2014年湖南省岳阳市中考真题数学

一、选择题(本大题8道小题，每小题3分，满分24分)

1.(3分)实数2的倒数是(　　)

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\pm\frac{1}{2}$

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

解析：∵$2\times\frac{1}{2}=1$，∴实数2的倒数是$\frac{1}{2}$.

答案：D.

2.(3分)下列计算正确的是(　　)

A. $2a+5a=7a$

B. $2x-x=1$

C. $3+a=3a$

D. $x^2\cdot x^3=x^6$

解析：A、符合合并同类项法则，故本选项正确；

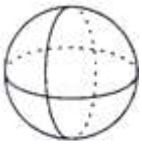
B、$2x-x=x\neq1$，故本选项错误；

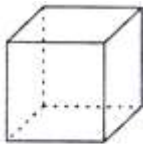
C、3和a不是同类项，故本选项错误；

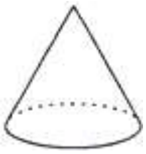
D、$x^2\cdot x^3\neq x^6=x^5$，故本选项错误.

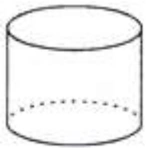
答案：A.

3.(3分)下列几何体中，主视图是三角形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、主视图为圆，答案：项错误；

B、主视图为正方形，答案：项错误；
C、主视图为三角形，答案：项正确；
D、主视图为长方形，答案：项错误.
答案：C.

4.(3分)2014年“五一”小长假，岳阳楼、君山岛景区接待游客约120000人次，将120000用科学记数法表示为(　　)
A. 12×10^4
B. 1.2×10^5
C. 1.2×10^6
D. 12万
解析：$120\ 000=1.2\times10^5$.
答案：B.

5.(3分)不等式组$\begin{cases}x>1\\x>2\end{cases}$的解集是(　　)

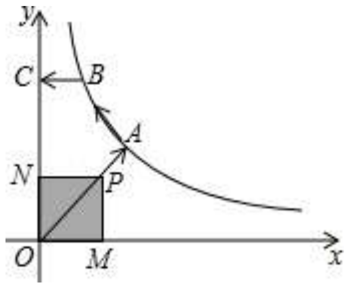
A. $x>2$
B. $x>1$
C. $1<x<2$
D. 无解
解析：根据同大取较大的原则，不等式组的解集为$x>2$，
答案：A.

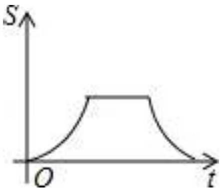
6.(3分)已知扇形的圆心角为60°，半径为1，则扇形的弧长为(　　)
A. $\frac{\pi}{2}$
B. π
C. $\frac{\pi}{6}$
D. $\frac{\pi}{3}$
解析：弧长是：$\frac{60\pi\times1}{180}=\frac{\pi}{3}$.
答案：D.

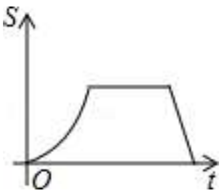
7.(3分)下列因式分解正确的是(　　)
A. $x^2-y^2=(x-y)^2$
B. $a^2+a+1=(a+1)^2$
C. $xy-x=x(y-1)$
D. $2x+y=2(x+y)$
解析：A、$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$，故此选项错误；
B、a^2+a+1无法因式分解，故此选项错误；
C、$xy-x=x(y-1)$，正确；
D、$2x+y$无法因式分解，故此选项错误；

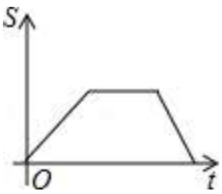
答案：C.

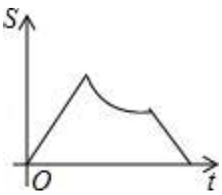
8.(3 分)如图，已知点 A 是直线 y=x 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k＞0，x＞0)的交点，B 是 $y=\frac{k}{x}$图象上的另一点，BC∥x 轴，交 y 轴于点 C.动点 P 从坐标原点 O 出发，沿 O→A→B→C(图中“→”所示路线)匀速运动，终点为 C，过点 P 作 PM⊥x 轴，PN⊥y 轴，垂足分别为 M，N.设四边形 OMPN 的面积为 S，P 点运动时间为 t，则 S 关于 t 的函数图象大致为(　　)



A.


B.


C.


D.


解析：设点 P 的运动速度为 v，

①由于点 A 在直线 y=x 上，故点 P 在 OA 上时，四边形 OMPN 为正方形，

四边形 OMPN 的面积 $S=\frac{1}{2}(vt)^2$，

②点 P 在反比例函数图象 AB 时，由反比例函数系数几何意义，四边形 OMPN 的面积 S=k；

③点 P 在 BC 段时，设点 P 运动到点 C 的总路程为 a，则四边形 OMPN 的面积$=\frac{1}{2}OC\cdot(a-vt)=-\frac{OC\cdot v}{2}t+\frac{OC\cdot a}{2}$，

纵观各选项，只有 B 选项图形符合.

答案：B.

二、填空题(本大题8道小题，每小题4分，满分32分)

9.(4分)计算：$-\sqrt{9}$=______.

解析：$-\sqrt{9}=-3$.

答案：-3.

10.(4分)方程 $x^2-3x+2=0$ 的根是________.

解析：因式分解得，$(x-1)(x-2)=0$，解得 $x_1=1$，$x_2=2$.

答案：1或2

11.(4分)体育测试中，某班某一小组1分钟跳绳成绩如下：176，176，168，150，190，185，180(单位：个)，则这组数据的中位数是_______.

解析：先对这组数据按从小到大的顺序重新排序：150，168，176，176，180，185，190.位于最中间的数是176，所以这组数据的中位数是176.

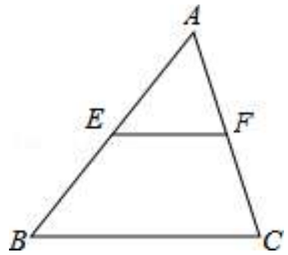
答案：176.

12.(4分)从1，2，3，4，5，6，7，8，9这九个自然数中，任取一个数是奇数的概率是____.

解析：∵从1到9这九个自然数中一共有5个奇数，∴任取一个，是奇数的概率是：$\frac{5}{9}$，

答案：$\frac{5}{9}$.

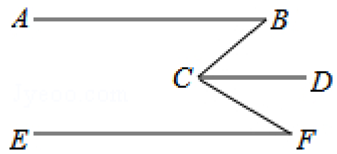
13.(4分)如图，在△ABC中，点E，F分别是AB，AC的中点且EF=1，则BC=_______.



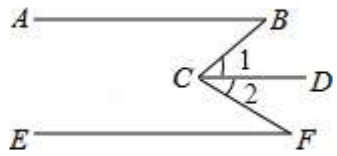
解析：∵△ABC中，E、F分别是AB、AC的中点，EF=1，∴EF是△ABC的中位线，∴BC=2EF=2×1=2，

答案：2.

14.(4分)如图，若AB∥CD∥EF，∠B=40°，∠F=30°，则∠BCF=________.



解析：如图，

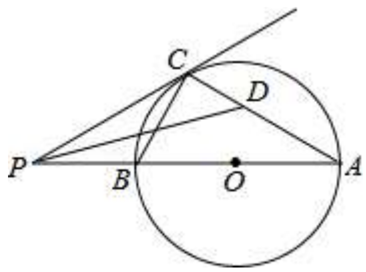


∵AB∥CD∥EF，∴∠B=∠1，∠F=∠2.

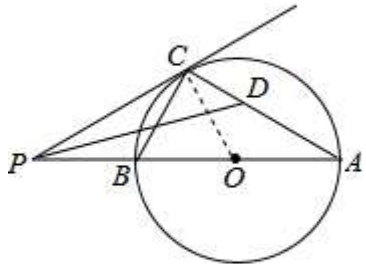
又∠B=40°，∠F=30°，∴∠BCF=∠1+∠2=70°.
答案：70°.

15.(4分)观察下列一组数：$\frac{3}{2}$、1、$\frac{7}{10}$、$\frac{9}{17}$、$\frac{11}{26}$…，它们是按一定规律排列的那么这组数的第n个数是____.(n为正整数)
解析：∵第一个数$\frac{3}{2}=\frac{2\times 1+1}{1^2+1}$;
第一个数$1=\frac{2\times 2+1}{2^2+1}$;
第三个数$\frac{7}{10}=\frac{2\times 3+1}{3^2+1}$;
第四个数$\frac{9}{17}=\frac{2\times 4+1}{4^2+1}$;
第五个数$\frac{11}{26}=\frac{2\times 5+1}{5^2+1}$; …,
∴第n个数为：$\frac{2n+1}{n^2+1}$.
答案：$\frac{2n+1}{n^2+1}$.

16.(4分)如图，AB是⊙O的直径，P为AB延长线上的一个动点，过点P作⊙O的切线，切点为C，连接AC，BC，作∠APC的平分线交AC于点D.
下列结论正确的是______(写出所有正确结论的序号)
①△CPD∽△DPA;
②若∠A=30°，则$PC=\sqrt{3}BC$;
③若∠CPA=30°，则PB=OB;
④无论点P在AB延长线上的位置如何变化，∠CDP为定值.



解析：①只有一组对应边相等，所以错误;
②根据切线的性质可得∠PCB=∠A=30°，在直角三角形ABC中∠ABC=60°得出OB=BC，∠BPC=30°，解直角三角形可得$PB=\sqrt{3}OC=\sqrt{3}BC$;
③根据切线的性质和三角形的外角的性质即可求得∠A=∠PCB=30°，∠ABC=60°，进而求得PB=BC=OB;
④连接OC,根据题意,可知OC⊥PC,∠CPD+∠DPA+∠A+∠ACO=90°,可推出∠DPA+∠A=45°，即∠CDP=45°.
答案：①∵∠CPD=∠DPA，∠CDP=∠DAP+∠DPA≠∠DAP≠∠PDA，∴△CPD∽△DPA错误;
②连接OC,



∵AB 是直径，∠A=30° ∴∠ABC=60°，∴OB=OC=BC，

∵PC 是切线，∴∠PCB=∠A=30°，∠OGP=90°，∴∠APC=30°，

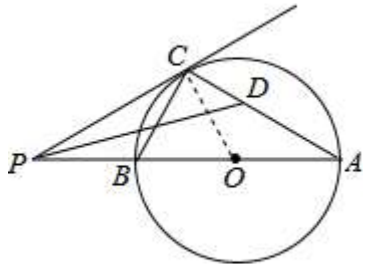
∴在 RT△POC 中，cot∠APC=cot30° $=\frac{PC}{OC}=\frac{PC}{BC}$，∴$PC=\sqrt{3}BC$，正确；

③∵∠ABC=∠APC+∠PCB，∠PCB=∠A，∴∠ABC=∠APC+∠A，

∵∠ABC+∠A=90°，∴∠APC+2∠A=90°，

∵∠APC=30°，∴∠A=∠PCB=30°，∴PB=BC，∠ABC=60°，∴OB=BC=OC，∴PB=OB；正确；

④如图，连接 OC，



∵OC=OA，PD 平分∠APC，∴∠CPD=∠DPA，∠A=∠ACO，

∵PC 为⊙O 的切线，∴OC⊥PC，

∵∠CPO+∠COP=90°，∴(∠CPD+∠DPA)+(∠A+∠ACO)=90°，

∴∠DPA+∠A=45°，即∠CDP=45°；正确；

答案：②③④；

三、解答题(本大题共 8 道小题，满分 64 分)

17.(6 分)计算：$|-\frac{2}{3}|+\sqrt{2}\times\sqrt{8}+3^{-1}-2^{2}$.

解析：原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用二次根式的乘法法则计算，第三项利用负指数幂法则计算，最后一项利用乘方的意义化简，计算即可得到结果.

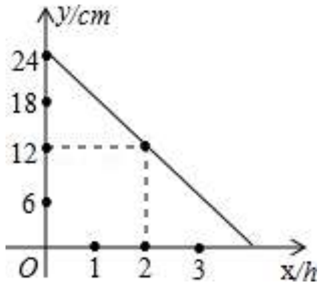
答案：原式$=\frac{2}{3}+4+\frac{1}{3}-4=1$.

18.(6 分)解分式方程：$\frac{5}{x-2}=\frac{3}{x}$.

解析：分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

答案：去分母得：5x=3x-6，解得：x=-3，经检验 x=-3 是分式方程的解.

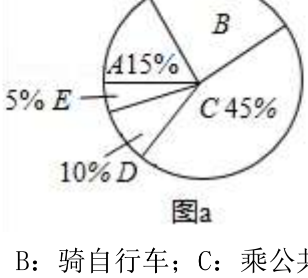
19.(8 分)在一次蜡烛燃烧实验中，蜡烛燃烧时剩余部分的高度 y(cm)与燃烧时间 x(h)之间为一次函数关系.根据图象提供的信息，解答下列问题：



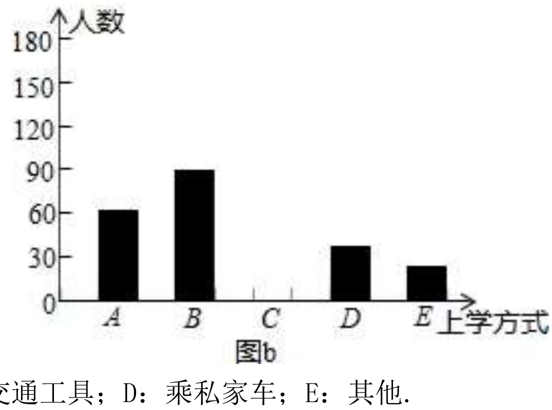
(1)求出蜡烛燃烧时 y 与 x 之间的函数关系式；
(2)求蜡烛从点燃到燃尽所用的时间.
解析：(1)根据图象知，该函数是一次函数，且该函数图象经过点(0，24)，(2，12).所以利用待定系数法进行解答即可；
(2)由(1)中的函数解析式，令 y=0，求得 x 的值即可.
答案：(1)由于蜡烛燃烧时剩余部分的高度 y(cm)与燃烧时间 x(h)之间为一次函数关系.
故设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b(k\neq0)$.
由图示知，该函数图象经过点(0，24)，(2，12)，则$\begin{cases}2k+b=12\\b=24\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-6\\b=24\end{cases}$.
故函数表达式是 $y=-6x+24$.
(2)当 y=0 时，$-6x+24=0$ 解得 x=4，即蜡烛从点燃到燃尽所用的时间是 4 小时.

20.(8 分)某项球类比赛，每场比赛必须分出胜负，其中胜 1 场得 2 分，负 1 场得 1 分.某队在全部 16 场比赛中得到 25 分，求这个队胜、负场数分别是多少？
解析：设该队胜 x 场，负 y 场，就有 $x+y=16$，$2x+y=25$ 两个方程，由两个方程建立方程组求出其解就可以了.
答案：设该队胜 x 场，负 y 场，则$\begin{cases}x+y=16\\2x+y=25\end{cases}$解得 $\begin{cases}x=9\\y=7\end{cases}$.
答：这个队胜 9 场，负 7 场.

21.(8 分)为了响应岳阳市政府“低碳出行、绿色出行”的号召，某中学数学兴趣小组在全校 2000 名学生中就上学方式随机抽取了 400 名学生进行抽样调查，经统计整理绘制出图 a、图 b 两幅不完整的统计图：



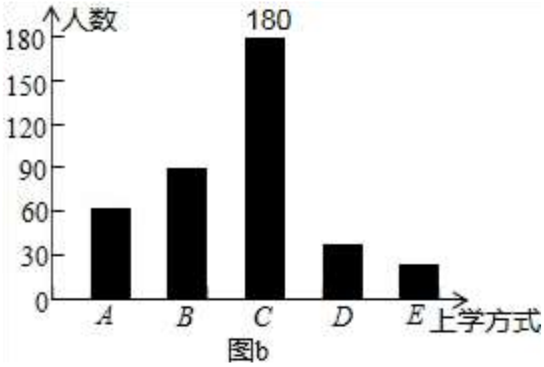
图a



图b

A：步行；B：骑自行车；C：乘公共交通工具；D：乘私家车；E：其他.
请根据统计图提供的信息解答下列问题：
(1)图 a 中“B”所在扇形的圆心角为_______；
(2)请在图 b 中把条形统计图补充完整；
(3)请根据样本数据估计全校骑自行车上学的学生人数.

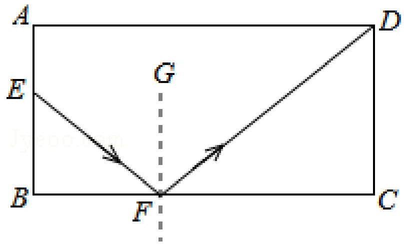
解析：(1)先求出“B”所在扇形的百分比，再乘 360° 就是“B”所在扇形的圆心角.
(2)先求出 C 的学生数，再绘图.
(3)用全校人数乘骑自行车上学的学生人数的百分比即可.
答案：(1)图 a 中“B”所在扇形的百分比为：1-45%-10%-5%-15%=25%，
图 a 中“B”所在扇形的圆心角为：25%×360° =90° .
故答案为：90° .
(2)C 的学生数为：400×45%=180(人)



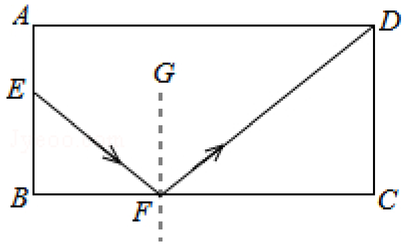
图b

(3)根据样本数据估计全校骑自行车上学的学生人数为：2000×25%=500(人).

22.(8 分)如图，矩形 ABCD 为台球桌面，AD=260cm，AB=130cm，球目前在 E 点位置，AE=60cm.
如果小丁瞄准 BC 边上的点 F 将球打过去，经过反弹后，球刚好弹到 D 点位置.

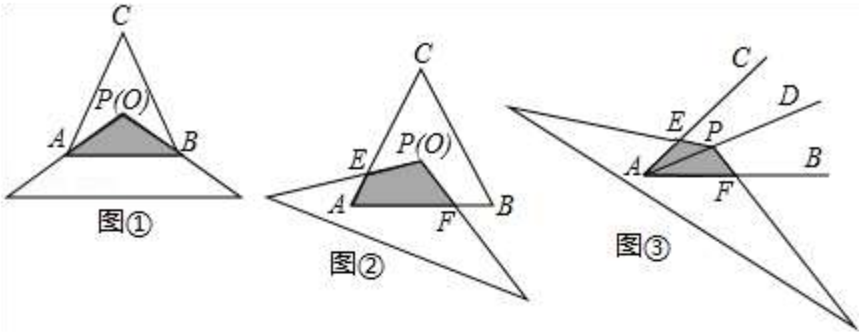


(1)求证：△BEF∽△CDF;
(2)求 CF 的长.
解析：(1)利用“两角法”证得这两个三角形相似;
(2)由(1)中相似三角形的对应边成比例来求线段 CF 的长度.
答案：(1)如图，在矩形 ABCD 中，



由对称性可得出：∠DFC=∠EFB，∠EBF=∠FCD=90° ，∴△BEF∽△CDF;
(2)∵由(1)知，△BEF∽△CDF. ∴ $\frac{BE}{CD}=\frac{BF}{CF}$，即 $\frac{70}{130}=\frac{260-CF}{CF}$，解得：CF=169.
即：CF 的长度是 169cm.
点评： 本题考查了相似三角形的应用.此题利用了“相似三角形的对应边成比例”推知所

23.(10 分)数学活动-求重叠部分的面积



(1)问题情境:如图①,将顶角为120°的等腰三角形纸片(纸片足够大)的顶点P与等边△ABC的内心O重合，已知OA=2，则图中重叠部分△PAB的面积为____.

(2)探究1：在(1)的条件下，将纸片绕P点旋转至如图②所示位置，纸片两边分别与AC，AB交于点E，F，图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积是否相等？如果相等，请给予证明；如果不相等，请说明理由.

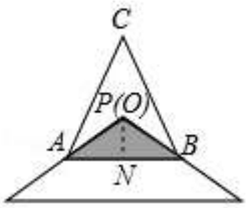
(3)探究2：如图③，若∠CAB=α(0°<α<90°)，AD为∠CAB的角平分线，点P在射线AD上，且AP=2，以P为顶点的等腰三角形纸片(纸片足够大)与∠CAB的两边AC，AB分别交于点E、F，∠EPF=180°-α，求重叠部分的面积.(用α或$\frac{\alpha}{2}$的三角函数值表示)

解析：(1)由点O是等边三角形ABC的内心可以得到∠OAB=∠OBA=30°，结合条件OA=2即可求出重叠部分的面积.

(2)由旋转可得∠FOE=∠BOA，从而得到∠EOA=∠FOB，进而可以证到△EOA≌△FOB，因而重叠部分面积不变.

(3)在射线AB上取一点G，使得PG=PA，过点P作PH⊥AF，垂足为H，方法同(2)，可以证到重叠部分的面积等于△PAG的面积，只需求出△PAG的面积就可解决问题.

答案：(1)过点O作ON⊥AB，垂足为N，如图①，



图①

∵△ABC为等边三角形，∴∠CAB=∠CBA=60°.

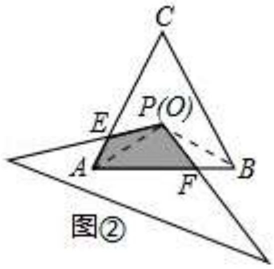
∵点O为△ABC的内心，∴∠OAB=$\frac{1}{2}$∠CAB，∠OBA=$\frac{1}{2}$∠CBA.∴∠OAB=∠OBA=30°.∴OB=OA=2.

∵ON⊥AB，∴AN=NB，PN=1.∴AN=$\sqrt{3}$∴AB=2AN=2$\sqrt{3}$.∴$S_{\triangle OAB}$=$\frac{1}{2}$AB·PN=$\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

(2)图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积相等.

证明：连接AO、BO，如图②，



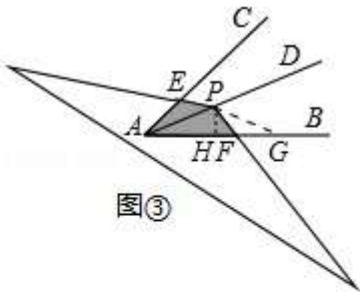
图②

由旋转可得：∠EOF=∠AOB，则∠EOA=∠FOB.

在△EOA 和△FOB 中，$\begin{cases}\angle EAO=\angle FBO=30^\circ\\ OA=OB\\ \angle EOA=\angle FOB\end{cases}$ ∴△EOA≌△FOB. ∴$S_{四边形AEOF}=S_{\triangle OAB}$.

∴图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积相等.

(3)在射线 AB 上取一点 G，使得 PG=PA，过点 P 作 PH⊥AF，垂足为 H，如图③，



图③

则有 AH=GH=$\frac{1}{2}$AG.

∵∠CAB=α，AD 为∠CAB 的角平分线，∴∠PAE=∠PAF=$\frac{1}{2}$∠CAB=$\frac{\alpha}{2}$.

∵PG=PA，∴∠PGA=∠PAG=$\frac{\alpha}{2}$. ∴∠APG=180°－α.

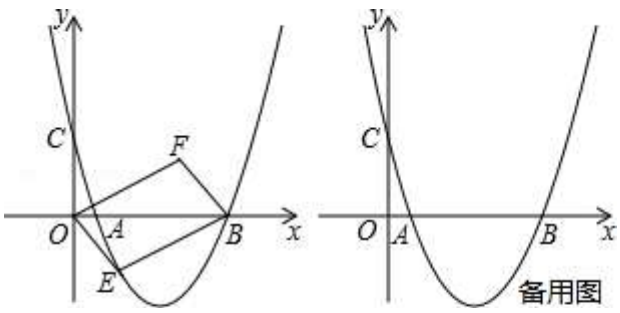
∵∠EPF=180°－α，∴∠EPF=∠APG.

同理可得：$S_{四边形AEPF}=S_{\triangle PAG}$.

∵AP=2，∴PH=2sin$\frac{\alpha}{2}$，AH=2cos$\frac{\alpha}{2}$. ∴AG=2AH=4cos$\frac{\alpha}{2}$.

∴$S_{\triangle PAG}=\frac{1}{2}$AG•PH=4sin$\frac{\alpha}{2}cos\frac{\alpha}{2}$. ∴重叠部分得面积为：$S_{面积}$=4sin$\frac{\alpha}{2}cos\frac{\alpha}{2}$.

24.(10 分)如图，抛物线经过点 A(1，0)，B(5，0)，C(0，$\frac{10}{3}$)三点，设点 E(x，y)是抛物线上一动点，且在 x 轴下方，四边形 OEBF 是以 OB 为对角线的平行四边形.



(1)求抛物线的解析式；

(2)当点 E(x，y)运动时，试求平行四边形 OEBF 的面积 S 与 x 之间的函数关系式，并求出面积 S 的最大值？

(3)是否存在这样的点 E，使平行四边形 OEBF 为正方形？若存在，求 E 点，F 点的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)由抛物线经过点 A(1，0)，B(5，0)，C(0，$\frac{10}{3}$)三点，利用待定系数法求二次函数的解析式；

(2)由点 E(x，y)是抛物线上一动点，且位于第四象限，可得 y＜0，即-y＞0，-y 表示点 E 到 OA 的距离，又由 $S=2S_{\triangle OBE}=2\times\frac{1}{2}\times OB\cdot|y|$，即可求得平行四边形 OEAF 的面积 S 与 x 之间的函数关系式，结合图象，求得自变量 x 的取值范围；

(3)由当 OB⊥EF，且 OB=EF 时，平行四边形 OEBF 是正方形，可得此时点 E 坐标只能(2.5，-2.5)，而坐标为(2.5，-2.5)点在抛物线上，故可判定存在点 E，使平行四边形 OEBF 为正方形.

答案：(1)设所求抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$，

∵抛物线经过点 A(1，0)，B(5，0)，C(0，$\frac{10}{3}$)三点，

则由题意可得：$\begin{cases}a+b+c=0\\25a+5b+c=0\\c=\frac{10}{3}\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\frac{2}{3}\\b=-4\\c=\frac{10}{3}\end{cases}$.∴所求抛物线的解析式为：$y=\frac{2}{3}x^2-4x+\frac{10}{3}$.

(2)∵点 E(x，y)是抛物线上一动点，且在 x 轴下方，∴y＜0，

即-y＞0，-y 表示点 E 到 OA 的距离.

∵OB 是平行四边形 OEBF 的对角线，

∴$S=2S_{\triangle OBE}=2\times\frac{1}{2}\times OB\cdot|y|=-5y=-5(\frac{2}{3}x^2-4x+\frac{10}{3})=-\frac{10}{3}x^2+20x-\frac{50}{3}$,

∵$S=-\frac{10}{3}(x-3)^2+\frac{40}{3}$,

∴S 与 x 之间的函数关系式为：$S=-\frac{10}{3}x^2+20x-\frac{50}{3}$(1＜x＜5)，S 的最大值为$\frac{40}{3}$.

(3)∵当 OB⊥EF，且 OB=EF 时，平行四边形 OEBF 是正方形，

∴此时点 E 坐标只能($\frac{5}{2}$，$-\frac{5}{2}$)，而坐标为($\frac{5}{2}$，$-\frac{5}{2}$)点在抛物线上，

∴存在点 E($\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2}$)，使平行四边形 OEBF 为正方形，此时点 F 坐标为($\frac{5}{2}$, $\frac{5}{2}$).