幂、化简二次根式，代入三角函数值计算，再计算加减可得.
答案：(1)原式 $=\frac{1}{4}+2\sqrt{2}-\frac{1}{4}=2\sqrt{2}$.

(2) $\left(1+\frac{1}{x-1}\right)\div\frac{x}{x^2-1}$.
解析：(2)先计算括号内的加法、将除法转化为乘法，再约分即可得.
答案：(2)原式 $=\frac{x}{x-1}\times\frac{(x+1)(x-1)}{x}=x+1$.

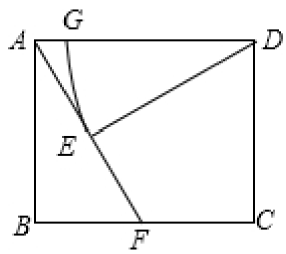
20.计算.

(1)解方程：$x^2-6x+4=0$.
解析：(1)根据一元二次方程的解法即可求出答案.
答案：(1)△=36-16=20，

$$\therefore x=\frac{6\pm\sqrt{20}}{2}=3\pm\sqrt{5}.$$

(2)解不等式组$\begin{cases}3x+1<2(x+2)\\ -\frac{x}{3}\le\frac{5x}{3}+2\end{cases}$.
解析：(2)根据不等式组的解法即可求出答案.
答案：(2)$\begin{cases}3x+1<2(x+2)①\\ -\frac{x}{3}\le\frac{5x}{3}+2②\end{cases}$，
由①得：$x<3$，
由②得：$x\geqslant-1$，
∴$-1\leqslant x<3$.

21.如图，在矩形 ABCD 中，点 F 在边 BC 上，且 AF=AD，过点 D 作 DE⊥AF，垂足为点 E.



(1)求证：DE=AB.
解析：(1)由矩形的性质得出∠B=∠C=90°，AB=DC，BC=AD，AD∥BC，得出∠EAD=∠AFB，由 AAS 证明△ADE≌△FAB，得出对应边相等即可.
答案：(1)证明：∵四边形 ABCD 是矩形，
∴∠B=∠C=90°，AB=DC，BC=AD，AD∥BC，
∴∠EAD=∠AFB，
∵DE⊥AF，
∴∠AED=90°，
在△ADE 和△FAB 中，

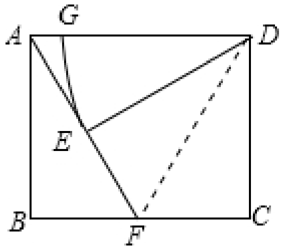
$$\begin{cases}\angle AED=\angle B=90^\circ\\ \angle EAD=\angle AFB\\ AD=AF\end{cases}，$$

∴△ADE≌△FAB(AAS)，
∴DE=AB.

(2)以 D 为圆心，DE 为半径作圆弧交 AD 于点 G，若 BF=FC=1，试求$\overset{\frown}{EG}$ 的长.

解析：(2)连接 DF，先证明△DCF≌△ABF，得出 DF=AF，再证明△ADF 是等边三角形，得出∠DAE=60°，∠ADE=30°，由 AE=BF=1，根据三角函数得出 DE，由弧长公式即可求出$\overset{\frown}{EG}$ 的长.

答案：(2)连接 DF，如图所示：



在△DCF 和△ABF 中，

$$\begin{cases} DC = AB \\ \angle C = \angle BF \\ C = BF \end{cases},$$

∴△DCF≌△ABF(SAS)，

∴DF=AF，

∵AF=AD，

∴DF=AF=AD，

∴△ADF 是等边三角形，

∴∠DAE=60°，

∵DE⊥AF，

∴∠AED=90°，

∴∠ADE=30°，

∵△ADE≌△FAB，

∴AE=BF=1，

∴ $DE = \sqrt{3}AE = \sqrt{3}$，

∴ $\overset{\frown}{EG}$ 的长是 $\dfrac{30 \times \pi \times \sqrt{3}}{180} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}\pi$.

22.在一个不透明的布袋中装有三个小球，小球上分别标有数字-2、1、2，它们除了数字不同外，其它都完全相同.

(1)随机地从布袋中摸出一个小球，则摸出的球为标有数字 1 的小球的概率为______.

解析：(1)三个小球上分别标有数字-2、1、2，随机地从布袋中摸出一个小球，据此可得摸出的球为标有数字 1 的小球的概率.

答案：(1)三个小球上分别标有数字-2、1、2，随机地从布袋中摸出一个小球，则摸出的球

为标有数字 1 的小球的概率=$\frac{1}{3}$.

故答案为$\frac{1}{3}$.

(2)小红先从布袋中随机摸出一个小球，记下数字作为 k 的值，再把此球放回袋中搅匀，由小亮从布袋中随机摸出一个小球，记下数字作为 b 的值，请用树状图或表格列出 k、b 的所有可能的值，并求出直线 y=kx+b 不经过第四象限的概率.

解析：(2)先列表或画树状图，列出 k、b 的所有可能的值，进而得到直线 y=kx+b 不经过第四象限的概率.

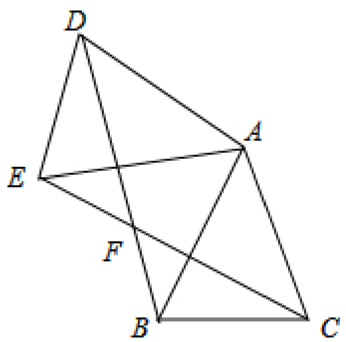
答案：(2)列表：

k \ b	-2	1	2
-2	(-2，-2)	(-2，1)	(-2，2)
1	(1，-2)	(1，1)	(1，2)
2	(2，-2)	(2，1)	(2，2)

共有 9 种等可能的结果数，其中符号条件的结果数为 4，

所以直线 y=kx+b 不经过第四象限的概率=$\frac{4}{9}$.

23.如图，已知△ABC 中，AB=AC，把△ABC 绕 A 点沿顺时针方向旋转得到△ADE，连接 BD，CE 交于点 F.



(1)求证：△AEC≌△ADB.

解析：(1)由旋转的性质得到三角形 ABC 与三角形 ADE 全等，以及 AB=AC，利用全等三角形对应边相等，对应角相等得到两对边相等，一对角相等，利用 SAS 得到三角形 AEC 与三角形 ADB 全等即可.

答案：(1)由旋转的性质得：△ABC≌△ADE，且 AB=AC，

∴AE=AD，AC=AB，∠BAC=∠DAE，

∴∠BAC+∠BAE=∠DAE+∠BAE，即∠CAE=∠DAB，

在△AEC 和△ADB 中，

$$\begin{cases} AE = AD \\ \angle CAE = \angle DAB \\ AC = AB \end{cases},$$

∴△AEC≌△ADB(SAS).

(2)若 AB=2，∠BAC=45°，当四边形 ADFC 是菱形时，求 BF 的长.

解析：(2)根据∠BAC=45°，四边形 ADFC 是菱形，得到∠DBA=∠BAC=45°，再由 AB=AD，得到三角形 ABD 为等腰直角三角形，求出 BD 的长，由 BD-DF 求出 BF 的长即可.

答案：(2)∵四边形 ADFC 是菱形，且∠BAC=45°，

∴∠DBA=∠BAC=45°，

由(1)得：AB=AD，

∴∠DBA=∠BDA=45°，

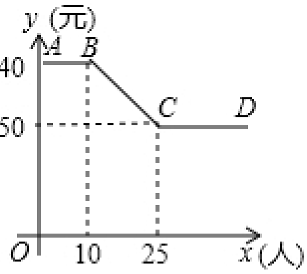
∴△ABD 为直角边为 2 的等腰直角三角形，

∴$BD^2=2AB^2$，即 BD=$2\sqrt{2}$，

∴AD=DF=FC=AC=AB=2，

∴BF=BD-DF=$2\sqrt{2}-2$.

24.某公司组织员工到附近的景点旅游，根据旅行社提供的收费方案，绘制了如图所示的图象，图中折线 ABCD 表示人均收费 y(元)与参加旅游的人数 x(人)之间的函数关系.



(1)当参加旅游的人数不超过 10 人时，人均收费为_____元.

解析：(1)观察图象可知：当参加旅游的人数不超过 10 人时，人均收费为 240 元.

答案：(1)240

(2)如果该公司支付给旅行社 3600 元，那么参加这次旅游的人数是多少？

解析：(2)首先判断收费标准在 BC 段，求出直线 BC 的解析式，列出方程即可解决问题.

答案：(2)∵3600÷240=15，3600÷150=24，

∴收费标准在 BC 段，

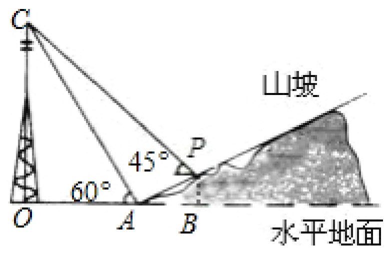
设直线 BC 的解析式为 y=kx+b，

则有$\begin{cases} 10k+b=240 \\ 25k+b=150 \end{cases}$，

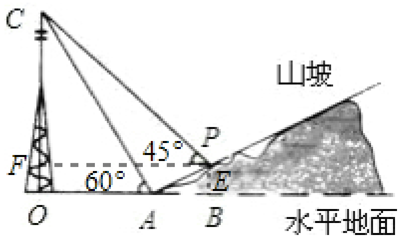
解得$\begin{cases} k=-6 \\ b=300 \end{cases}$，

∴y=-6x+300，
由题意(-6x+300)x=3600，
解得 x=20 或 30(舍弃)，
答：参加这次旅游的人数是 20 人.

25.如图，某人在山坡坡脚 A 处测得电视塔尖点 C 的仰角为 60°，沿山坡向上走到 P 处再测得点 C 的仰角为 45°，已知 OA=100 米，山坡坡度=1：2，且 O、A、B 在同一条直线上.求电视塔 OC 的高度以及此人所在位置 P 的铅直高度 PB.(测倾器高度忽略不计，结果保留根号形式)



解析：在图中共有三个直角三角形，即 Rt△AOC、Rt△PCF、Rt△PAE，利用 60°、45°以及坡度比，分别求出 CO、CF、PE，然后根据三者之间的关系，列方程求解即可解决.
答案：作 PE⊥OB 于点 E，过点 P 作 PF⊥OC，垂足为 F.



在 Rt△OAC 中，由∠OAC=60°，OA=100，得 OC=OA•tan∠OAC=100$\sqrt{3}$(米)，

过点 P 作 PB⊥OA，垂足为 B，
由 i=1：2，设 PB=x，则 AB=2x，

∴PF=OB=100+2x，CF=100$\sqrt{3}$-x，

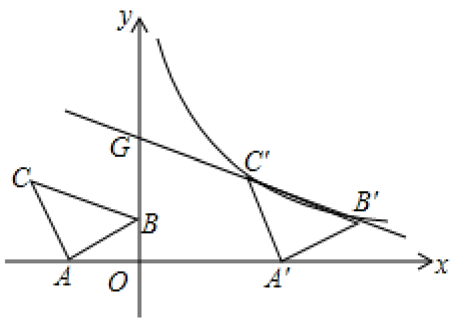
在 Rt△PCF 中，由∠CPF=45°，

∴PF=CF，即 100+2x=100$\sqrt{3}$-x，

解得 $x=\dfrac{100\sqrt{3}-100}{3}$，

即 $PB=\dfrac{100\sqrt{3}-100}{3}$米.

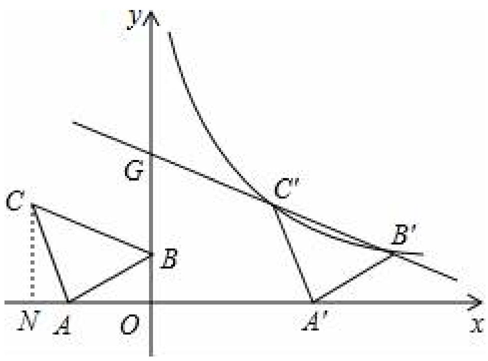
26.如图，在平面直角坐标系中有 Rt△ABC，∠A=90°，AB=AC，A(-2，0)，B(0，1).



(1)求点C的坐标.

解析：(1)作辅助线，构建全等三角形，证明Rt△CAN≌Rt△AOB，可得AN=BO=1，CN=AO=2，NO=NA+AO=3，可得C的坐标.

答案：(1)作CN⊥x轴于点N，



∵A(-2，0)B(0，1)，

∴OB=1，AO=2，

在Rt△CAN和Rt△AOB，

$$\begin{cases}\angle ACN=\angle OAB\\ \angle ANC=\angle AOB=90^\circ\\ AC=AB\end{cases}，$$

∴Rt△CAN≌Rt△AOB(AAS)，

∴AN=BO=1，CN=AO=2，NO=NA+AO=3，

又∵点C在第二象限，

∴C(-3，2).

(2)将△ABC沿x轴的正方向平移，在第一象限内B、C两点的对应点B′、C′正好落在某反比例函数图象上.请求出这个反比例函数和此时的直线B′C′的解析式.

解析：(2)根据平移c个单位，表示C′(-3+c，2)，则B′(c，1)代入反比例函数的解析式中列方程：得-6+2c=c，解得c的值，可得解析式为$y_1=\dfrac{6}{x}$，再利用待定系数法求一次函数的解析式.

答案：(2)设△ABC沿x轴的正方向平移c个单位，则C′(-3+c，2)，则B′(c，1)，

设这个反比例函数的解析式为：$y_1=\dfrac{k}{x}$，

又点C′和B′在该比例函数图象上，把点C′和B′的坐标分别代入$y_1=\frac{k}{x}$，得-6+2c=c，

解得c=6，即反比例函数解析式为$y_1=\frac{6}{x}$，

此时C′(3，2)，B′(6，1)，设直线B′C′的解析式$y_2=mx+n$，

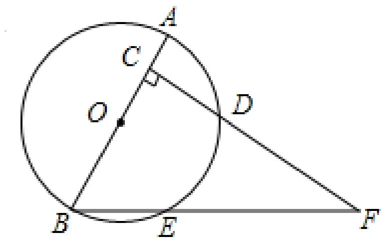
∵$\begin{cases}3m+n=2\\6m+n=1\end{cases}$，

∴$\begin{cases}m=-\frac{1}{3}\\n=3\end{cases}$，

∴直线C′B′的解析式为$y_2=-\frac{1}{3}x+3$.

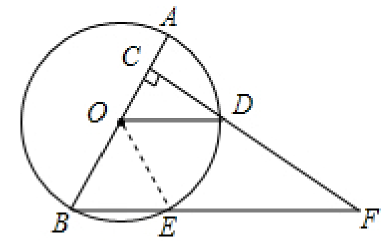
(3)若把上一问中的反比例函数记为y_1，点B′，C′所在的直线记为y_2，请直接写出在第一象限内当$y_1<y_2$时x的取值范围.
解析：(3)根据图象中交点C′和B′的坐标可得x的取值.
答案：(3)由图象可知反比例函数y_1和此时的直线B′C′的交点为C′(3，2)，B′(6，1)，
∴若$y_1<y_2$时，则$3<x<6$.

27.如图，已知AB是⊙O的直径，且AB=4，点C在半径OA上(点C与点O、点A不重合)，过点C作AB的垂线交⊙O于点D.连接OD，过点B作OD的平行线交⊙O于点E，交CD的延长线于点F.



(1)若点E是$\overset{\frown}{BD}$的中点，求∠F的度数.

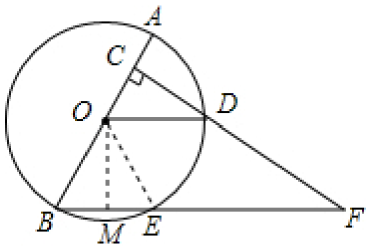
解析：(1)首先连接OE，由$\overset{\frown}{ED}=\overset{\frown}{BE}$，OD∥BF，易得∠OBE=∠OEB=∠BOE=60°，又由CF⊥AB，即可求得∠F的度数.
答案：(1)连接OE，如图所示：



∵ $\overset{\frown}{ED}=\overset{\frown}{BE}$，

∴∠BOE=∠EOD，
∵OD∥BF，
∴∠DOE=∠BEO，
∵OB=OE，
∴∠OBE=∠OEB，
∴∠OBE=∠OEB=∠BOE=60°，
∵CF⊥AB，
∴∠FCB=90°，
∴∠F=30°.

(2)求证：BE=2OC.
解析：(2)连接 OE，过 O 作 OM⊥BE 于 M，由等腰三角形的性质得到 BE=2BM，根据平行线的性质得到∠COD=∠B，根据全等三角形的性质得到 BM=OC，等量代换即可得到结论.
答案：(2)过 O 作 OM⊥BE 于 M，如图所示：



∵OB=OE，
∴BE=2BM，
∵OD∥BF，
∴∠COD=∠B，
在△OBM 与△ODC 中，

$$\begin{cases}\angle OCD=\angle OMB=90^\circ \\ \angle COD=\angle B \\ OD=OM\end{cases}，$$

∴△OBM≌△ODC，
∴BM=OC，
∴BE=2OC.

(3)设 AC=x，则当 x 为何值时 BE•EF 的值最大？最大值是多少？
解析：(3)根据相似三角形的性质得到 $\frac{OC}{BC}=\frac{OD}{BF}$，求得 $BF=\frac{8-2x}{2-x}$，于是得到 $EF=BF-BE=\frac{-2x^2+6x}{2-x}$，推出 $BE\cdot EF=-4x^2+12x=-4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+9$，即可得到结论.
答案：(3)∵OD∥BF，

∴△COD∽△CBF，

∴ $\dfrac{OC}{BC}=\dfrac{OD}{BF}$，

∵AC=x，AB=4，

∴OA=OB=OD=2，

∴OC=2-x，BE=2OC=4-2x，

∴ $\dfrac{2-x}{4-x}=\dfrac{2}{BF}$，

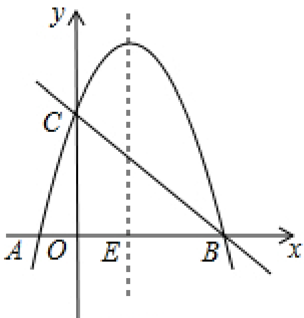
∴ $BF=\dfrac{8-2x}{2-x}$，

∴ $EF=BF-BE=\dfrac{-2x^2+6x}{2-x}$，

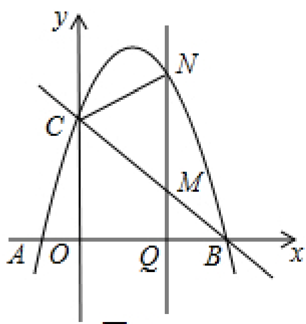
∴ $BE\cdot EF=\dfrac{-2x^2+6x}{2-x}\cdot 2\left(2-x\right)=-4x^2+12x=-4\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+9$，

∴当 x=$\dfrac{3}{2}$时，最大值=9.

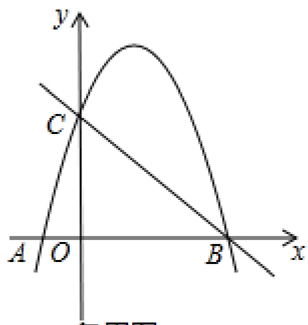
28.如图①已知抛物线 y=ax^2-3ax-4a(a＜0)的图象与 x 轴交于 A、B 两点(A 在 B 的左侧)，与 y 的正半轴交于点 C，连结 BC，二次函数的对称轴与 x 轴的交点 E.



图①



图②



备用图

(1)抛物线的对称轴与 x 轴的交点 E 坐标为______，点 A 的坐标为______.

解析：(1)根据对称轴公式可以求出点 E 坐标，设 y=0，解方程即可求出点 A 坐标.

答案：(1)∵对称轴 $x=-\dfrac{-3a}{2a}=\dfrac{3}{2}$，

∴点 E 坐标($\dfrac{3}{2}$，0)，

令 y=0，则有 ax^2-3ax-4a=0，

∴x=-1 或 4，

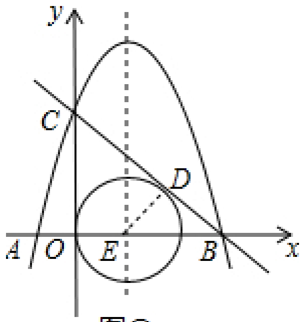
∴点 A 坐标(-1，0).

故答案分别为($\dfrac{3}{2}$，0)，(-1，0).

(2)若以 E 为圆心的圆与 y 轴和直线 BC 都相切，试求出抛物线的解析式.

解析：(2)如图①中，设⊙E 与直线 BC 相切于点 D，连接 DE，则 DE⊥BC，由 $\tan\angle OBC=\frac{DE}{BD}=\frac{OC}{OB}$，列出方程即可解决.

答案：(2)如图①中，设⊙E 与直线 BC 相切于点 D，连接 DE，则 DE⊥BC，



图①

∵DE=OE=$\frac{3}{2}$，EB=$\frac{5}{2}$，OC=-4a，

∴$DB=\sqrt{EB^2-DE^2}=\sqrt{2.5^2-1.5^2}=2$，

∵$\tan\angle OBC=\frac{DE}{BD}=\frac{OC}{OB}$，

∴$\frac{1.5}{2}=\frac{-4a}{3}$，

∴$a=-\frac{3}{4}$，

∴抛物线解析式为$y=-\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{4}x+3$.

(3)在(2)的条件下，如图②Q(m，0)是 x 的正半轴上一点，过点 Q 作 y 轴的平行线，与直线 BC 交于点 M，与抛物线交于点 N，连结 CN，将△CMN 沿 CN 翻折，M 的对应点为 M′.在图②中探究：是否存在点 Q，使得 M′恰好落在 y 轴上？若存在，请求出 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(3)分两种情形①当 N 在直线 BC 上方，②当 N 在直线 BC 下方，分别列出方程即可解决.

答案：(3)如图②中，由题意∠M′CN=∠NCB，

∵MN∥OM′，

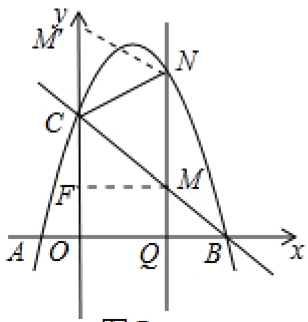
∴∠M′CN=∠CNM，

∴MN=CM，

∵直线 BC 解析式为$y=-\frac{3}{4}x+3$，

∴M(m，$-\frac{3}{4}m+3$)，N(m，$-\frac{3}{4}m^2+\frac{9}{4}m+3$)，

作 MF⊥OC 于 F，



图②

$\because \sin\angle BCO=\frac{FM}{MC}=\frac{BO}{BC}$,

$\therefore \frac{m}{CM}=\frac{4}{5}$,

$\therefore CM=\frac{5}{4}m$,

①当 N 在直线 BC 上方时，$\left(-\frac{3}{4}m^{2}+\frac{9}{4}m+3\right)-\left(-\frac{3}{4}m+3\right)=\frac{5}{4}m$,

解得：m=$\frac{7}{3}$或 0(舍弃)，

∴Q_1($\frac{7}{3}$，0).

②当 N 在直线 BC 下方时，$\left(-\frac{3}{4}m+3\right)-\left(-\frac{3}{4}m^{2}+\frac{9}{4}m+3\right)=\frac{5}{4}m$,

解得 m=$\frac{17}{3}$或 0(舍弃)，

∴Q_2($\frac{17}{3}$，0).

综上所述：点 Q 坐标为($\frac{7}{3}$，0)或($\frac{17}{3}$，0).