2016年普通高等学校招生全国统一考试（新课标III）数学文

一、选择题(共12小题，每小题5分，满分60分)

1. 设集合A={0，2，4，6，8，10}，B={4，8}，则ð$_A$B=(　　)

A.{4，8}

B.{0，2，6}

C.{0，2，6，10}

D.{0，2，4，6，8，10}

解析：集合A={0，2，4，6，8，10}，B={4，8}，则ð$_A$B={0，2，6，10}.

答案：C.

2. 若z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}$=(　　)

A.1

B.-1

C.$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$

D.$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$

解析：z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}=\frac{4-3i}{|4+3i|}=\frac{4-3i}{5}=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$.

答案：D.

3. 已知向量$\overrightarrow{BA}$=($\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$)，$\overrightarrow{BC}$=($\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$)，则∠ABC=(　　)

A.30°

B.45°

C.60°

D.120°

解析：$\overrightarrow{BA}$·$\overrightarrow{BC}$=$\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，|$\overrightarrow{BA}$|=|$\overrightarrow{BC}$|=1；

∴cos∠ABC=$\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

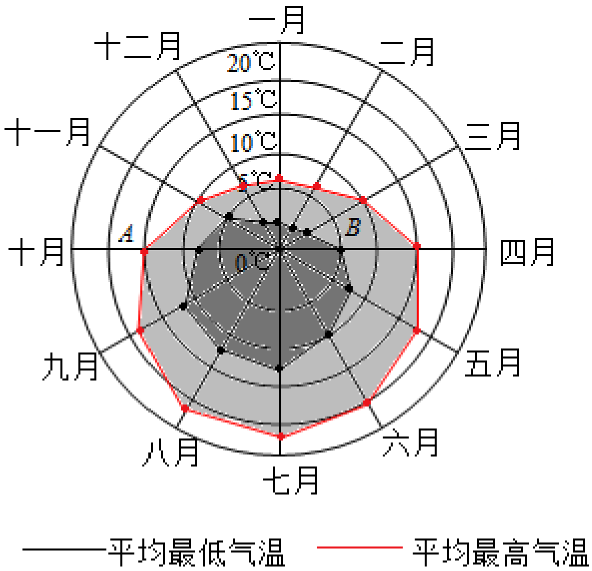
又0≤∠ABC≤180°；

∴∠ABC=30°.

答案：A.

4. 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中A点表示十月的平均最高气温约为15℃，B点表示四月的平均最低气温

约为 5℃，下面叙述不正确的是(　　)



A. 各月的平均最低气温都在 0℃以上

B. 七月的平均温差比一月的平均温差大

C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同

D. 平均最高气温高于 20℃的月份有 5 个

解析：A. 由雷达图知各月的平均最低气温都在 0℃以上，正确

B. 七月的平均温差大约在 10° 左右，一月的平均温差在 5° 左右，故七月的平均温差比一月的平均温差大，正确

C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同，都为 10°，正确

D. 平均最高气温高于 20℃的月份有 7，8 两个月，故 D 错误.

答案：D.

5. 小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是 M，I，N 中的一个字母，第二位是 1，2，3，4，5 中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是(　　)

A. $\frac{8}{15}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{15}$

D. $\frac{1}{30}$

解析：从 M，I，N 中任取一个字母，再从 1，2，3，4，5 中任取一个数字，取法总数为：(M，1)，(M，2)，(M，3)，(M，4)，(M，5)，(I，1)，(I，2)，(I，3)，(I，4)，(I，5)，(N，1)，(N，2)，(N，3)，(N，4)，(N，5)共 15 种.

其中只有一个是小敏的密码前两位.

由随机事件发生的概率可得，小敏输入一次密码能够成功开机的概率是 $\frac{1}{15}$.

答案：C.

6. 若 $\tan\theta=-\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\theta=($　　$)$

A. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

解析：由 $\tan\theta=-\frac{1}{3}$，得 $\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$$=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{4}{5}.$$

答案：D.

7. 已知 $a=2^{\frac{4}{3}}$，$b=3^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}$，则($\quad$)

A. $b<a<c$
B. $a<b<c$
C. $b<c<a$
D. $c<a<b$

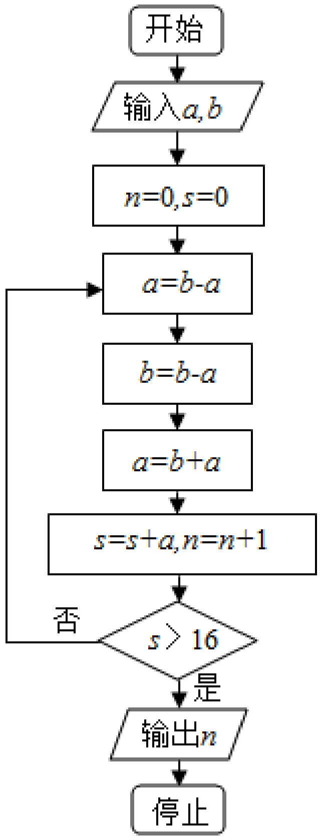
解析：∵$a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$，

$b=3^{\frac{2}{3}}$，

$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，

综上可得：$b<a<c$.
答案：A.

8. 执行如图程序框图，如果输入的 $a=4$，$b=6$，那么输出的 $n=($　　$)$



A. 3
B. 4
C. 5
D. 6
解析：模拟执行程序，可得
a=4，b=6，n=0，s=0
执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=6，n=1
不满足条件 s＞16，执行循环体，a=-2，b=6，a=4，s=10，n=2
不满足条件 s＞16，执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=16，n=3
不满足条件 s＞16，执行循环体，a=-2，b=6，a=4，s=20，n=4
满足条件 s＞16，退出循环，输出 n 的值为 4.
答案：B.

9. 在△ABC 中，B=$\frac{\pi}{4}$，BC 边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，则 sinA=(　　)

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

解析：∵在△ABC 中，B=$\frac{\pi}{4}$，BC 边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，

∴AB=$\frac{\sqrt{2}}{3}$BC，

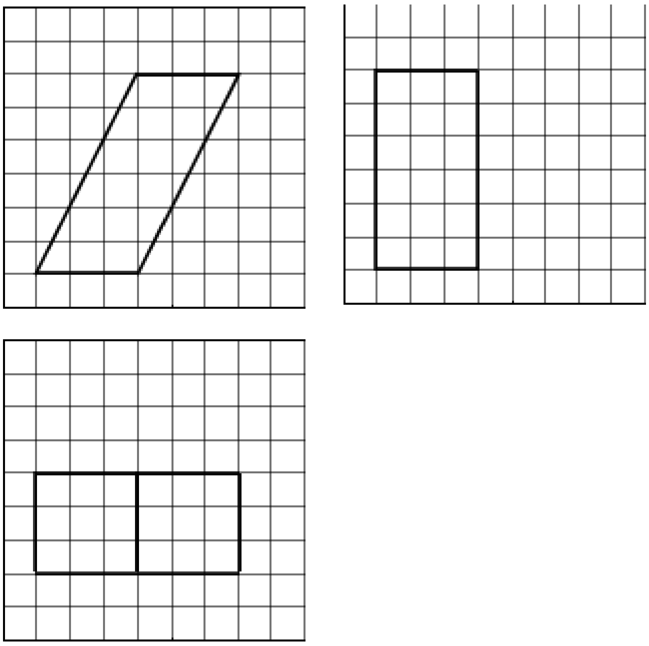
由余弦定理得：AC=$\sqrt{AB^2+BC^2-2?AB\cdot BC\cdot cosB}=\sqrt{\frac{2}{9}BC^2+BC^2-\frac{2}{3}BC^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}BC$，

故$\frac{1}{2}$BC•$\frac{1}{3}$BC=$\frac{1}{2}$AB•AC•sinA=$\frac{1}{2}$•$\frac{\sqrt{2}}{3}$BC•$\frac{\sqrt{5}}{3}$BC•sinA，

∴sinA=$\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

答案：D.

10. 网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为(　　)



A. 18+36$\sqrt{5}$

B. 54+18$\sqrt{5}$

C. 90

D. 81

解析：由已知中的三视图可得：该几何体是一个以俯视图为底面的四棱柱，

其底面面积为：3×6=18，
前后侧面的面积为：3×6×2=36，
左右侧面的面积为：3× $\sqrt{3^2+6^2}$ ×2=18 $\sqrt{5}$，

故棱柱的表面积为：18+36+9 $\sqrt{5}$ =54+18 $\sqrt{5}$.

答案：B.

11. 在封闭的直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球，若 AB⊥BC，AB=6，BC=8，AA_1=3，则 V 的最大值是(　　)
A. 4π
B. $\dfrac{9\pi}{2}$
C. 6π
D. $\dfrac{32\pi}{3}$
解析：∵AB⊥BC，AB=6，BC=8，
∴AC=10.
故三角形 ABC 的内切圆半径 r= $\dfrac{6+8-10}{2}$ =2，
又由 AA_1=3，
故直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 的内切球半径为 $\dfrac{3}{2}$，
此时 V 的最大值 $\dfrac{4}{3}$ π•($\dfrac{3}{2}$)^3= $\dfrac{9\pi}{2}$.
答案：B.

12. 已知 O 为坐标原点，F 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (a＞b＞0)的左焦点，A，B 分别为 C 的左，右顶点.P 为 C 上一点，且 PF⊥x 轴，过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M，与 y 轴交于点 E.若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为(　　)
A. $\dfrac{1}{3}$
B. $\dfrac{1}{2}$
C. $\dfrac{2}{3}$
D. $\dfrac{3}{4}$
解析：由题意可设 F(-c，0)，A(-a，0)，B(a，0)，

令 x=-c，代入椭圆方程可得 y=±b $\sqrt{1-\dfrac{c^2}{a^2}}=\pm\dfrac{b^2}{a}$，

可得 P(-c，$\frac{b^2}{a}$)，

设直线 AE 的方程为 y=k(x+a)，

令 x=-c，可得 M(-c，k(a-c))，令 x=0，可得 E(0，ka)，

设 OE 的中点为 H，可得 H(0，$\frac{ka}{2}$)，

由 B，H，M 三点共线，可得 $k_{BH}=k_{BM}$，

即为 $\frac{\frac{ka}{2}}{-a}=\frac{k(a-c)}{-c-a}$，

化简可得 $\frac{a-c}{a+c}=\frac{1}{2}$，即为 a=3c，

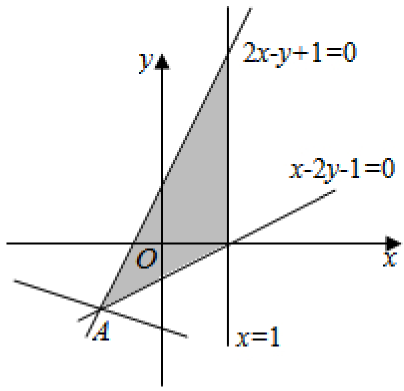
可得 e=$\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

答案：A.

二、填空题(共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分)

13. 设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\geq 0\\ x-2y-1\leq 0\\ x\leq 1\end{cases}$，则 z=2x+3y-5 的最小值为_____.

解析：由约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\geq 0\\ x-2y-1\leq 0\\ x\leq 1\end{cases}$ 作出可行域如图，



联立 $\begin{cases}2x-y+1=0\\ x-2y-1=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-1\\ y=-1\end{cases}$，即 A(-1，-1).

化目标函数 z=2x+3y-5 为 y=$-\frac{2}{3}$x+$\frac{z}{3}+\frac{5}{3}$.

由图可知，当直线 y=$-\frac{2}{3}$ x+$\frac{z}{3}+\frac{5}{3}$ 过 A 时，直线在 y 轴上的截距最小，z 有最小值为 2×(-1)+3×(-1)-5=-10.

答案：-10.

14. 函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 $y=2\sin x$ 的图象至少向右平移_____个单位长度得到.

解析：∵$y=f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，

令 $f(x)=2\sin x$，

则 $f(x-\phi)=2\sin(x-\phi)(\phi>0)$，

依题意可得 $2\sin(x-\phi)=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$，

故 $-\phi=2k\pi-\frac{\pi}{3}(k\in Z)$，

即 $\phi=-2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in Z)$，

当 $k=0$ 时，正数 $\phi_{min}=\frac{\pi}{3}$.

答案：$\frac{\pi}{3}$.

15. 已知直线 l：$x-\sqrt{3}y+6=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A，B 两点，过 A，B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C，D 两点.则|CD|=_____.

解析：由题意，圆心到直线的距离 $d=\frac{6}{\sqrt{1+3}}=3$，

∴$|AB|=2\sqrt{12-9}=2\sqrt{3}$，

∵直线 l：$x-\sqrt{3}y+6=0$

∴直线 l 的倾斜角为 30°，

∵过 A，B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C，D 两点，

∴$|CD|=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

答案：4.

16. 已知 f(x)为偶函数，当 x≤0 时，$f(x)=e^{-x-1}-x$，则曲线 y=f(x)在点(1，2)处的切线方程是_____.

解析：已知 f(x)为偶函数，当 x≤0 时，$f(x)=e^{-x-1}-x$，

设 x＞0，则-x＜0，

∴$f(x)=f(-x)=e^{x-1}+x$，

则 $f'(x)=e^{x-1}+1$，

$f'(1)=e^0+1=2$.

∴曲线 $y=f(x)$ 在点(1，2)处的切线方程是 $y-2=2(x-1)$.

即 $y=2x$.

答案：$y=2x$.

三、解答题(共 5 小题，满分 60 分)

17. 已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

(1)求 a_2，a_3；

(2)求$\{a_n\}$的通项公式.

解析：(1)根据题意，由数列的递推公式，令 n=1 可得 $a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$，将 $a_1=1$ 代入可得 a_2 的值，进而令 n=2 可得 $a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，将 $a_2=\frac{1}{2}$ 代入计算可得 a_3 的值，即可得答案；

(2)根据题意，将 $a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$ 变形可得 $(a_n-2a_{n+1})(a_n+a_{n+1})=0$，进而分析可得 $a_n=2a_{n+1}$ 或 $a_n=-a_{n+1}$，结合数列各项为正可得 $a_n=2a_{n+1}$，结合等比数列的性质可得$\{a_n\}$是首项为 $a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，由等比数列的通项公式计算可得答案.

答案：(1)根据题意，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$，

当 n=1 时，有 $a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$，

而 $a_1=1$，则有 $1-(2a_2-1)-2a_2=0$，解可得 $a_2=\frac{1}{2}$，

当 n=2 时，有 $a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，

又由 $a_2=\frac{1}{2}$，解可得 $a_3=\frac{1}{4}$，

故 $a_2=\frac{1}{2}$，$a_3=\frac{1}{4}$；

(2)根据题意，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$，

变形可得 $(a_n-2a_{n+1})(a_n+1)=0$，

即有 $a_n=2a_{n+1}$ 或 $a_n=-1$，

又由数列$\{a_n\}$各项都为正数，

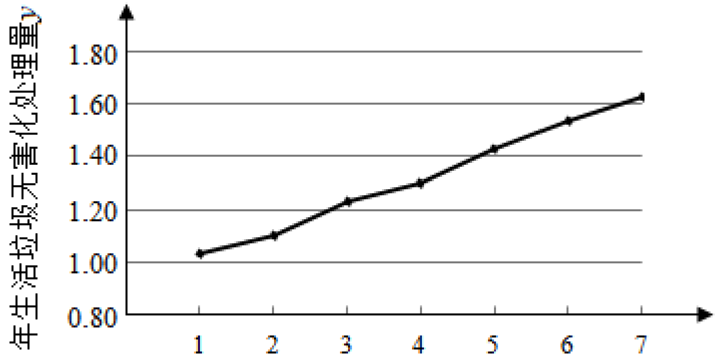
则有 $a_n=2a_{n+1}$，

故数列$\{a_n\}$是首项为 $a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，

则 $a_n=1\times(\frac{1}{2})^{n-1}=\frac{1}{2}^{n-1}$，

故 $a_n=\frac{1}{2}^{n-1}$.

18. 如图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量(单位：亿吨)的折线图.



注：年份代码 1-7 分别对应年份 2008-2014.

(1)由折线图看出，可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系，请用相关系数加以证明；

(2)建立 y 关于 t 的回归方程(系数精确到 0.01)，预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

附注：

参考数据：$\sum_{i=1}^{7} y_i = 9.32$，$\sum_{i=1}^{7} t_i y_i = 40.17$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}\left(y_i - \bar{y}\right)^2} = 0.55$，$\sqrt{7} \approx 2.646$.

参考公式：$r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(t_i - \bar{t}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(t_i - \bar{t}\right)^2 \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}}$，

回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b} t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(t_i + \bar{t}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(t_i - \bar{t}\right)^2}$，

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$.

解析：(1)由折线图看出，y 与 t 之间存在较强的正相关关系，将已知数据代入相关系数方程，可得答案；

(2)根据已知中的数据，求出回归系数，可得回归方程，2016 年对应的 t 值为 9，代入可预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

答案：(1)由折线图看出，y 与 t 之间存在较强的正相关关系，理由如下：

∵

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{7}\left(t_i - \bar{t}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}\left(t_i - \bar{t}\right)^2 \sum_{i=1}^{7}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{7} t_i y_i - 7\bar{t}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}\left(t_i - \bar{t}\right)^2 \sum_{i=1}^{7}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}} \approx \frac{40.17 - 4 \times 9.32}{2\sqrt{7} \cdot 0.55} \approx \frac{2.89}{2.9106} \approx 0.996$$

，

∵0.996＞0.75，

故 y 与 t 之间存在较强的正相关关系；

(2) $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(t_i-\bar{t}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(t_i-\bar{t}\right)^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i-7\bar{t}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{7}t_i^2-7\bar{t}^2}\approx\dfrac{2.89}{28}$ ≈0.103，

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$ ≈1.331-0.103×4≈0.92，

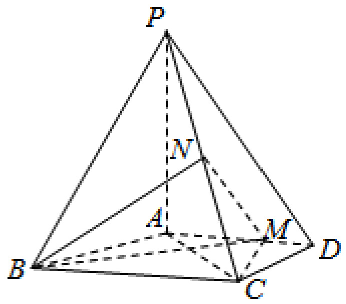
∴y 关于 t 的回归方程 $\hat{y}$ =0.10t+0.92，

2016 年对应的 t 值为 9，

故 $\hat{y}$ =0.10×9+0.92=1.82，

预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量为 1.82 亿吨.

19. 如图，四棱锥 P-ABCD 中，PA⊥底面 ABCD，AD∥BC，AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M 为线段 AD 上一点，AM=2MD，N 为 PC 的中点.



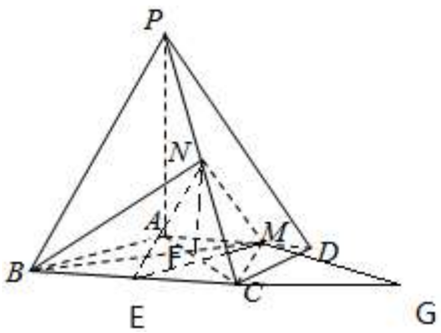
(Ⅰ)证明 MN∥平面 PAB;

(Ⅱ)求四面体 N-BCM 的体积.

解析：(Ⅰ)取 BC 中点 E，连结 EN，EM，得 NE 是△PBC 的中位线，推导出四边形 ABEM 是平行四边形，由此能证明 MN∥平面 PAB.

(Ⅱ)取 AC 中点 F，连结 NF，NF 是△PAC 的中位线，推导出 NF⊥面 ABCD，延长 BC 至 G，使得 CG=AM，连结 GM，则四边形 AGCM 是平行四边形，由此能求出四面体 N-BCM 的体积.

答案：(Ⅰ)取 BC 中点 E，连结 EN，EM，



∵N 为 PC 的中点，∴NE 是△PBC 的中位线，

∴NE∥PB，

又∵AD∥BC，∴BE∥AD，

∵AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M 为线段 AD 上一点，AM=2MD，

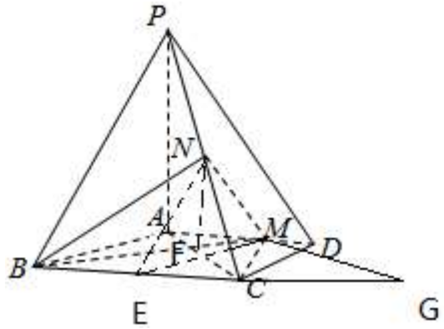
∴$BE=\frac{1}{2}BC=AM=2$，

∴四边形 ABEM 是平行四边形，

∴EM∥AB，∴平面 NEM∥平面 PAB，

∵$MN\subset$平面 NEM，∴MN∥平面 PAB.

解：(Ⅱ)取 AC 中点 F，连结 NF，



∵NF 是△PAC 的中位线，

∴NF∥PA，$NF=\frac{1}{2}PA=2$，

又∵PA⊥面 ABCD，∴NF⊥面 ABCD，

如图，延长 BC 至 G，使得 CG=AM，连结 GM，

∵AM$\underline{\underline{//}}$CG，∴四边形 AGCM 是平行四边形，

∴AC=MG=3，

又∵ME=3，EC=CG=2，

∴△MEG 的高 $h=\sqrt{5}$，

∴$S_{\triangle BCM}=\frac{1}{2}\times BC\times h=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$，

∴四面体 N-BCM 的体积 $V_{N-BCM}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BCM}\times NF=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{5}\times 2=\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

20. 已知抛物线 C：$y^2=2x$ 的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线 l_1，l_2 分别交 C 于 A，B 两点，交 C 的准线于 P，Q 两点.

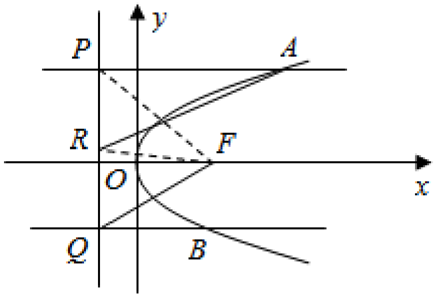
(Ⅰ)若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 AR∥FQ；

(Ⅱ)若△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程.

解析：(Ⅰ)连接 RF，PF，利用等角的余角相等，证明∠PRA=∠PRF，即可证明 AR∥FQ；

(Ⅱ)利用△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求出 N 的坐标，利用点差法求 AB 中点的轨迹方程.

答案：(Ⅰ)证明：连接 RF，PF，



由 AP=AF，BQ=BF 及 AP∥BQ，得∠AFP+∠BFQ=90°，

∴∠PFQ=90°，

∵R 是 PQ 的中点，

∴RF=RP=RQ，

∴△PAR≌△FAR，

∴∠PAR=∠FAR，∠PRA=∠FRA，

∵∠BQF+∠BFQ=180°－∠QBF=∠PAF=2∠PAR，

∴∠FQB=∠PAR，

∴∠PRA=∠PRF，

∴AR∥FQ.

(Ⅱ)设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，

$F(\frac{1}{2}, 0)$，准线为 $x=-\frac{1}{2}$，

$S_{\triangle PQF}=\frac{1}{2}|PQ|=\frac{1}{2}|y_1-y_2|$，

设直线 AB 与 x 轴交点为 N，

∴$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|FN||y_1-y_2|$，

∵△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，

∴$2|FN|=1$，∴$x_N=1$，即 N(1，0).

设 AB 中点为 M(x，y)，由 $\begin{cases} y_1^2=2x_1 \\ y_2^2=2x_2 \end{cases}$ 得 $y_1^2-y_2^2=2(x_1-x_2)$，

又 $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y}{x-1}$，

∴$\frac{y}{x-1}=\frac{1}{y}$，即 $y^2=x-1$.

∴AB 中点轨迹方程为 $y^2=x-1$.

21．设函数 $f(x)=\ln x-x+1$.

(1)讨论 f(x)的单调性；

(2)证明当 $x\in(1, +\infty)$时，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$；

(3)设 c＞1，证明当 $x\in(0, 1)$时，$1+(c-1)x>c^x$.

解析：(1)求出导数，由导数大于 0，可得增区间；导数小于 0，可得减区间，注意函数的定义域；

(2)由题意可得即证 $\ln x < x-1 < x\ln x$.运用(1)的单调性可得 $\ln x < x-1$，设 $F(x)=x\ln x-x+1$，$x>1$，求出单调性，即可得到 $x-1 < x\ln x$ 成立；

(3)设 $G(x)=1+(c-1)x-c^x$，求出导数，可令 $G'(x)=0$，由 $c>1$，$x\in(0，1)$，可得 $1<\dfrac{c-1}{\ln c}<c$，由(1)可得 $c^x=\dfrac{c-1}{\ln c}$ 恰有一解，设为 $x=x_0$ 是 $G(x)$ 的最小值点，运用最值，结合不等式的性质，即可得证.

答案：(1)函数 $f(x)=\ln x-x+1$ 的导数为 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-1$，

由 $f'(x)>0$，可得 $0<x<1$；由 $f'(x)<0$，可得 $x>1$.

即有 $f(x)$ 的增区间为 $(0，1)$；减区间为 $(1，+\infty)$；

(2)证明：当 $x\in(1，+\infty)$ 时，$1<\dfrac{x-1}{\ln x}<x$，即为 $\ln x<x-1<x\ln x$.

由(1)可得 $f(x)=\ln x-x+1$ 在 $(1，+\infty)$ 递减，

可得 $f(x)<f(1)=0$，即有 $\ln x<x-1$；

设 $F(x)=x\ln x-x+1$，$x>1$，$F'(x)=1+\ln x-1=\ln x$，

当 $x>1$ 时，$F'(x)>0$，可得 $F(x)$ 递增，即有 $F(x)>F(1)=0$，

即有 $x\ln x>x-1$，则原不等式成立；

(3)证明：设 $G(x)=1+(c-1)x-c^x$，$G'(x)=c-1-c^x\ln c$，

可令 $G'(x)=0$，可得 $c^x=\dfrac{c-1}{\ln c}$，

由 $c>1$，$x\in(0，1)$，可得 $1<c^x<c$，即 $1<\dfrac{c-1}{\ln c}<c$，

由(1)可得 $c^x=\dfrac{c-1}{\ln c}$ 恰有一解，设为 $x=x_0$ 是 $G(x)$ 的最大值点，且 $0<x_0<1$，

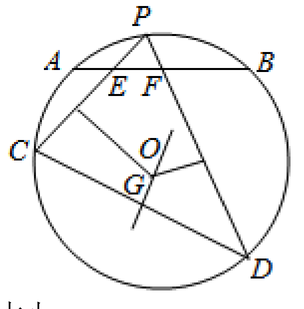
由 $G(0)=G(1)=0$，且 $G(x)$ 在 $(0，x_0)$ 递增，在 $(x_0，1)$ 递减，

可得 $G(x_0)=1+(c-1)x_0-c^{x_0}>0$ 成立，

则 $c>1$，当 $x\in(0，1)$ 时，$1+(c-1)x>c^x$.

请考生在第 22-24 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22. 如图，⊙O 中 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点为 P，弦 PC，PD 分别交 AB 于 E，F 两点.



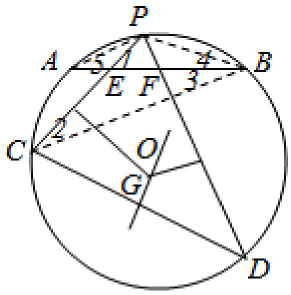
(1)若∠PFB=2∠PCD，求∠PCD 的大小；

(2)若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G，证明：OG⊥CD.

解析：(1)连接 PA，PB，BC，设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，运用圆的性质和四点共圆的判断，可得 E，C，D，F 共圆，再由圆内接四边形的性质，即可得到所求∠PCD 的度数；

(2)运用圆的定义和 E，C，D，F 共圆，可得 G 为圆心，G 在 CD 的中垂线上，即可得证.

答案：(1)解：连接 PB，BC，



设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，

∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，

由⊙O 中$\overset{\frown}{AB}$的中点为 P，可得∠4=∠5，

在△EBC 中，∠1=∠2+∠3，

又∠D=∠3+∠4，∠2=∠5，

即有∠2=∠4，则∠D=∠1，

则四点 E，C，D，F 共圆，

可得∠EFD+∠PCD=180°，

由∠PFB=∠EFD=2∠PCD，

即有 3∠PCD=180°，

可得∠PCD=60°；

(2)证明：由 C，D，E，F 共圆，

由 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G

可得 G 为圆心，即有 GC=GD，

则 G 在 CD 的中垂线，又 CD 为圆 G 的弦，

则 OG⊥CD.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1的参数方程为$\begin{cases} x=\sqrt{3}cos\alpha \\ y=sin\alpha \end{cases}$（α 为参数)，以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2的极坐标方程为$\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

(1)写出 C_1的普通方程和 C_2的直角坐标方程；

(2)设点 P 在 C_1上，点 Q 在 C_2上，求|PQ|的最小值及此时 P 的直角坐标.

解析：(1)运用两边平方和同角的平方关系，即可得到 C_1的普通方程，运用 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，以及两角和的正弦公式，化简可得 C_2的直角坐标方程；

(2)由题意可得当直线 x+y-4=0 的平行线与椭圆相切时，|PQ|取得最值.设与直线 x+y-4=0 平行的直线方程为 x+y+t=0，代入椭圆方程，运用判别式为 0，求得 t，再由平行线的距离公式，可得|PQ|的最小值，解方程可得 P 的直角坐标.

答案：(1)曲线 C_1的参数方程为 x= $\begin{cases} x=\sqrt{3}cos\alpha \\ y=sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数)，

移项后两边平方可得 $\frac{x^2}{3}$ +y^2=$\cos^2$α +$\sin^2$α =1，

即有椭圆 C_1：$\frac{x^2}{3}$ +y^2=1；

曲线 C_2的极坐标方程为ρsin(θ+$\frac{\pi}{4}$)=2$\sqrt{2}$，

即有ρ($\frac{\sqrt{2}}{2}$sinθ+$\frac{\sqrt{2}}{2}$cosθ)=2$\sqrt{2}$，

由 x=ρcosθ，y=ρsinθ，可得 x+y-4=0，
即有 C_2的直角坐标方程为直线 x+y-4=0；
(2)由题意可得当直线 x+y-4=0 的平行线与椭圆相切时，
|PQ|取得最值.
设与直线 x+y-4=0 平行的直线方程为 x+y+t=0，

联立$\begin{cases} x+y+t=0 \\ x^2+3y^2=3 \end{cases}$可得 $4x^2$+6tx+$3t^2$-3=0，

由直线与椭圆相切，可得△=$36t^2$-16($3t^2$-3)=0，
解得 t=±2，
显然 t=-2 时，|PQ|取得最小值，

即有|PQ|=$\frac{|-4-(-2)|?}{\sqrt{1+1}}$=$\sqrt{2}$，

此时 $4x^2$-12x+9=0，解得 x=$\frac{3}{2}$，

即为 P($\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$).

[选修 4-5：不等式选讲]
24. 已知函数 f(x)=|2x-a|+a.
(1)当 a=2 时，求不等式 f(x)≤6 的解集；
(2)设函数 g(x)=|2x-1|，当 x∈R 时，f(x)+g(x)≥3，求 a 的取值范围.
解析：(1)当 a=2 时，由已知得|2x-2|+2≤6，由此能求出不等式 f(x)≤6 的解集.
(2)由 f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a≥3，得|x-$\frac{1}{2}$+|x-$\frac{a}{2}$|≥$\frac{3-a}{2}$，由此能求出 a 的取值范围.
答案：(1)当 a=2 时，f(x)=|2x-2|+2，
∵f(x)≤6，∴|2x-2|+2≤6，
|2x-2|≤4，|x-1|≤2，

∴$-2\leqslant x-1\leqslant 2$,

解得$-1\leqslant x\leqslant 3$,

∴不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集为$\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$.

(2)∵$g(x)=|2x-1|$,

∴$f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geqslant 3$,

$2|x-\frac{1}{2}|+2|x-\frac{a}{2}|+a\geqslant 3$,

$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{3-a}{2}$,

当 $a\geqslant 3$ 时，成立，

当 $a<3$ 时，$\frac{1}{2}|a-1|\geqslant\frac{3-a}{2}>0$,

∴$(a-1)^2\geqslant(3-a)^2$,

解得 $2\leqslant a<3$,

∴a 的取值范围是$[2, +\infty)$.