2018年上海市金山区中考二模数学

一、选择题：(本大题共6题，每题4分，满分24分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1.下列各数中，相反数等于本身的数是(　)
A.-1
B.0
C.1
D.2
解析：根据相反数的意义，只有符号不同的数为相反数.
相反数等于本身的数是0.
答案：B

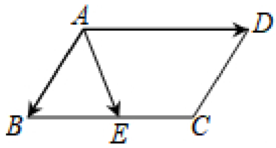
2.单项式$2a^3b$的次数是(　)
A.2
B.3
C.4
D.5
解析：根据单项式的性质即可求出答案.
该单项式的次数为：4.
答案：C

3.如果将抛物线$y=-2x^2$向上平移1个单位，那么所得新抛物线的表达式是(　)
A.$y=-2(x+1)^2$
B.$y=-2(x-1)^2$
C.$y=-2x^2-1$
D.$y=-2x^2+1$
解析：直接利用抛物线平移规律：上加下减，左加右减进而得出平移后的解析式.
∵将抛物线$y=-2x^2$向上平移1个单位，
∴平移后的抛物线的解析式为：$y=-2x^2+1$.
答案：D

4.如果一组数据1，2，x，5，6的众数为6，则这组数据的中位数为(　)
A.1
B.2
C.5
D.6
解析：根据众数的定义先求出x的值，再把数据按从小到大的顺序排列，找出最中间的数，即可得出答案.
∵数据1，2，x，5，6的众数为6，
∴x=6，
把这些数从小到大排列为：1，2，5，6，6，最中间的数是5，

则这组数据的中位数为 5.
答案：C

5.如图，▱ABCD 中，E 是 BC 的中点，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{AE}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示为( )



A. $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

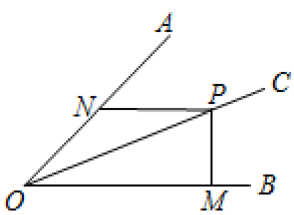
B. $\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$

C. $-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

D. $-\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$

解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，
∴AD∥BC，AD=BC，
∴ $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，
∵BE=CE，
∴ $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\vec{b}$，
∵ $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，
∴ $\overrightarrow{AE}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$.
答案：A

6.如图，∠AOB=45°，OC 是∠AOB 的角平分线，PM⊥OB，垂足为点 M，PN∥OB，PN 与 OA 相交于点 N，那么 $\frac{PM}{PN}$ 的值等于( )



A. $\frac{1}{2}$

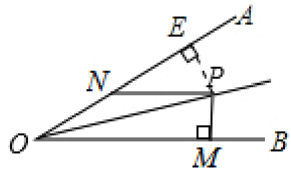
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

解析：过点 P 作 PE⊥OA 于点 E，根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 PE=PM，再根据两直线平行，内错角相等可得∠POM=∠OPN，根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出∠PNE=∠AOB，再根据直角三角形解答.

如图，过点 P 作 PE⊥OA 于点 E，



∵OP 是∠AOB 的平分线，

∴PE=PM，

∵PN∥OB，

∴∠POM=∠OPN，

∴∠PNE=∠PON+∠OPN=∠PON+∠POM=∠AOB=45°，

∴$\dfrac{PM}{PN}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：B

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7.因式分解：$a^2-a=$______.

解析：直接提取公因式 a，进而分解因式得出即可.

$a^2-a=a(a-1)$.

答案：a(a-1)

8.函数：$y=\sqrt{x-2}$ 的定义域是______.

解析：根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，可知：x-2≥0，解得：x≥2.

答案：{x|x≥2}

9.方程 $\dfrac{x}{x-1}=2$ 的解是______.

解析：根据解分式方程的步骤依次计算可得.

分母，得：x=2(x-1)，

解得：x=2，　当 x=2 时，x-1=1≠0，

所以 x=2 是原分式方程的解.

答案：x=2

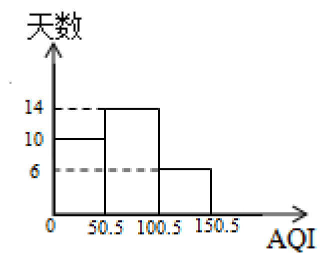
10.函数 y=-x+2 的图象不经过第_____象限.
解析：∵一次函数 y=-x+2 中 k=-1＜0，b=2＞0，
∴此函数的图象经过一、二、四象限，不经过第三象限.
答案：三

11.有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、…、6 点的标记，掷一次骰子，向上的一面出现的点数是素数的概率是_____.
解析：∵一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，掷一次这枚骰子，向上的一面的点数为素数的有 3 种情况，∴掷一次这枚骰子，向上的一面的点数为素数的概率是：$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.
答案：$\frac{1}{2}$

12.若关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围为_____.
解析：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个不相等的实数根，
∴$\triangle=(-4)^2-4m>0$，
解得：m＜4.
答案：m＜4

13.如果梯形的中位线长为 6，一条底边长为 8，那么另一条底边长等于_____.
解析：根据梯形的中位线定理，得 另一底边长=中位线×2-一底边长=2×6-8=4.
答案：4

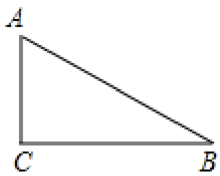
14.空气质量指数，简称 AQI，如果 AQI 在 0～50 空气质量类别为优，在 51～100 空气质量类别为良，在 101～150 空气质量类别为轻度污染，按照某市最近一段时间的 AQI 画出的频数分布直方图如图所示.已知每天的 AQI 都是整数，那么空气质量类别为优和良的天数占总天数的百分比为_____.



解析：空气质量类别为优和良的天数占总天数的百分比为$\frac{10+14}{10+14+6}$×100%=80%.
答案：80

15.一辆汽车在坡度为 1:2.4 的斜坡上向上行驶 130 米，那么这辆汽车的高度上升了_____米.
解析：根据坡度的定义可以求得 AC、BC 的比值，根据 AC、BC 的比值和 AB 的长度即可求得 AC 的值，即可解题.

如图，AB=130 米

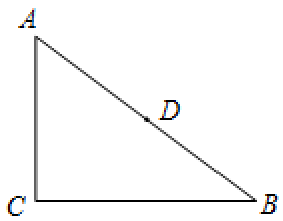


tanB=$\frac{AC}{BC}$=1：2.4，
设 AC=x，则 BC=2.4x，
则 $x^2+(2.4x)^2=130^2$，
解得 x=50.
答案：50

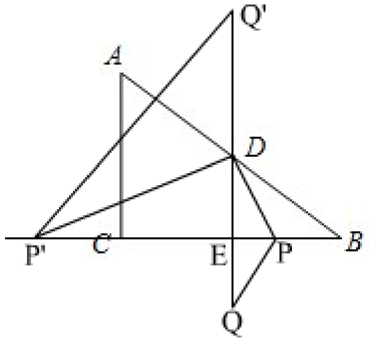
16.如果一个正多边形的中心角等于 30°，那么这个正多边形的边数是_____.
解析：根据正 n 边形的中心角的度数为 360°÷n 进行计算即可得到答案.
360°÷30°=12.
故这个正多边形的边数为 12.
答案：12

17.如果两圆的半径之比为 3：2，当这两圆内切时圆心距为 3，那么当这两圆相交时，圆心距 d 的取值范围是_____.
解析：先根据比例式设两圆半径分别为 3x、2x，根据内切时圆心距列出等式求出半径，然后利用相交时圆心距与半径的关系求解.
设两圆半径分别为 3x，2x，
由题意，得 3x-2x=3，
解得 x=3，
则两圆半径分别为 9，6，
所以当这两圆相交时，圆心距 d 的取值范围是 9-6＜d＜9+6，
即 3＜d＜15.
答案：3＜d＜15

18.如图，Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=6，BC=8，D 是 AB 的中点，P 是直线 BC 上一点，把△BDP 沿 PD 所在的直线翻折后，点 B 落在点 Q 处，如果 QD⊥BC，那么点 P 和点 B 间的距离等于_____.



解析：在 Rt△ACB 中，根据勾股定理可求 AB 的长，根据折叠的性质可得 QD=BD，QP=BP，根据三角形中位线定理可得 DE=$\frac{1}{2}$AC，BD=$\frac{1}{2}$AB，BE=$\frac{1}{2}$BC，再在 Rt△QEP 中，根据勾股定理可求 QP，继而可求得答案.



在 Rt△ACB 中，∠C=90°，AC=6，BC=8，

AB=$\sqrt{6^2+8^2}$ =10，

由折叠的性质可得 QD=BD，QP=BP，
又∵QD⊥BC，
∴DQ∥AC，
∵D 是 AB 的中点，
∴DE=$\frac{1}{2}$AC=3，BD=$\frac{1}{2}$AB=5，BE=$\frac{1}{2}$BC=4，
①当点 P 在 DE 右侧时，
∴QE=5-3=2，
在 Rt△QEP 中，$QP^2=(4-BP)^2+QE^2$，
即 $QP^2=(4-QP)^2+2^2$，
解得 QP=2.5，
则 BP=2.5.
②当点 P 在 DE 左侧时，同①知，BP=10.
综上所述，点 P 和点 B 间的距离等于 2.5 或 10.
答案：2.5 或 10

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算：$\left|\tan 45° - 2\sin 60°\right| + 12^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

解析：直接利用负指数幂的性质以及特殊角的三角函数值和绝对值的性质分别化简得出答案.

答案：原式$=\left|1-\sqrt{3}\right|+2\sqrt{3}-4=\sqrt{3}-1+2\sqrt{3}-4=-5+3\sqrt{3}$.

20. 解方程组：$\begin{cases} x+y=4 \\ x^2-xy=8 \end{cases}$.

解析：把 x+y=4 变形为用含 x 的代数式表示 y，把变形后的方程代入另一个方程，解一元二次方程求出 x 的值，得方程组的解.

答案：$\begin{cases} x+y=4① \\ x^2-xy=8② \end{cases}$，

由①得，y=4-x③，
把③代入②，得 $x^2-x(4-x)=8$，
整理，得 $x^2-2x-4=0$，

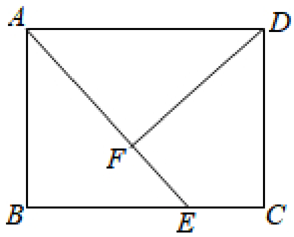
解得：$x_1=1+\sqrt{5}$，$x_2=1-\sqrt{5}$.

把 $x=1+\sqrt{5}$ 代入③，得 $y_1=4-\left(1+\sqrt{5}\right)=3-\sqrt{5}$；

把 $x=1-\sqrt{5}$ 代入③，得 $y_2=4-\left(1-\sqrt{5}\right)=3+\sqrt{5}$；

所以原方程组的解为：$\begin{cases} x_1=1+\sqrt{5} \\ y_1=3-\sqrt{5} \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=1-\sqrt{5} \\ y_2=3+\sqrt{5} \end{cases}$.

21.如图，在矩形 ABCD 中，E 是 BC 边上的点，AE=BC，DF⊥AE，垂足为 F.



(1)求证：AF=BE.
解析：(1)矩形的性质得到 AD=BC，AD∥BC，得到 AD=AE，∠DAF=∠AEB，根据 AAS 定理证明△ABE≌△DFA.
答案：(1)证明：∵四边形 ABCD 是矩形，
∴AD=BC，AD∥BC，
∴AD=AE，∠DAF=∠AEB，
在△ABE 和△DFA 中

$\begin{cases} \angle DAF=\angle AEB \\ \angle AFD=\angle EBA \\ AD=AE \end{cases}$，

∴△ABE≌△DFA，
∴AF=BE.

(2)如果 BE：EC=2：1，求∠CDF 的余切值.
解析：(2)根据全等三角形的性质、勾股定理、余切的定义计算即可.
答案：(2)∵△ABE≌△DFA，
∴AD=AE，∠DAF=∠AEB，
设 CE=k，
∵BE：EC=2：1，

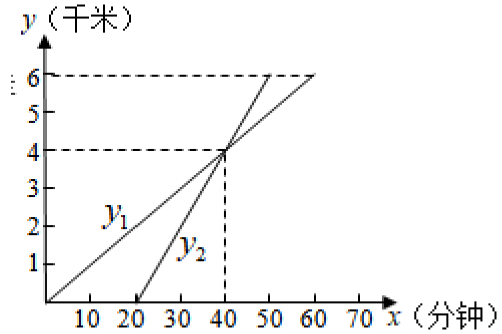
∴BE=2k，
∴AD=AE=3k，

∴ $AB=\sqrt{AE^2-BE^2}=\sqrt{5}k$ ，

∵∠ADF+∠CDF=90°，∠ADF+∠DAF=90°，
∴∠CDF=∠DAE，
∴∠CDF=∠AEB，

∴ $\cot\angle CDF=\cot\angle AEB=\frac{BE}{AB}=\frac{2k}{\sqrt{5}k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

22.九年级学生到距离学校 6 千米的百花公园去春游，一部分学生步行前往，20 分钟后另一部分学生骑自行车前往，设 x(分钟)为步行前往的学生离开学校所走的时间，步行学生走的路程为 y_1 千米，骑自行车学生骑行的路程为 y_2 千米，y_1、y_2 关于 x 的函数图象如图所示.



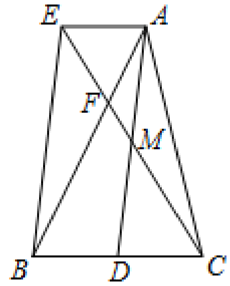
(1)求 y_2 关于 x 的函数解析式.
解析：(1)根据函数图象中的数据可以求得 y_2 关于 x 的函数解析式.
答案：(1)设 y_2 关于 x 的函数解析式是 y_2=kx+b，

$\begin{cases}20k+b=0\\40k+b=4\end{cases}$，得 $\begin{cases}k=0.2\\b=-4\end{cases}$，

即 y_2 关于 x 的函数解析式是 y_2=0.2x-4.

(2)步行的学生和骑自行车的学生谁先到达百花公园，先到了几分钟？
解析：(2)根据函数图象中的数据和题意可以分别求得步行学生和骑自行车学生到达百花公园的时间，从而可以解答本题.
答案：(2)由图象可知，
步行的学生的速度为：4÷40=0.1 千米/分钟，
∴步行同学到达百花公园的时间为：6÷0.1=60(分钟)，
当 y_2=8 时，6=0.2x-4，得 x=50，
60-50=10(分钟)，
答：骑自行车的学生先到达百花公园，先到了 10 分钟.

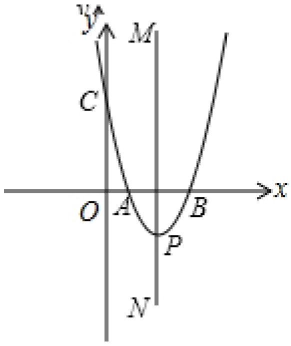
23.如图，已知 AD 是△ABC 的中线，M 是 AD 的中点，过 A 点作 AE∥BC，CM 的延长线与 AE 相交于点 E，与 AB 相交于点 F.



(1)求证：四边形 AEBD 是平行四边形.
解析:(1)先判定△AEM≌△DCM,可得 AE=CD,再根据 AD 是△ABC 的中线,即可得到 AD=CD=BD,依据 AE∥BD，即可得出四边形 AEBD 是平行四边形.
答案：(1)证明：∵M 是 AD 的中点，
∴AM=DM，
∵AE∥BC，
∴∠AEM=∠DCM，
又∵∠AME=∠DMC，
∴△AEM≌△DCM，
∴AE=CD，
又∵AD 是△ABC 的中线，
∴AD=CD=BD，
又∵AE∥BD，
∴四边形 AEBD 是平行四边形.

(2)如果 AC=3AF，求证四边形 AEBD 是矩形.
解析：(2)先判定△AEF∽△BCF，即可得到 AB=3AF，依据 AC=3AF，可得 AB=AC，根据 AD 是△ABC 的中线，可得 AD⊥BC，进而得出四边形 AEBD 是矩形.
答案：(2)∵AE∥BC，
∴△AEF∽△BCF，
∴$\frac{AF}{BF}=\frac{AE}{BC}=\frac{1}{2}$，即 BF=2AF，
∴AB=3AF，
又∵AC=3AF，
∴AB=AC，
又∵AD 是△ABC 的中线，
∴AD⊥BC，
又∵四边形 AEBD 是平行四边形，
∴四边形 AEBD 是矩形.

24.平面直角坐标系 xOy 中(如图)，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A(1，0)和 B(3，0)，与 y 轴相交于点 C，顶点为 P.



(1)求这条抛物线的表达式和顶点 P 的坐标.
解析：(1)利用交点式写出抛物线解析式，把一般式配成顶点式得到顶点 P 的坐标.
答案：(1)抛物线解析式为 $y=(x-1)(x-3)$，
即 $y=x^2-4x+3$，
∵$y=(x-2)^2-1$，
∴顶点 P 的坐标为(2，-1).

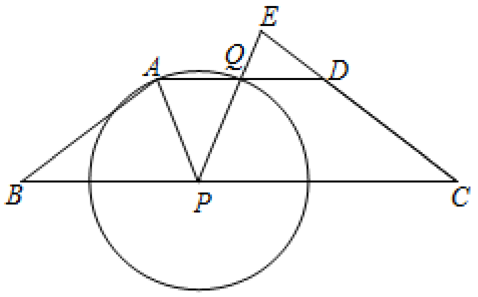
(2)点 E 在抛物线的对称轴上，且 EA=EC，求点 E 的坐标.
解析：(2)设 E(2，t)，根据两点间的距离公式，利用 EA=EC 得到 $(2-1)^2+t^2=2^2+(t-3)^2$，然后解方程求出 t 即可得到 E 点坐标.
答案：(2)抛物线的对称轴为直线 x=2，
设 E(2，t)，
∵EA=EC，
∴$(2-1)^2+t^2=2^2+(t-3)^2$，解得 t=2，
∴E 点坐标为(2，2).

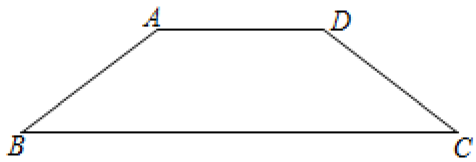
(3)在(2)的条件下，记抛物线的对称轴为直线 MN，点 Q 在直线 MN 右侧的抛物线上，∠MEQ=∠NEB，求点 Q 的坐标.
解析：(3)直线 x=2 交 x 轴于 F，作 MH⊥直线 x=2 于 H，如图，利用 $\tan\angle NEB=\frac{1}{2}$ 得到 $\tan\angle MEQ=\frac{1}{2}$，设 $Q(m，m^2-4m+3)$，则 $HE=m^2-4m+1$，QH=m-2，再在 Rt△QHE 中利用正切的定义得到 $\tan\angle HEQ=\frac{QH}{HE}=\frac{1}{2}$，即 $m^2-4m+1=2(m-2)$，然后解方程求出 m 即可得到 Q 点坐标.
答案：(3)直线 x=2 交 x 轴于 F，作 MH⊥直线 x=2 于 H，如图，
∵∠MEQ=∠NEB，
而 $\tan\angle NEB=\frac{BF}{EF}=\frac{1}{2}$，
∴$\tan\angle MEQ=\frac{1}{2}$，
设 $Q(m，m^2-4m+3)$，则 $HE=m^2-4m+3-2=m^2-4m+1$，QH=m-2，
在 Rt△QHE 中，$\tan\angle HEQ=\frac{QH}{HE}=\frac{1}{2}$，
∴$m^2-4m+1=2(m-2)$，

整理得 $m^2-6m+5=0$，解得 $m_1=1$(舍去)，$m_2=5$，

∴Q 点的坐标为(5，8).

25.如图，已知在梯形 ABCD 中，AD∥BC，AB=DC=AD=5，$\sin B=\frac{3}{5}$，P 是线段 BC 上一点，以 P 为圆心，PA 为半径的⊙P 与射线 AD 的另一个交点为 Q，射线 PQ 与射线 CD 相交于点 E，设 BP=x.





备用图

(1)求证：△ABP∽△ECP.

解析：(1)想办法证明∠B=∠C，∠APB=∠EPC 即可解决问题.

答案：(1)证明：∵四边形 ABCD 是等腰梯形，

∴∠B=∠C，

∵PA=PQ，

∴∠PAQ=∠PQA，

∵AD∥BC，

∴∠PAQ=∠APB，∠PQA=∠EPC，

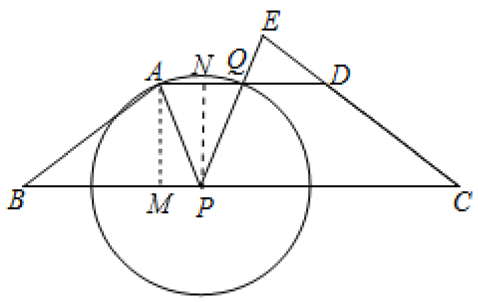
∴∠APB=∠EPC，

∴△ABP∽△ECP.

(2)如果点 Q 在线段 AD 上(与点 A、D 不重合)，设△APQ 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域.

解析：(2)作 AM⊥BC 于 M，PN⊥AD 于 N.则四边形 AMPN 是矩形.想办法求出 AQ、PN 的长即可解决问题.

答案：(2)作 AM⊥BC 于 M，PN⊥AD 于 N.则四边形 AMPN 是矩形.



在 Rt△ABM 中，∵$\sin B=\frac{AM}{AB}=\frac{3}{5}$，AB=5，

∴AM=3，BM=4，

∴PM=AN=x-4，AM=PN=3，

∵PA=PQ，PN⊥AQ，
∴AQ=2AN=2(x-4)，
∴$y=\frac{1}{2}$ •AQ•PN=3x-12(4＜x＜6.5).

(3)如果△QED与△QAP相似，求BP的长.
解析：(3)因为DQ∥PC，所以△EDQ∽△ECP，又△ABP∽△ECP，推出△EDQ∽△ABP，推出△ABP相似△AQP时，△QED与△QAP相似，分两种情形讨论即可解决问题；
答案：(3)∵DQ∥PC，
∴△EDQ∽△ECP，∵△ABP∽△ECP，
∴△EDQ∽△ABP，
∴△ABP相似△AQP时，△QED与△QAP相似，
∵PQ=PA，∠APB=∠PAQ，
∴当BA=BP时，△BAP∽△PAQ，此时BP=AB=5，
当AB=AP时，△APB∽△PAQ，此时PB=2BM=8，
综上所述，当PB=5或8时，△QED与△QAP相似.