2014年重庆市中考真题（B卷）数学

一、选择题(本大题共12小题，每小题4分，共48分)

1.(4分)某地连续四天每天的平均气温分别是：1℃、-1℃、0℃、2℃，则平均气温中最低的是(　　)

A.-1℃

B.0℃

C.1℃

D.2℃

解析：∵1℃、-1℃、0℃、2℃中气温最低的是-1℃，∴平均气温中最低的是-1℃.

答案：A.

2.(4分)计算 $5x^2-2x^2$ 的结果是(　　)

A.3

B.3x

C.$3x^2$

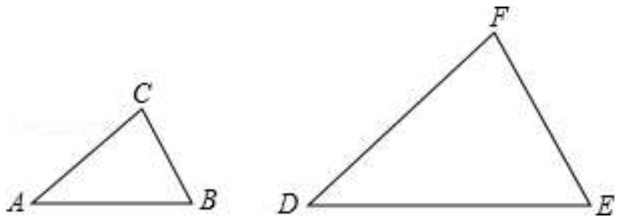
D.$3x^4$

解析：原式$=5x^2-2x^2=3x^2$.

答案：C.

点评：　此题考查了合并同类项的知识，属于基础题，解答本题的关键是掌握合并同类项的

3.(4分)如图，△ABC∽△DEF，相似比为1：2.若BC=1，则EF的长是(　　)



A.1

B.2

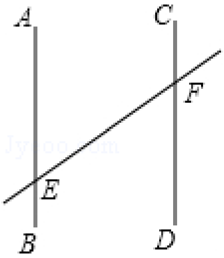
C.3

D.4

解析：∵△ABC∽△DEF，相似比为1：2，∴$\frac{BC}{EF}=\frac{1}{2}$，∴EF=2BC=2.

答案：B.

4.(4分)如图，直线AB∥CD，直线EF分别交AB，CD于点E，F.若∠AEF=50°，则∠EFC的大小是(　　)



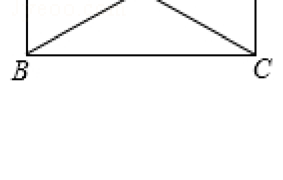
A. 40°
B. 50°
C. 120°
D. 130°
解析：∵AB∥CD，∴∠EFC=180°-∠AEF=180°-50°=130°.
答案：D.

5.(4分)某校将举办一场“中国汉字听写大赛”，要求各班推选一名同学参加比赛，为此，初三(1)班组织了五轮班级选拔赛，在这五轮选拔赛中，甲、乙两位同学的平均分都是96分,甲的成绩的方差是0.2,乙的成绩的方差是0.8.根据以上数据,下列说法正确的是(　　)
A.甲的成绩比乙的成绩稳定
B.乙的成绩比甲的成绩稳定
C.甲、乙两人的成绩一样稳定
D.无法确定甲、乙的成绩谁更稳定
解析：∵甲的成绩的方差是0.2，乙的成绩的方差是0.8，0.2＜0.8，∴甲的成绩比乙的成绩稳定，
答案：A.

6.(4分)若点(3，1)在一次函数y=kx-2(k≠0)的图象上，则k的值是(　　)
A. 5
B. 4
C. 3
D. 1
解析：∵点(3，1)在一次函数y=kx-2(k≠0)的图象上，∴3k-2=1，解得k=1.
答案：D.

7.(4分)分式方程$\frac{4}{x+1}=\frac{3}{x}$的解是(　　)
A. x=1
B. x=-1
C. x=3
D. x=-3
解析：去分母得：4x=3x+3，解得：x=3，经检验x=3是分式方程的解.
答案：C

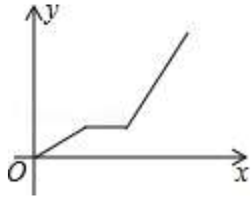
8.(4分)如图，在矩形ABCD中，对角线AC，BD相交于点O，∠ACB=30°，则∠AOB的大小为(　　)

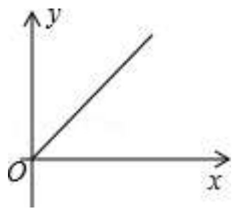


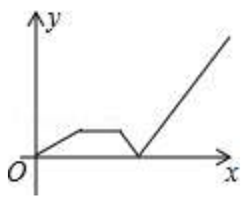
A. 30°
B. 60°

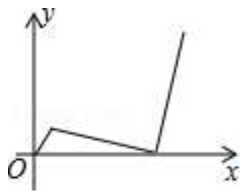
C. 90°
D. 120°
解析：∵矩形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，
∴OB=OC，
∴∠OBC=∠ACB=30°，
∴∠AOB=∠OBC+∠ACB=30°+30°=60°.
答案：B.

9.(4 分)夏天到了，某小区准备开放游泳池，物业管理处安排一名清洁工对一个无水的游泳池进行清洗，该工人先只打开一个进水管，蓄了少量水后关闭进水管并立即进行清洗，一段时间后，再同时打开两个出水管将池内的水放完，随后将两个出水管关闭，并同时打开两个进水管将水蓄满.已知每个进水管的进水速度与每个出水管的出水速度相同，从工人最先打开一个进水管开始，所用时间为 x，游泳池内的蓄水量为 y，则下列各图中能够反映 y 与 x 的函数关系的大致图象是(　　)



A.


B.


C.


D.

解析：开始打开一个进水管，游泳池内的蓄水量逐渐增多；
一段时间后，再同时打开两个出水管将池内的水放完，游泳池内的蓄水量逐渐减少直到水量为 0，并且时间比开始用的少；随后将两个出水管关闭，并同时打开两个进水管将水蓄满，游泳池内的蓄水量增多.
答案：C.

10.(4 分)下列图形都是按照一定规律组成，第一个图形中共有 2 个三角形，第二个图形中共有 8 个三角形，第三个图形中共有 14 个三角形，…，依此规律，第五个图形中三角形的个数是(　　)

A. 22

B. 24

C. 26

D. 28

解析：第一个图形有 $2+6\times0=2$ 个三角形；

第二个图形有 $2+6\times1=8$ 个三角形；

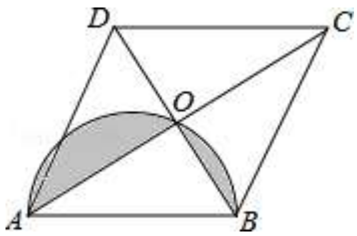
第三个图形有 $2+6\times2=14$ 个三角形；

…

第五个图形有 $2+6\times4=26$ 个三角形；

答案：C.

11.(4 分)如图，菱形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，AC=8，BD=6，以 AB 为直径作一个半圆，则图中阴影部分的面积为(　　)



A. $25\pi-6$

B. $\frac{25}{2}\pi-6$

C. $\frac{25}{6}\pi-6$

D. $\frac{25}{8}\pi-6$

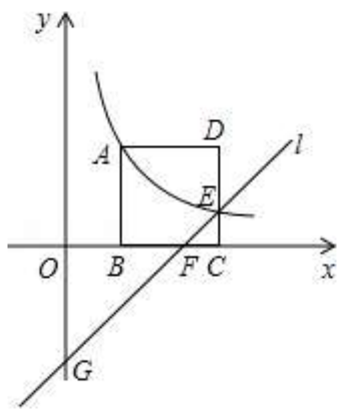
解析：∵菱形 ABCD 中，AC=8，BD=6，∴AC⊥BD 且 $OA=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times8=4$，$OB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times6=3$，

由勾股定理得，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∴阴影部分的面积$=\frac{1}{2}\cdot\pi(\frac{5}{2})^2-\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{25}{8}\pi-6$.

答案：D.

12.(4 分)如图，正方形 ABCD 的顶点 B，C 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$在第一象限的图象经过顶点 A(m，2)和 CD 边上的点 E(n，$\frac{2}{3}$)，过点 E 的直线 l 交 x 轴于点 F，交 y 轴于点 G(0，-2)，则点 F 的坐标是(　　)



A. ($\frac{5}{4}$，0)

B. ($\frac{7}{4}$，0)

C. ($\frac{9}{4}$，0)

D. ($\frac{11}{4}$，0)

解析：∵正方形的顶点 A(m，2)，∴正方形的边长为 2，∴BC=2，

而点 E(n，$\frac{2}{3}$)，∴n=2+m，即 E 点坐标为(2+m，$\frac{2}{3}$)，

∴k=2·m=$\frac{2}{3}$(2+m)，解得 m=1，∴E 点坐标为(3，$\frac{2}{3}$)，

设直线 GF 的解析式为 y=ax+b，把 E(3，$\frac{2}{3}$)，G(0，-2)代入得$\begin{cases}3a+b=\frac{2}{3}\\b=-2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\frac{8}{9}\\b=-2\end{cases}$，

∴直线 GF 的解析式为 y=$\frac{8}{9}$x-2，

当 y=0 时，$\frac{8}{9}$x-2=0，解得 x=$\frac{9}{4}$，∴点 F 的坐标为($\frac{9}{4}$，0).

答案：C.

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

13.(4 分)实数-12 的相反数是_____.

解析：实数-12 的相反数是 12.

答案：12.

14.(4 分)函数 y=$\frac{1}{x-2}$中，自变量 x 的取值范围是___.

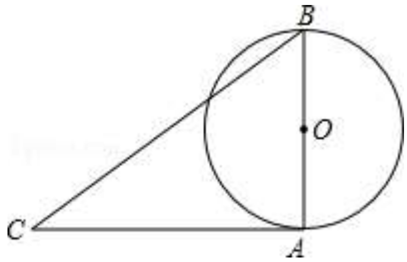
解析：要使分式有意义，即：x-2≠0，解得：x≠2.

答案：x≠2.

15.(4 分)在 2014 年重庆市初中毕业生体能测试中，某校初三有 7 名同学的体能测试成绩(单位：分)如下：50，48，47，50，48，49，48.这组数据的众数是_____.

解析：数据 48 出现了三次最多为众数.
答案：48.

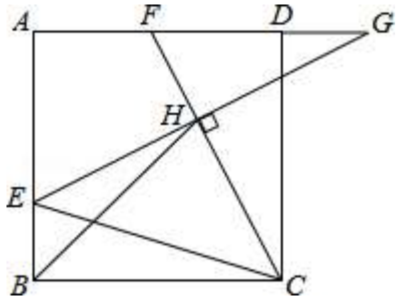
16.(4 分)如图，C 为⊙O 外一点，CA 与⊙O 相切，切点为 A，AB 为⊙O 的直径，连接 CB.若⊙O 的半径为 2，∠ABC=60°，则 BC=________.



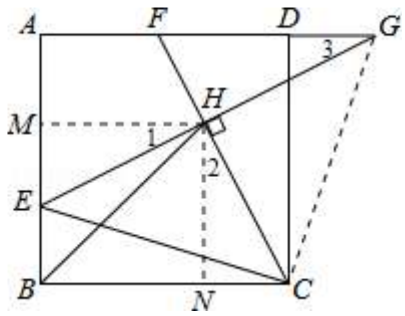
解析：∵CA 与⊙O 相切，切点为 A，AB 为⊙O 的直径，∴∠BAC=90°，
∵∠ABC=60°，⊙O 的半径为 2，∴在 RT△BAC 中，∠C=30°，AB=4，∴BC=2AB=2×4=8.
答案：8.

17.(4 分)在一个不透明的盒子里装着 4 个分别标有数字 1，2，3，4 的小球，它们除数字不同外其余完全相同，搅匀后从盒子里随机取出 1 个小球，将小球上的数字作为 a 的值，则使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x>2a-1 \\ x\leqslant a+2 \end{cases}$ 只有一个整数解的概率为____.
解析：∵不等式组 $\begin{cases} x>2a-1 \\ x\leqslant a+2 \end{cases}$ 只有一个整数解，∴(a+2)-(2a-1)=1，解得 a=2，∴P=$\frac{1}{4}$.
答案：$\frac{1}{4}$.

18.(4 分)如图，在边长为 $6\sqrt{2}$的正方形 ABCD 中，E 是 AB 边上一点，G 是 AD 延长线上一点，BE=DG，连接 EG，CF⊥EG 交 EG 于点 H，交 AD 于点 F，连接 CE，BH.若 BH=8，则 FG=________.



解析：如解答图，连接 CG，首先证明△CGD≌△CEB，得到△GCE 是等腰直角三角形；过点 H 作 AB、BC 的垂线，垂足分别为点 M、N，进而证明△HEM≌△HCN，得到四边形 MBNH 为正方形，由此求出 CH、HN、CN 的长度；最后利用相似三角形 Rt△HCN∽Rt△GFH，求出 FG 的长度.
答案：如图所示，连接 CG.



在△CGD与△CEB中，$\begin{cases} BE=DG \\ \angle EBC=\angle GDC=90^\circ \\ BC=DC \end{cases}$，∴△CGD≌△CEB(SAS)，∴CG=CE，∠GCD=∠ECB，

∴∠GCE=90°，即△GCE是等腰直角三角形.

又∵CH⊥GE，∴CH=EH=GH.

过点H作AB、BC的垂线，垂足分别为点M、N，则∠MHN=90°，

又∵∠EHC=90°，∴∠1=∠2，∴∠HEM=∠HCN.

在△HEM与△HCN中，$\begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ EH=CH \\ \angle HEM=\angle HCN \end{cases}$ ∴△HEM≌△HCN(ASA). ∴HM=HN，

∴四边形MBNH为正方形.

∵BH=8，∴BN=HN=$4\sqrt{2}$，∴CN=BC-BN=$6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

在Rt△HCN中，由勾股定理得：CH=$2\sqrt{10}$. ∴GH=CH=$2\sqrt{10}$.

∵HM∥AG，∴∠1=∠3，∴∠2=∠3. 又∵∠HNC=∠GHF=90°，

∴Rt△HCN∽Rt△GFH. ∴$\frac{CH}{FG}=\frac{HN}{GH}$，即$\frac{2\sqrt{10}}{FG}=\frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{10}}$，∴FG=$5\sqrt{2}$.

答案：$5\sqrt{2}$.

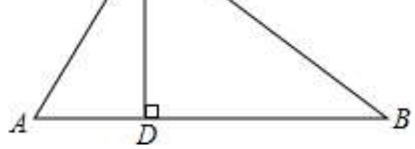
三、解答题(本大题共2小题，每小题7分，共14分)

19.(7分)计算：$(-3)^2+|-2|-2014^0-\sqrt{9}+(\frac{1}{2})^{-1}$.

解析：分别根据0指数幂及负整数指数幂的运算法则、数的乘方法则及绝对值的性质计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

答案：原式=9+2-1-3+2=9.

20.(7分)如图，在△ABC中，CD⊥AB，垂足为D.若AB=12，CD=6，tanA=$\frac{3}{2}$，求sinB+cosB的值.



解析：先在 Rt△ACD 中，由正切函数的定义得 tanA=$\frac{CD}{AD}=\frac{3}{2}$，求出 AD=4，则 BD=AB-AD=8，再解 Rt△BCD，由勾股定理得 BC=$\sqrt{BD^2+CD^2}$=10，sinB=$\frac{CD}{BC}=\frac{3}{5}$，cosB=$\frac{BD}{BC}=\frac{4}{5}$，由此求出 sinB+cosB=$\frac{7}{5}$.

答案：在 Rt△ACD 中，∵∠ADC=90°，∴tanA=$\frac{CD}{AD}=\frac{6}{AD}=\frac{3}{2}$，∴AD=4，∴BD=AB-AD=12-4=8.

在 Rt△BCD 中，∵∠BDC=90°，BD=8，CD=6，∴BC=$\sqrt{BD^2+CD^2}$=10，

∴sinB=$\frac{CD}{BC}=\frac{3}{5}$，cosB=$\frac{BD}{BC}=\frac{4}{5}$，∴sinB+cosB=$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$.

答案：$\frac{7}{5}$

四、解答题(本大题共 4 小题，每小题 10，共 40 分)

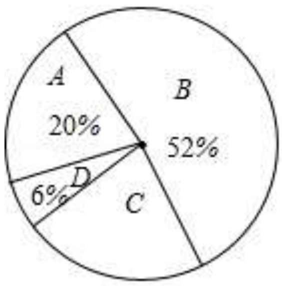
21.(10 分)先化简，再求值：$(x-1-\frac{3}{x+1})\div\frac{x^2+4x+4}{x+1}$，其中 x 是方程 $\frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{5}=0$ 的解.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，求出已知方程的解得到 x 的值，代入计算即可求出值.

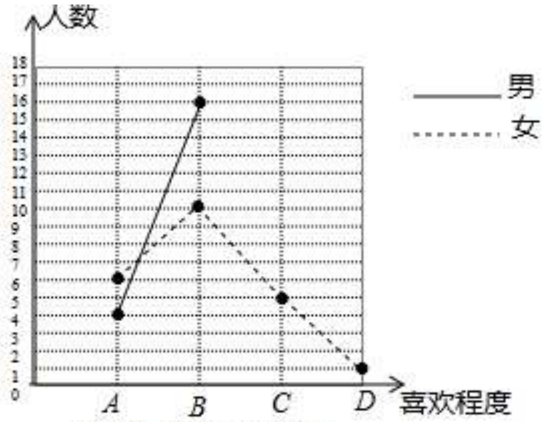
答案：原式=$\frac{(x+1)(x-1)-3}{x+1}\div\frac{(x+2)^2}{x+1}=\frac{(x+2)(x-2)}{x+1}\cdot\frac{x+1}{(x+2)^2}=\frac{x-2}{x+2}$,

方程去分母得：5x-5-2x+4=0，解得：x=$\frac{1}{3}$，当 x=$\frac{1}{3}$时，原式=$\frac{\frac{1}{3}-2}{\frac{1}{3}+2}=-\frac{5}{7}$.

22.(10 分)重庆市某餐饮文化公司准备承办“重庆火锅美食文化节”，为了解市民对火锅的喜爱程度，该公司设计了一个调查问卷，将喜爱程度分为 A(非常喜欢)、B(喜欢)、C(不太喜欢)、D(很不喜欢)四种类型，并派业务员进行市场调查，其中一个业务员小丽在解放碑步行街对市民进行了随机调查，并根据调查结果制成了如下两幅不完整的统计图，请结合统计图所给信息解答下列问题：



四种类型人数占调查总人数的百分比扇形统计图



四种类型人数的折线统计图

(1)在扇形统计图中 C 所占的百分比是__22%__；小丽本次抽样调查的人数共有__50__人；请将折线统计图补充完整；

(2)为了解少数市民很不喜欢吃火锅的原因，小丽决定在上述调查结果中从“很不喜欢”吃火锅的市民里随机选出两位进行电话回访，请你用列表法或画树状图的方法，求所选出的两位市民恰好都是男性的概率.

解析：(1)用整体 1 减去 A、B、D 所占的百分比，剩下的就是图中 C 所占的百分比；用非常喜欢吃火锅的人数除以所占的百分比，求出本次抽样调查的总人数，再分别求出不喜欢吃火锅的男生和很不喜欢吃火锅的男生，从而补全统计图；

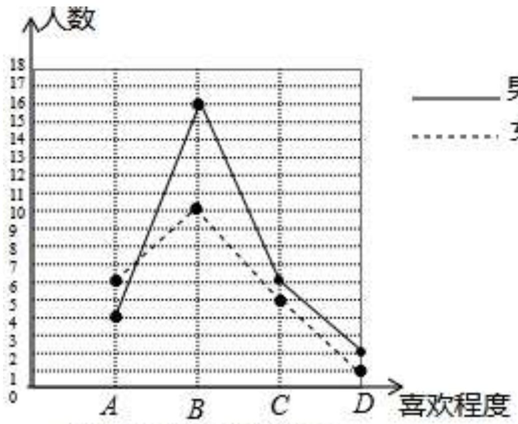
(2)先根据题意画出树状图，再根据概率公式即可求出答案.

答案：(1)在扇形统计图中 C 所占的百分比是：1-20%-52%-6%=22%；

小丽本次抽样调查的共有人数是：$\frac{4+6}{20\%}$=50(人)；

不喜欢吃火锅的男生有：50×22%-5=6(人)，

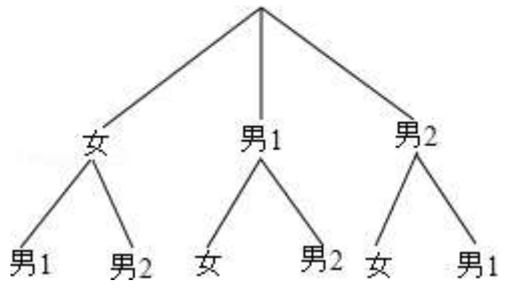
很不喜欢吃火锅的男生有：50×6%-1=2(人)，补图如下：



四种类型人数的折线统计图

故答案为：22%，50；

(2)根据题意画图如下：



共有 6 中情况，选出的两位市民恰好都是男性的概率是$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

23.(10 分)某生态农业园种植的青椒除了运往市区销售外，还可以让市民亲自去生态农业园购买.已知今年 5 月份该青椒在市区、园区的销售价格分别为 6 元/千克、4 元/千克，今年 5 月份一共销售了 3000 千克，总销售额为 16000 元.

(1)今年 5 月份该青椒在市区、园区各销售了多少千克？

(2)6 月份是青椒产出旺季.为了促销，生态农业园决定 6 月份将该青椒在市区、园区的销售价格均在今年 5 月份的基础上降低 a%，预计这种青椒在市区、园区的销售将在今年 5 月份的基础上分别增长 30%、20%，要使 6 月份该青椒的总销售额不低于 18360 元，则 a 的最大值是多少？

解析：(1)设在市区销售了 x 千克，则在园区销售了(3000-x)千克，根据等量关系：总销售额为 16000 元列出方程求解即可；

(2)题目中的不等关系是：6 月份该青椒的总销售额不低于 18360 元列出不等式求解即可.

答案：(1)设在市区销售了 x 千克，则在园区销售了(3000-x)千克，则 $6x+4(3000-x)=16000$，解得 $x=2000$，$3000-x=1000$.

故今年 5 月份该青椒在市区销售了 2000 千克，在园区销售了 1000 千克.

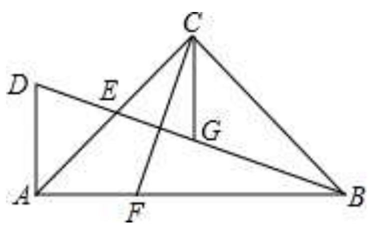
(2)依题意有 $6(1-a\%)\times2000(1+30\%)+4(1-a\%)\times1000(1+20\%)\geqslant18360$，$20400(1-a\%)\geqslant18360$，$1-a\%\geqslant0.9$，$a\leqslant10$.

故 a 的最大值是 10.

点评： 考查了一元一次方程的应用和一元一次不等式的应用.解决问题的关键是读懂题意，

24.(10 分)如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC，E 为 AC 边的中点，过点 A 作 AD⊥AB 交 BE 的延长线于点 D，CG 平分∠ACB 交 BD 于点 G，F 为 AB 边上一点，连接 CF，且∠ACF=∠CBG.

求证：



(1)AF=CG；

(2)CF=2DE.

解析：(1)要证 AF=CG，只需证明△AFC≌△CBG 即可.

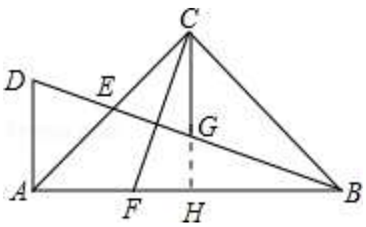
(2)延长 CG 交 AB 于 H，则 CH⊥AB，H 平分 AB，继而证得 CH∥AD，得出 DG=BG 和△ADE 与△CGE 全等，从而证得 CF=2DE.

答案：(1)∵∠ACB=90°，CG 平分∠ACB，∴∠ACG=∠BCG=45°，

又∵∠ACB=90°，AC=BC，∴∠CAF=∠CBF=45°，∴∠CAF=∠BCG，

在△AFC与△CGB中，$\begin{cases}\angle ACF=\angle CBG\\ \angle CAF=\angle BCG\\ AC=BC\end{cases}$，∴△AFC≌△CBG(AAS)，∴AF=CG；

(2)延长CG交AB于H，



∵CG平分∠ACB，AC=BC，∴CH⊥AB，CH平分AB，

∵AD⊥AB，∴AD∥CG，

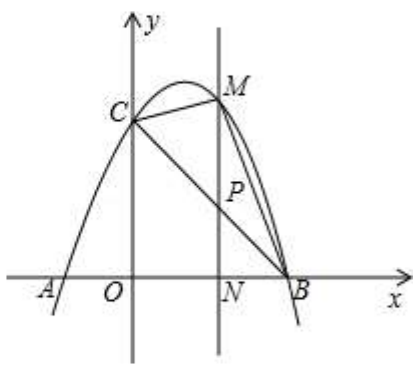
在△ADE与△CGE中，$\begin{cases}\angle AED=\angle CEG\\ \angle D=\angle EGC\\ AE=CE\end{cases}$，∴△ADE≌△CGE(AAS)，∴DE=GE，即DG=2DE，

∵AD∥CG，CH平分AB，∴DG=BG，

∵△AFC≌△CBG，∴CF=BG，∴CF=2DE.

五、解答题(本大题共2小题，每小题12分，共24分)

25.(12分)如图，已知抛物线$y=-x^2+2x+3$与x轴交于A，B两点(点A在点B的左边)，与y轴交于点C，连接BC.



(1)求A，B，C三点的坐标；

(2)若点P为线段BC上一点(不与B，C重合)，PM∥y轴，且PM交抛物线于点M，交x轴于点N，当△BCM的面积最大时，求△BPN的周长；

(3)在(2)的条件下，当△BCM的面积最大时，在抛物线的对称轴上存在一点Q，使得△CNQ为直角三角形，求点Q的坐标.

解析：(1)依据抛物线的解析式直接求得C的坐标，令y=0解方程即可求得A、B点的坐标；

(2)求出△BCM面积的表达式，这是一个二次函数，求出其取最大值的条件；然后利用勾股定理求出△BPN的周长；

(3)如解答图，△CNQ为直角三角形，分三种情况：

①点Q为直角顶点，作Rt△CNO的外接圆，由圆周角定理可知，其与对称轴的两个交点即为所求；

②点N为直角顶点；

③点C为直角顶点.

答案：(1)由抛物线的解析式 $y=-x^2+2x+3$，∴$C(0，3)$，

令 $y=0$，$-x^2+2x+3=0$，解得 $x=3$ 或 $x=-1$；∴$A(-1，0)$，$B(3，0)$.

(2)设直线 BC 的解析式为：$y=kx+b$，则有：$\begin{cases}3k+b=0\\b=3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\b=3\end{cases}$，

∴直线 BC 的解析式为：$y=-x+3$.

设 $P(x，-x+3)$，则 $M(x，-x^2+2x+3)$，∴$PM=(-x^2+2x+3)-(-x+3)=-x^2+3x$.

∴$S_{\triangle BCM}=S_{\triangle PMC}+S_{\triangle PMB}=\frac{1}{2}PM\cdot(xP-xC)+\frac{1}{2}PM\cdot(xB-xP)=\frac{1}{2}PM\cdot(xB-xC)=\frac{3}{2}PM$.

∴$S_{\triangle BCM}=\frac{3}{2}(-x^2+3x)=-\frac{3}{2}(x-\frac{3}{2})^2+\frac{27}{8}$. ∴当 $x=\frac{3}{2}$时，△BCM 的面积最大.

此时 $P(\frac{3}{2}，\frac{3}{2})$，∴$PN=ON=\frac{3}{2}$，∴$BN=OB-ON=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

在 Rt△BPN 中，由勾股定理得：$PB=\frac{3\sqrt{2}}{2}$. $C_{\triangle BCN}=BN+PN+PB=3+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

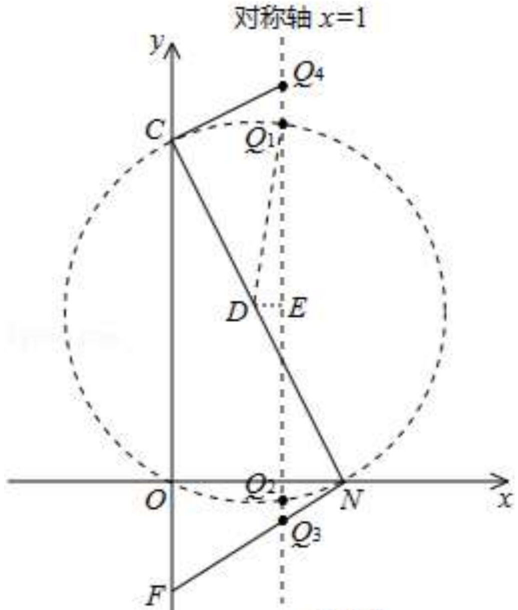
∴当△BCM 的面积最大时，△BPN 的周长为 $3+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(3)∵$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$∴抛物线的对称轴为直线 $x=1$.

在 Rt△CNO 中，$OC=3$，$ON=\frac{3}{2}$，由勾股定理得：$CN=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

设点 D 为 CN 中点，则 $D(\frac{3}{4}，\frac{3}{2})$，$CD=ND=\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

如解答图，△CNQ 为直角三角形，



解答图

①若点 Q 为直角顶点.

作 Rt△CNO 的外接圆⊙D，与对称轴交于 Q_1、Q_2两点，由圆周角定理可知，Q_1、Q_2两点符合题意.

连接 Q_1D，则 $Q_1D=CD=ND=\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

过点 D($\frac{3}{4}$，$\frac{3}{2}$)作对称轴的垂线，垂足为 E，则 E(1，$\frac{3}{2}$)，$Q_1E=Q_2E$，DE=1-$\frac{3}{4}$=$\frac{1}{4}$.

在 Rt△Q_1DE 中，由勾股定理得：$Q_1E=\sqrt{Q_1D^2-DE^2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$. ∴$Q_1$(1，$\frac{3+\sqrt{11}}{2}$)，$Q_2$(1，$\frac{3-\sqrt{11}}{2}$)；

②若点 N 为直角顶点.

过点 N 作 NF⊥CN，交对称轴于点 Q_3，交 y 轴于点 F. 易证 Rt△NFO∽Rt△CNO，则 $\frac{OF}{ON}=\frac{ON}{OC}$，

即 $\frac{OF}{\frac{3}{2}}=\frac{\frac{3}{2}}{3}$，解得 OF=$\frac{3}{4}$. ∴F(0，$-\frac{3}{4}$)，又∵N($\frac{3}{2}$，0)，∴可求得直线 FN 的解析式为：$y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}$.

当 x=1 时，$y=-\frac{1}{4}$，∴Q_3(1，$-\frac{1}{4}$)；

③当点 C 为直角顶点时. 过点 C 作 Q_4C⊥CN，交对称轴于点 Q_4.

∵Q_4C∥FN，∴可设直线 Q_4C 的解析式为：$y=\frac{1}{2}x+b$，

∵点 C(0，3)在该直线上，∴b=3. ∴直线 Q_4C 的解析式为：$y=\frac{1}{2}x+3$，

当 x=1 时，$y=\frac{7}{2}$，∴Q_4(1，$\frac{7}{2}$).

综上所述，满足条件的点 Q 有 4 个，

其坐标分别为：Q_1(1，$\frac{3+\sqrt{11}}{2}$)，Q_2(1，$\frac{3-\sqrt{11}}{2}$)，Q_3(1，$-\frac{1}{4}$)，Q_4(1，$\frac{7}{2}$).

26.(12 分)如图 1，在▱ABCD 中，AH⊥DC，垂足为 H，AB=$4\sqrt{7}$，AD=7，AH=$\sqrt{21}$. 现有两个动点 E，F 同时从点 A 出发，分别以每秒 1 个单位长度、每秒 3 个单位长度的速度沿射线 AC 方向匀速运动，在点 E，F 的运动过程中，以 EF 为边作等边△EFG，使△EFG 与△ABC 在射线 AC 的同侧，当点 E 运动到点 C 时，E，F 两点同时停止运动，设运动时间为 t 秒.

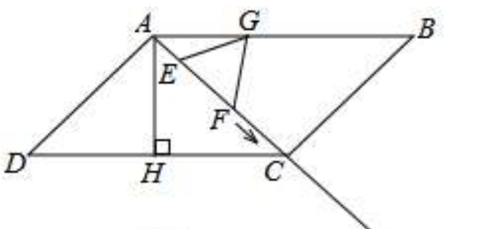


图1

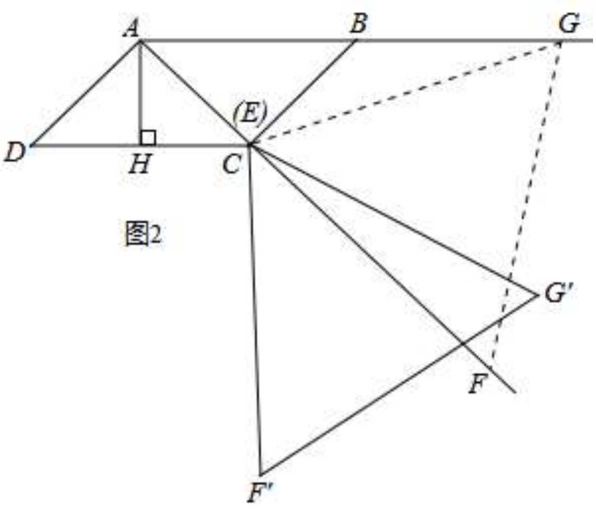
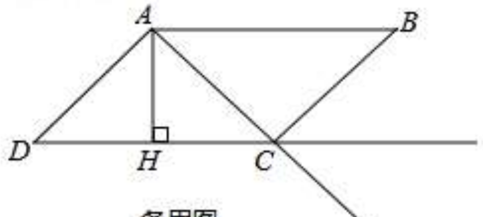


图2



备用图

(1)求线段 AC 的长；

(2)在整个运动过程中，设等边△EFG 与△ABC 重叠部分的面积为 S，请直接写出 S 与 t 之间的函数关系式，并写出相应的自变量 t 的取值范围；

(3)当等边△EFG 的顶点 E 到达点 C 时，如图 2，将△EFG 绕着点 C 旋转一个角度 α（0°＜α＜360°），在旋转过程中，点 E 与点 C 重合，F 的对应点为 F′，G 的对应点为 G′，设直线 F′G′ 与射线 DC、射线 AC 分别相交于 M，N 两点.试问：是否存在点 M，N，使得△CMN 是以∠MCN 为底角的等腰三角形？若存在，请求出 CM 的长度；若不存在，请说明理由.

解析：(1)利用平行四边形性质、勾股定理，求出 DH、CH 的长度，可以判定△ACD 为等腰三角形，则 AC=AD=7；

(2)首先证明点 G 始终在直线 AB 上，然后分析运动过程，求出不同时间段内 S 的表达式：

①当 $0\leqslant t\leqslant \frac{7}{3}$时，如答图 2-1 所示，等边△EFG 在△内部；

②当$\frac{7}{3}<t\leqslant 4$时，如答图 2-2 所示，点 G 在线段 AB 上，点 F 在 AC 的延长线上；

③当 $4<t\leqslant 7$时，如答图 2-3 所示，点 G、F 分别在 AB、AC 的延长线上，点 E 在线段 AC 上.

(3)因为∠MCN 为等腰三角形的底角，因此只可能有两种情形：

①若点 N 为等腰三角形的顶点，如答图 3-1 所示；

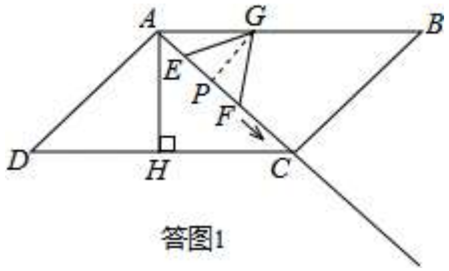
②若点 M 为等腰三角形的顶点，如答图 3-2 所示.

答案：(1)∵▱ABCD，∴CD=AB=$4\sqrt{7}$.

在 Rt△ADH 中，由勾股定理得：DH=$\sqrt{AD^2-AH^2}$=$\sqrt{49-21}$=$2\sqrt{7}$，∴CH=DH.∴AC=AD=7.

(2)在运动过程中，AE=t，AF=3t，∴等边△EFG 的边长 EF=EG=GF=2t.

如答图 1，过点 G 作 GP⊥AC 于点 P，则 EP=$\frac{1}{2}$EG=t，GP=$\frac{\sqrt{3}}{2}$EG=$\sqrt{3}$t.



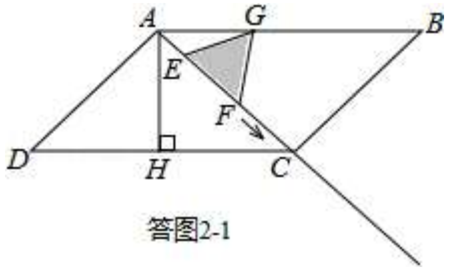
答图1

∴AP=AE+EP=2t.∴tan∠GAC=$\frac{GP}{AP}=\frac{\sqrt{3}t}{2t}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∵tan∠BAC=tan∠ACH=$\frac{AH}{CH}=\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴tan∠GAC=tan∠BAC，∴点 G 始终在射线 AB 上.

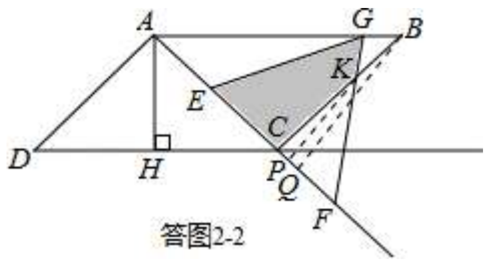
设∠BAC=∠ACH=θ，则 $\sin\theta=\frac{AH}{AC}=\frac{\sqrt{21}}{7}$，$\cos\theta=\frac{CH}{AC}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

①当 $0\leqslant t\leqslant \frac{7}{3}$时，如答图 2-1 所示，等边△EFG 在△内部.$S=S_{\triangle EFG}=\frac{\sqrt{3}}{4}EF^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(2t)^2=\sqrt{3}t^2$；



答图2-1

②当$\frac{7}{3}$<t≤4 时，如答图 2-2 所示，点 G 在线段 AB 上，点 F 在 AC 的延长线上.



答图2-2

过点 B 作 BQ⊥AF 于点 Q，则 $BQ=AB\cdot\sin\theta=4\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=4\sqrt{3}$，$AQ=AB\cdot\cos\theta=4\sqrt{7}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}=8$.

∴CQ=AQ−AC=8−7=1.

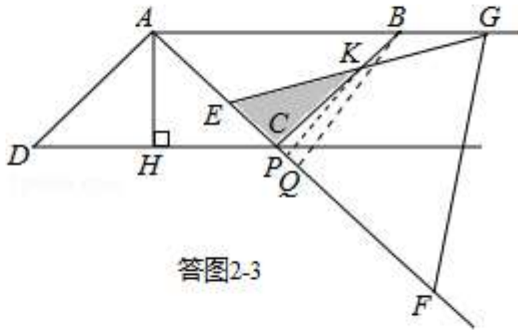
设 BC 与 GF 交于点 K，过点 K 作 KP⊥AF 于点 P，

设 KP=x，则 $PF=\frac{KP}{\tan60^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，∴$CP=CF-PF=3t-7-\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

∵PK∥BQ，∴$\frac{KP}{BQ}=\frac{CP}{CQ}$，即$\frac{x}{4\sqrt{3}}=\frac{3t-7-\frac{\sqrt{3}}{3}x}{1}$，解得：$x=\frac{4\sqrt{3}}{5}(3t-7)$.

∴$S=S_{\triangle EFG}-S_{\triangle CFK}=\sqrt{3}t^2-\frac{1}{2}(3t-7)\cdot\frac{4\sqrt{3}}{5}(3t-7)=-\frac{13\sqrt{3}}{5}t^2+\frac{84\sqrt{3}}{5}t-\frac{98\sqrt{3}}{5}$;

③当 4<t≤7 时，如答图 2-3 所示，点 G、F 分别在 AB、AC 的延长线上，点 E 在线段 AC 上.



答图2-3

过点 B 作 BQ⊥AF 于点 Q，则 $BQ=AB\cdot\sin\theta=4\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=4\sqrt{3}$，$AQ=AB\cdot\cos\theta=4\sqrt{7}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}=8$.

∴CQ=AQ−AC=8−7=1.

设 BC 与 GF 交于点 K，过点 K 作 KP⊥AF 于点 P，

设 KP=x，则 $EP=\frac{KP}{\tan60^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，∴$CP=EP-CE=\frac{\sqrt{3}}{3}x-(7-t)=\frac{\sqrt{3}}{3}x-7+t$.

∵PK∥BQ，∴$\frac{KP}{BQ}=\frac{CP}{CQ}$，即$\frac{x}{4\sqrt{3}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}x-7+t}{1}$，解得：$x=\frac{4\sqrt{3}}{3}(7-t)$.

∴$S=S_{\triangle CEK}=\frac{1}{2}(7-t)\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}(7-t)=\frac{2\sqrt{3}}{3}t^2-\frac{28\sqrt{3}}{3}t+\frac{98\sqrt{3}}{3}$.

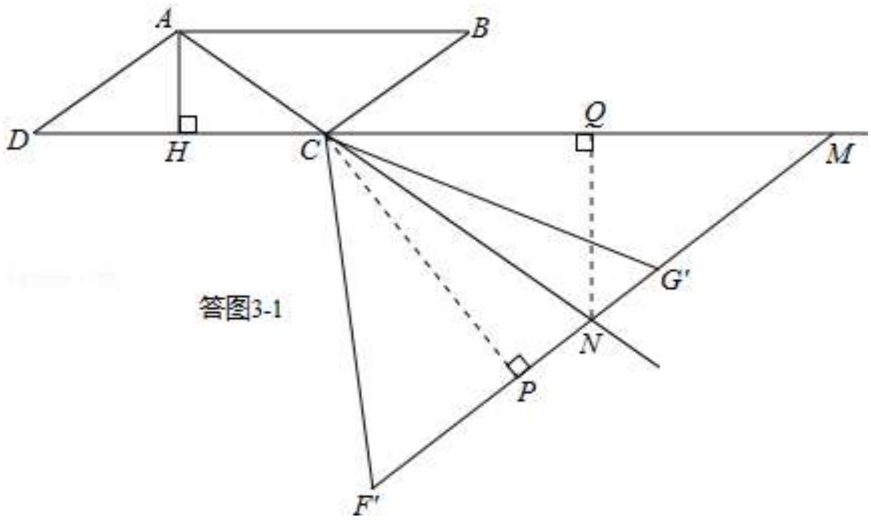
综上所述，S 与 t 之间的函数关系式为：$S=\begin{cases}\sqrt{3}t^2\ (0\leqslant t\leqslant \frac{7}{3})\\ -\frac{13\sqrt{3}}{5}t^2+\frac{84\sqrt{3}}{5}t-\frac{98\sqrt{3}}{5}\ (\frac{7}{3}<t\leqslant 4)\\ \frac{2\sqrt{3}}{3}t^2-\frac{28\sqrt{3}}{3}t+\frac{98\sqrt{3}}{3}\ (4<t\leqslant 7)\end{cases}$.

(3)设∠ACH=θ，则 $\tan\theta=\frac{AH}{CH}=\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\theta=\frac{CH}{AC}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

当点 E 与点 C 重合时，t=7，∴等边△EFG 的边长=2t=14.

假设存在点 M，N，使得△CMN 是以∠MCN 为底角的等腰三角形，

①若点 N 为等腰三角形的顶点，如答图 3-1 所示，则∠NMC=∠MCN=θ.



答图3-1

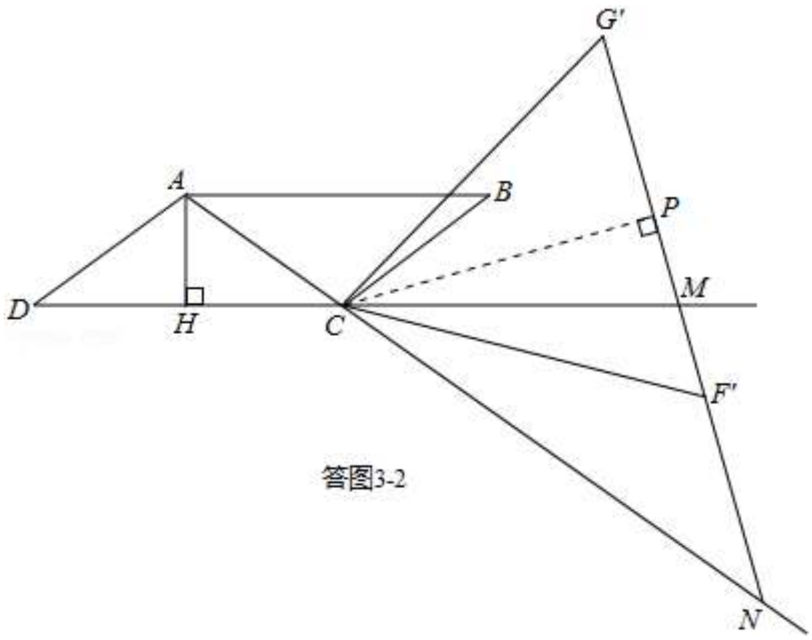
过点 C 作 CP⊥F′M 于点 P，则 $CP=\frac{\sqrt{3}}{2}CF'=7\sqrt{3}$. ∴$PM=\frac{CP}{\tan\theta}=\frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=14$.

设 CN=MN=x，则 PN=PM-MN=14-x.

在 Rt△CNP 中，由勾股定理得：$CP^2+PN^2=CN^2$，即：$(7\sqrt{3})^2+(14-x)^2=x^2$，解得：$x=\frac{49}{4}$.

过点 N 作 NQ⊥CM 于点 Q，∴$CM=2CQ=2CN\cdot\cos\theta=2\times\frac{49}{4}\times\frac{2\sqrt{7}}{7}=7\sqrt{7}$;

②若点 M 为等腰三角形的顶点，如答图 3-2 所示，则∠MNC=∠MCN=θ.



答图3-2

过点 C 作 CP⊥G′ N 于点 P，则 CP=$\frac{\sqrt{3}}{2}$CF′ =$7\sqrt{3}$. ∴PN=$\frac{CP}{\tan\theta}$=$\frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$=14.

设 CM=MN=x，则 PM=PN-MN=14-x.

在 Rt△CMP 中，由勾股定理得：$CP^2+PM^2=CM^2$，即：$(7\sqrt{3})^2+(14-x)^2=x^2$，∴CM=x=$\frac{49}{4}$.

综上所述，存在点 M，N，使得△CMN 是以∠MCN 为底角的等腰三角形，CM 的长度为 $7\sqrt{7}$或$\frac{49}{4}$.