2018年广东省汕尾市陆丰市民声学校中考一模数学

一、单选题(每小题4分，共40分)

1.无理数$-\sqrt{5}$的绝对值是(　　)

A. $-\sqrt{5}$

B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

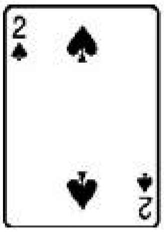
D. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

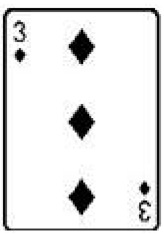
解析：无理数$-\sqrt{5}$的绝对值是$\sqrt{5}$.

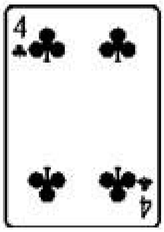
答案：B

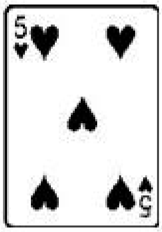
2.2010年4月20日晚，中央电视台承办《情系玉树，大爱无疆－－抗震救灾大型募捐活动特别节目》共募得善款21.75亿元.21.75亿元用科学记数法可表示为(　　)
A.21.75×10^{8}元
B.0.2175×10^{10}元
C.2.175×10^{10}元
D.2.175×10^{9}元
解析：21.75亿=21 7500 0000，
21 7500 0000=2.175×10^{9}.
答案：D

3.下列四张扑克牌的牌面，不是中心对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：根据中心对称图形的概念，知 A、B、C 都是中心对称图形；
D、旋转 180°后，中间的花色发生了变化，不是中心对称图形.
答案：D

4.已知 a＜b，则下列不等式中不正确的是(　　)
A.4a＜4b
B.a+4＜b+4
C.－4a＜－4b
D.a－4＜b－4
解析：A、不等式的两边都乘以一个正数，不等号的方向不变，故 A 正确；
B、不等式的两边都加或都减同一个整式，不等号的方向不变，故 B 正确；
C、不等式的两边都乘以同一个负数，不等号的方向改变，故 C 错误；
D、不等式的两边都加或都减同一个整式，不等号的方向不变，故 D 正确.
答案：C

5.在一次数学测验中，甲、乙、丙、丁四位同学的分数分别是 90、x、90、70，若这四个同学得分的众数与平均数恰好相等，则他们得分的中位数是(　　)
A.100
B.90
C.80
D.70
解析：①x=90 时，众数是 90，平均数=(90+90+90+70)÷4≠90，所以此情况不成立，即 x≠90；
②x=70 时，众数是 90 和 70，而平均数=80，所以此情况不成立，即 x≠70；
③x≠90 且 x≠70 时，众数是 90，根据题意得(90+x+90+70)÷4=90，解得 x=110.所以中位数是(90+90)÷2=90.
答案：B

6.在下列四个函数中，是正比例函数的是(　　)
A.y=2x+1
B.$y=2x^2+1$

C. $y=\dfrac{2}{x}$

D. y=2x

解析：根据正比例函数的定义，y=2x 是正比例函数，

答案：D

7.过点 C(－1，－1)和点 D(－1，5)作直线，则直线 CD(　　)

A.平行于 y 轴

B.平行于 x 轴

C.与 y 轴相交

D.无法确定

解析：因为点 C(－1，－1)和点 D(－1，5)，即 x=－1，

所以直线 CD 平行于 y 轴，

答案：A

8.在△ABC 中，∠C=90°，BC=2，$\sin A=\dfrac{2}{3}$，则边 AC 的长是(　　)

A. $\sqrt{5}$

B. 3

C. $\dfrac{4}{3}$

D. $\sqrt{13}$

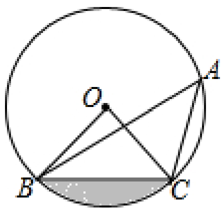
解析：∵$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{2}{3}$，BC=2，

∴AB=3.

∴$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

答案：A

9.如图，点 A、B、C 在⊙O 上，若∠BAC=45°，OB=2，则图中阴影部分的面积为(　　)



A. π－2

B. $\dfrac{2}{3}\pi-1$

C. π－4

D. $\dfrac{2}{3}\pi-2$

解析：∵∠BAC=45°，

∴∠BOC=90°，

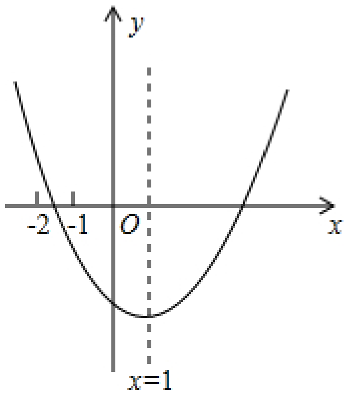
∴△OBC 是等腰直角三角形，

∵OB=2，

∴$S_{阴影}=S_{扇形OBC}-S_{\triangle OBC}=\frac{1}{4}\pi\times2^2-\frac{1}{2}\times2\times2=\pi-2$.

答案：A

10.已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象如图所示，现有下列结论：①$b^2-4ac>0$；②$a>0$；③$b>0$；　④$c>0$；　⑤$9a+3b+c<0$；　⑥$2a+b=0$，则其中结论正确的个数是(　　)



A.2 个

B.3 个

C.4 个

D.5 个

解析：①根据图示知，二次函数与 x 轴有两个交点，所以$\triangle=b^2-4ac>0$；故①正确；

②根据图示知，该函数图象的开口向上，

∴$a>0$；

故②正确；

③又对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=1$，

∴$\frac{b}{2a}<0$，

∴$b<0$；

故本选项错误；

④该函数图象交于 y 轴的负半轴，

∴$c<0$；

故本选项错误；

⑤根据抛物线的对称轴方程可知：$(-1,0)$关于对称轴的对称点是$(3,0)$；

当 $x=-1$ 时，$y<0$，所以当 $x=3$ 时，也有 $y<0$，即 $9a+3b+c<0$；故⑤正确；

⑥∵对称轴为直线 $x=1$，

∴$x=-\frac{b}{2a}=1$，即 $b=-2a$，

∴$2a+b=0$，选项⑥正确；.

所以①②⑤⑥四项正确.

答案：C

二、填空题(每小题 5 分，共 30 分)

11.分解因式：$x^2y-4xy+4y=$_____.

解析：$x^2y-4xy+4y$，

$=y(x^2-4x+4)$，

$=y(x-2)^2$.

答案：$y(x-2)^2$

12.已知一个多边形的内角和与它的外角和正好相等，则这个多边形是_____边形.

解析：∵多边形的外角和为 360°，

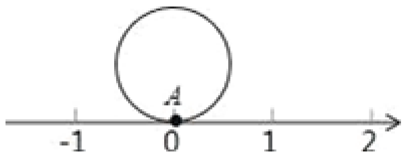
而一个多边形的内角和与它的外角和正好相等，设这个多边形为 n 边形，

∴$(n-2)\cdot 180°=360°$，

∴$n=4$.

答案：四

13.如图所示，把半径为 2 个长度单位的圆形纸片放在数轴上，圆形纸片上的 A 点对应原点，将圆形纸片沿着数轴无滑动的逆时针滚动一周，点 A 到达点 A′ 的位置，则点 A′ 表示的数是_____.



解析：该圆的周长为 $2\pi\times 2=4\pi$，

所以 A′ 与 A 的距离为 4π，

由于圆形是逆时针滚动，

所以 A′ 在 A 的左侧，

所以 A′ 表示的数为 -4π，

答案：-4π

14.一个不透明的盒子里有若干个白球，在不允许将球倒出来的情况下，为估计白球的个数，小刚向其中放入 8 个黑球，摇匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒中，不断重复，共摸球 400 次，其中 88 次摸到黑球，估计盒中大约有白球_____个.

解析：由题意得：白球 $\frac{312}{88}\times 8\approx 28$ 个.

答案：28

15.如果两个相似三角形的相似比是 2：3，较小三角形的面积为 $4cm^2$，那么较大三角形的面积为_____cm^2.

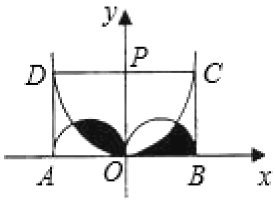
解析：∵两个相似三角形的相似比是 2：3，

∴两个相似三角形的面积比是 4：9，又较小三角形的面积为 $4cm^2$，

那么较大三角形的面积为 $9cm^2$.

答案：9

16.如图，矩形 ABCD 的长 AB=6cm，宽 AD=3cm.O 是 AB 的中点，OP⊥AB，两半圆的直径分别为 AO 与 OB.抛物线 $y=ax^2$经过 C、D 两点，则图中阴影部分的面积是_____cm^2.



解析：由题意，得：$S_{阴影}=S_{半圆}=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AB}{4}\right)^2=\frac{9}{8}\pi$（$cm^2$）.

答案：$\frac{9}{8}\pi$

三、解答题(每小题 7 分，共 21 分)

17.计算：$\sqrt{27}-2\cos 30°+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-\left|1-\sqrt{3}\right|$

解析：原式利用特殊角的三角函数值，负整数指数幂法则，以及绝对值的代数意义计算即可求出值.

答案：原式=$3\sqrt{3}-\sqrt{3}+4-\sqrt{3}+1=\sqrt{3}+5$.

18.先化简，再求值：$\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}-\frac{x^2-2x}{x^2-3x+2}\div x$，其中 x=$\sqrt{2}$.

解析：根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

答案：$\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}-\frac{x^2-2x}{x^2-3x+2}\div x$

$=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}-\frac{x(x-2)}{(x-2)(x-1)}\cdot\frac{1}{x}$

$=\frac{x+1}{x-1}-\frac{1}{x-1}$

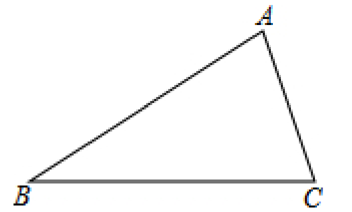
$=\frac{x}{x-1}$,

当 x=$\sqrt{2}$ 时，原式=$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)=2+\sqrt{2}$.

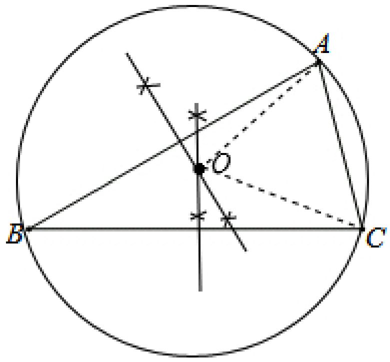
19.已知：如图，△ABC 中，AC=3，∠ABC=30°.

(1)尺规作图：求作△ABC 的外接圆，保留作图痕迹，不写作法；

(2)求(1)中所求作的圆的面积.



解析：(1)此题主要是确定三角形的外接圆的圆心，根据圆心是三角形边的垂直平分线的交点进行作图：①作线段 AB 的垂直平分线；②作线段 BC 的垂直平分线；③以两条垂直平分线的交点 O 为圆心，OA 长为半圆画圆，则圆 O 即为所求作的圆.
(2)连接 OA，OC.先证明△AOC 是等边三角形，从而得到圆的半径，即可求解.
答案：(1)如图所示，⊙O 即为所求作的圆.



(2)连接 OA，OC.
∵AC=3，∠ABC=30°，
∴∠AOC=60°，
∴△AOC 是等边三角形，
∴圆的半径是 3，
∴圆的面积是 9π.

四、解答题(每小题 9 分，共 27 分)
20.在结束了 380 课时初中阶段数学内容的教学后，唐老师计划安排 60 课时用于总复习，根据数学内容所占课时比例，绘制如下统计图表(图 1～图 3)，请根据图表提供的信息，回答下列问题：

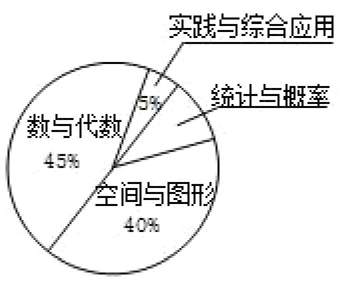


图 1

数与代数(内容)	课时数
数与式	67
方程(组)与不等式(组)	a
函数	44

图 2

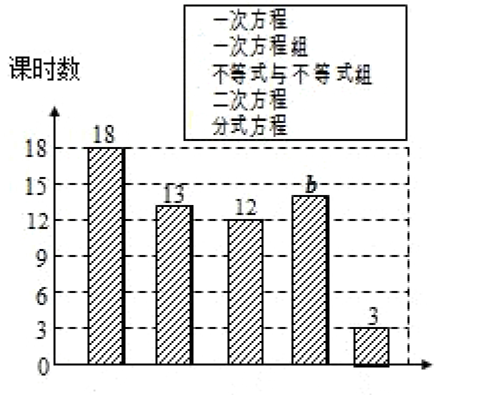


图 3

方程(组)与不等式(组)

(1)图 1 中“统计与概率”所在扇形的圆心角为_____度；

(2)图 2、3 中的 a=_____，b=_____；

(3)在 60 课时的总复习中，唐老师应安排多少课时复习“数与代数”内容？

解析：(1)先计算出“统计与概率”所占的百分比，再乘以 360°即可；

(2)根据数与代数所占的百分比，求得数与代数的课时总数，再减去数与式和函数，即为 a 的值，再用 a 的值减去图 3 中 A，B，C，E 的值，即为 b 的值；

(3)用 60 乘以 45%即可.

答案：(1)(1 - 45% - 5% - 40%)×360° =36°；

(2)380×45% - 67 - 44=60；

60 - 18 - 13 - 12 - 3=14；

(3)依题意，得 45%×60=27，

答：唐老师应安排 27 课时复习“数与代数”内容.

故答案为：36，60，14.

21.某市为争创全国文明卫生城，2008 年市政府对市区绿化工程投入的资金是 2000 万元，2010 年投入的资金是 2420 万元，且从 2008 年到 2010 年，两年间每年投入资金的年平均增长率相同.

(1)求该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率；

(2)若投入资金的年平均增长率不变，那么该市在 2012 年需投入多少万元？

解析：(1)等量关系为：2008 年市政府对市区绿化工程投入×$(1+增长率)^2$=2010 年市政府对市区绿化工程投入，把相关数值代入求解即可；

(2)2012 年该市政府对市区绿化工程投入=2010 年市政府对市区绿化工程投入×$(1+增长率)^2$.

答案：(1)设该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率为 x，

根据题意得，$2000(1+x)^2=2420$，

得 $x_1=0.1=10\%$，$x_2=-2.1$(舍去)，

答：该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率为 10%.

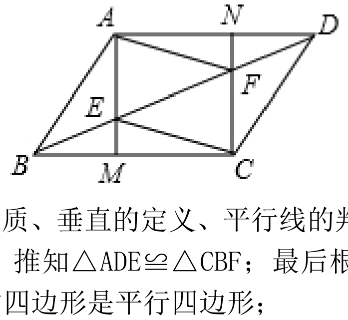
(2)2012 年需投入资金：$2420\times(1+10\%)^2=2928.2$(万元)

答：2012 年需投入资金 2928.2 万元.

22.如图，已知平行四边形 ABCD，过 A 点作 AM⊥BC 于 M，交 BD 于 E，过 C 点作 CN⊥AD 于 N，交 BD 于 F，连接 AF、CE.

(1)求证：四边形 AECF 为平行四边形；

(2)当 AECF 为菱形，M 点为 BC 的中点时，求 AB：AE 的值.



解析：(1)根据平行四边形的性质、垂直的定义、平行线的判定定理可以推知 AE∥CF；然后由全等三角形的判定定理 ASA 推知△ADE≌△CBF；最后根据全等三角形的对应边相等知 AE=CF，所以对边平行且相等的四边形是平行四边形；

(2)如图，连接 AC 交 BF 于点 O.由菱形的判定定理推知▱ABCD 是菱形，根据菱形的邻边相等知 AB=BC；然后结合已知条件“M 是 BC 的中点，AM ⊥ BC”证得△ADE≌△CBF(ASA)，所以

AE=CF(全等三角形的对应边相等)，从而证得△ABC 是正三角形；最后在 Rt△BCF 中，利用锐角三角函数的定义求得 CF：BC=tan∠CBF=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，利用等量代换知(AE=CF，AB=BC)AB：AE=$\sqrt{3}$.

答案：(1)证明∵四边形 ABCD 是平行四边形(已知)，
∴BC∥AD(平行四边形的对边相互平行)；
又∵AM⊥BC(已知)，
∴AM⊥AD；
∵CN⊥AD(已知)，
∴AM∥CN，
∴AE∥CF；
∴∠ADE=∠CBD，
∵AD=BC(平行四边形的对边相等)，
在△ADE 和△CBF 中，

$$\begin{cases}\angle DAE=\angle BCF=90^\circ \\ AD=CB \\ \angle ADE=\angle FBC\end{cases},$$

∴△ADE≌△CBF(ASA)，
∴AE=CF(全等三角形的对应边相等)，
∴四边形 AECF 为平行四边形(对边平行且相等的四边形是平行四边形)；
(2)如图，连接 AC 交 BF 于点 O，当四边形 AECF 为菱形时，
则 AC 与 EF 互相垂直平分，
∵BO=OD(平行四边形的对角线相互平分)，
∴AC 与 BD 互相垂直平分，

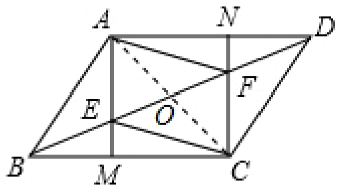
∴▱ABCD 是菱形(对角线相互垂直平分的平行四边形是菱形)，

∴AB=BC(菱形的邻边相等)；
∵M 是 BC 的中点，AM⊥BC(已知)，
∴AB=AC(等腰三角形的性质)，
∴△ABC 为等边三角形，
∴∠ABC=60°，∠CBD=30°；

在 Rt△BCF 中，CF：BC=tan∠CBF=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

又∵AE=CF，AB=BC，

∴AB：AE=$\sqrt{3}$.



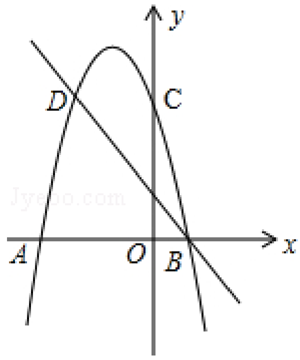
五、解答题(第23、24小题每题11分，第25题10分，共32分)

23.如图，二次函数的图象与x轴交于A(－3，0)和B(1，0)两点，交y轴于点C(0，3)，点C、D是二次函数图象上的一对对称点，一次函数的图象过点B、D.

(1)求二次函数的解析式；

(2)根据图象直接写出使一次函数值大于二次函数值的x的取值范围；

(3)若直线与y轴的交点为E，连结AD、AE，求△ADE的面积.



解析：(1)根据题意可以设出二次函数解析式，根据函数过点A、B、C，即可解答本题；

(2)根据题意可以求得点D的坐标，再根据函数图象即可解答本题；

(3)根据题意作出辅助线，即可求得△ADE的面积.

答案：(1)设二次函数解析式为$y=ax^2+bx+c$，

$$\begin{cases}0=a\times(-3)^2+b\times(-3)+c\\0=a\times1^2+b\times1+c\\c=3\end{cases},$$

解得，a=－1，b=－2，c=3，

即二次函数的解析式是$y=-x^2-2x+3$；

(2)∵$y=-x^2-2x+3$，

∴该函数的对称轴是直线x=－1，

∵点C(0，3)，点C、D是二次函数图象上的一对对称点，

∴点D(－2，3)，

∴一次函数值大于二次函数值的x的取值范围是x＜－2或x＞1；

(3)∵点A(－3，0)、点D(－2，3)、点B(1，0)，

设直线DE的解析式为y=kx+m，

则$\begin{cases}-2k+m=3\\k+m=0\end{cases}$，解得，$\begin{cases}k=-1\\m=1\end{cases}$，

∴直线DE的解析式为y=－x+1，

当 x=0 时，y=1，

∴点 E 的坐标为(0，1)，

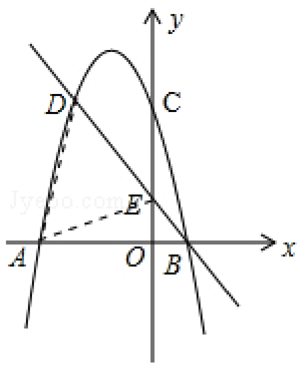
设直线 AE 的解析式为 y=cx+d，

则$\begin{cases}-3c+d=0\\d=1\end{cases}$，得$\begin{cases}c=\dfrac{1}{3}\\d=1\end{cases}$，

∴直线 AE 的解析式为 y= $\dfrac{1}{3}$ x+1，

当 x=－2 时，$y=\dfrac{1}{3}\times(-2)+1=\dfrac{1}{3}$，

∴△ADE 的面积是：$\dfrac{\left(3-\dfrac{1}{3}\right)\times|-3|}{2}=4$．

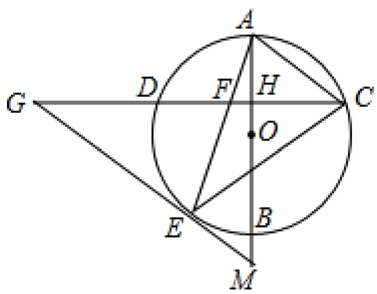


24.如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB，垂足为 H，连结 AC，过 $\overset{\frown}{BD}$ 上一点 E 作 EG∥AC 交 CD 的延长线于点 G，连结 AE 交 CD 于点 F，且 EG=FG，连结 CE.

(1)求证：△ECF∽△GCE；

(2)求证：EG 是⊙O 的切线；

(3)延长 AB 交 GE 的延长线于点 M，若 tanG=$\dfrac{3}{4}$，AH=$3\sqrt{3}$，求 EM 的值.



解析：(1)由 AC∥EG，推出∠G=∠ACG，由 AB⊥CD 推出 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}$，推出∠CEF=∠ACD，推出∠G=∠CEF，由此即可证明；

(2)欲证明 EG 是⊙O 的切线只要证明 EG⊥OE 即可；

(3)连接 OC.设⊙O 的半径为 r.在 Rt△OCH 中，利用勾股定理求出 r，证明△AHC∽△MEO，可得$\frac{AH}{EM}=\frac{HC}{OE}$，由此即可解决问题；

答案：(1)证明：如图 1 中，

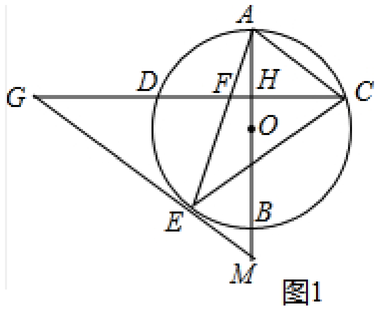


图1

∵AC∥EG，

∴∠G=∠ACG，

∵AB⊥CD，

∴ $AD = AC$ ，

∴∠CEF=∠ACD，

∴∠G=∠CEF，∵∠ECF=∠ECG，

∴△ECF∽△GCE.

(2)证明：如图 2 中，连接 OE，

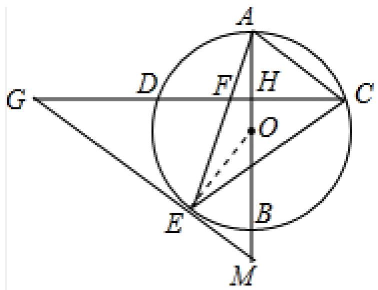


图2

∵GF=GE，

∴∠GFE=∠GEF=∠AFH，

∵OA=OE，

∴∠OAE=∠OEA，

∵∠AFH+∠FAH=90°，

∴∠GEF+∠AEO=90°，

∴∠GEO=90°，

∴GE⊥OE，

∴EG 是⊙O 的切线.

(3)解：如图 3 中，连接 OC.设⊙O 的半径为 r.

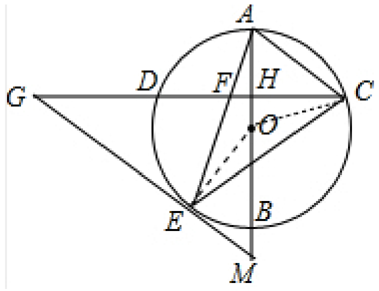


图3

在Rt△AHC中，tan∠ACH=tan∠G=$\frac{AH}{HC}=\frac{3}{4}$，

∵AH=$3\sqrt{3}$，

∴HC=$4\sqrt{3}$，

在Rt△HOC中，∵OC=r，OH=r－$3\sqrt{3}$，HC=$4\sqrt{3}$，

∴$(r-3\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2=r^2$，

∴r=$\frac{25\sqrt{3}}{6}$，

∵GM∥AC，
∴∠CAH=∠M，∵∠OEM=∠AHC，
∴△AHC∽△MEO，
∴$\frac{AH}{EM}=\frac{HC}{OE}$，
∴$\frac{3\sqrt{3}}{EM}=\frac{4\sqrt{3}}{\frac{25\sqrt{3}}{6}}$，

∴EM=$\frac{25\sqrt{3}}{8}$.

25.已知△ABC是等边三角形，D是BC边上的一个动点(点D不与B，C重合)△ADF是以AD为边的等边三角形，过点F作BC的平行线交射线AC于点E，连接BF.
(1)如图1，求证：△AFB≌△ADC;
(2)请判断图1中四边形BCEF的形状，并说明理由;
(3)若D点在BC 边的延长线上，如图2，其它条件不变，请问(2)中结论还成立吗？如果成立，请说明理由.

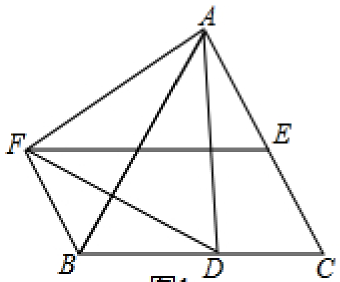


图1

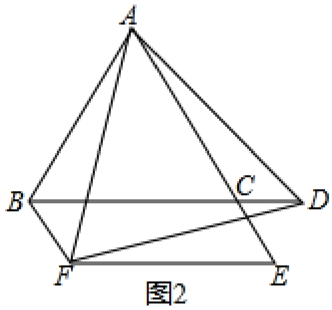


图2

解析：(1)利用有两条边对应相等并且夹角相等的两个三角形全等即可证明△AFB≌△ADC；
(2)四边形 BCEF 是平行四边形，因为△AFB≌△ADC，所以可得∠ABF=∠C=60°，进而证明∠ABF=∠BAC，则可得到 FB∥AC，又 BC∥EF，所以四边形 BCEF 是平行四边形；
(3)易证 AF=AD，AB=AC，∠FAD=∠BAC=60°，可得∠FAB=∠DAC，即可证明△AFB≌△ADC；根据△AFB≌△ADC 可得∠ABF=∠ADC，进而求得∠AFB=∠EAF，求得 BF∥AE，又 BC∥EF，从而证得四边形 BCEF 是平行四边形.

答案：证明：(1)∵△ABC 和△ADF 都是等边三角形，
∴AF=AD，AB=AC，∠FAD=∠BAC=60°，
又∵∠FAB=∠FAD－∠BAD，∠DAC=∠BAC－∠BAD，
∴∠FAB=∠DAC，
在△AFB 和△ADC 中，

$$\begin{cases} AF=AD \\ \angle BAF=\angle CAD \\ AB=AC \end{cases},$$

∴△AFB≌△ADC(SAS)；
(2)由①得△AFB≌△ADC，
∴∠ABF=∠C=60°.
又∵∠BAC=∠C=60°，
∴∠ABF=∠BAC，
∴FB∥AC，
又∵BC∥EF，
∴四边形 BCEF 是平行四边形；
(3)成立，理由如下：
∵△ABC 和△ADF 都是等边三角形，
∴AF=AD，AB=AC，∠FAD=∠BAC=60°，
又∵∠FAB=∠BAC－∠FAE，∠DAC=∠FAD－∠FAE，
∴∠FAB=∠DAC，
在△AFB 和△ADC 中，

$$\begin{cases} AF=AD \\ \angle BAF=\angle CAD \\ AB=AC \end{cases},$$

∴△AFB≌△ADC(SAS)；
∴∠AFB=∠ADC.
又∵∠ADC+∠DAC=60°，∠EAF+∠DAC=60°，

∴∠ADC=∠EAF，

∴∠AFB=∠EAF，

∴BF∥AE，

又∵BC∥EF，

∴四边形 BCEF 是平行四边形.