2018年广东省广州市中考试卷数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，满分30分.在每小题给出的四个选项中，有一项是符合题目要求的)

1.四个数0，1，$\sqrt{2}$,$\frac{1}{2}$中，无理数的是(　　)

A.$\sqrt{2}$

B.1

C.$\frac{1}{2}$

D.0

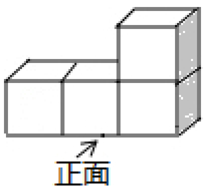
解析：0，1，$\frac{1}{2}$是有理数，$\sqrt{2}$是无理数.

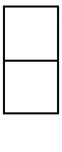
答案：A

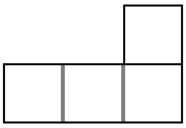
2.如图所示的五角星是轴对称图形，它的对称轴共有(　　)

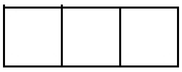
A.1条
B.3条
C.5条
D.无数条
解析：根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.五角星的对称轴共有5条.
答案：C

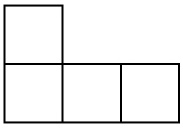
3.如图所示的几何体是由4个相同的小正方体搭成的，它的主视图是(　　)



A.

B. 

C. 

D. 

解析：从正面看第一层是三个小正方形，第二层右边一个小正方形.

答案：B

4.下列计算正确的是(　　)

A. $(a+b)^2=a^2+b^2$

B. $a^2+2a^2=3a^4$

C. $x^2y\div\frac{1}{y}=x^2(y\neq 0)$

D. $(-2x^2)^3=-8x^6$

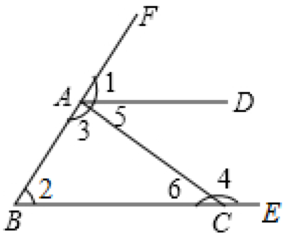
解析：(A)原式$=a^2+2ab+b^2$，故A错误；

(B)原式$=3a^2$，故B错误；

(C)原式$=x^2y^2$，故C错误.

答案：D

5.如图，直线AD，BE被直线BF和AC所截，则∠1的同位角和∠5的内错角分别是(　　)



A. ∠4，∠2

B. ∠2，∠6

C. ∠5，∠4

D. ∠2，∠4

解析：根据同位角：两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的同侧，并且在第三条直线(截线)的同旁，则这样一对角叫做同位角进行分析即可.

根据内错角：两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的之间，并且在第三条直线(截线)的两旁，则这样一对角叫做内错角进行分析即可.

∠1的同位角是∠2，∠5的内错角是∠6.

答案：B

6. 甲袋中装有2个相同的小球，分别写有数字1和2：乙袋中装有2个相同的小球，分别

写有数字 1 和 2.从两个口袋中各随机取出 1 个小球，取出的两个小球上都写有数字 2 的概率是(　　)

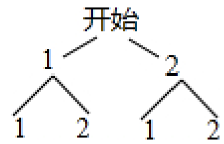
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

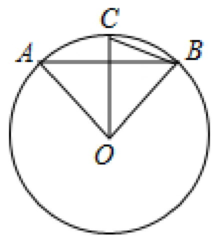
解析：如图所示：



一共有 4 种可能，取出的两个小球上都写有数字 2 的有 1 种情况，故取出的两个小球上都写有数字 2 的概率是：$\frac{1}{4}$.

答案：C

7.如图，AB 是⊙O 的弦，OC⊥AB，交⊙O 于点 C，连接 OA，OB，BC，若∠ABC=20°，则∠AOB 的度数是(　　)



A.40°

B.50°

C.70°

D.80°

解析：∵∠ABC=20°，∴∠AOC=40°，

∵AB 是⊙O 的弦，OC⊥AB，∴∠AOC=∠BOC=40°，∴∠AOB=80°.

答案：D

8.《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题："今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等.交易其一，金轻十三两.问金、银一枚各重几何？".意思是：甲袋中装有黄金 9 枚(每枚黄金重量相同)，乙袋中装有白银 11 枚(每枚白银重量相同)，称重两袋相等.两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两(袋子重量忽略不计).问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，根据题意得(　　)

A. $\begin{cases} 11x = 9y \\ (10y + x) - (8x + y) = 13 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 10y+x=8x+y \\ 9x+13=11y \end{cases}$

C. $\begin{cases} 9x=11y \\ (8x+y)-(10y+x)=13 \end{cases}$

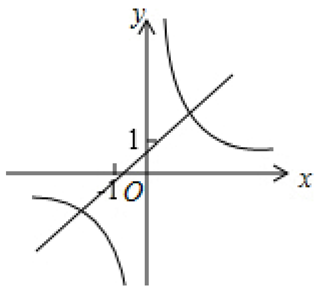
D. $\begin{cases} 9x=11y \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$

解析：根据题意可得等量关系：①9 枚黄金的重量=11 枚白银的重量；②(10 枚白银的重量+1 枚黄金的重量)-(1 枚白银的重量+8 枚黄金的重量)=13 两，根据等量关系列出方程组即可.

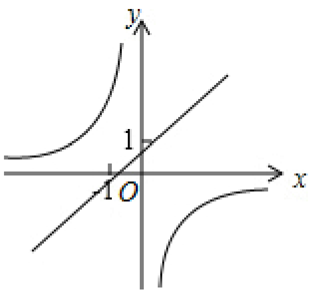
设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，由题意得：$\begin{cases} 9x=11y, \\ (10y+x)-(8x+y)=13. \end{cases}$

答案：D

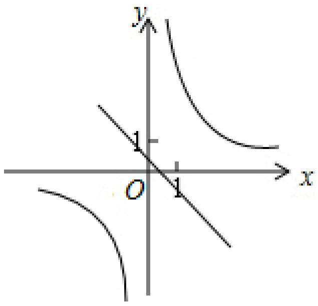
9. 一次函数 y=ax+b 和反比例函数 y=$\dfrac{a-b}{x}$ 在同一直角坐标系中的大致图象是(　　)



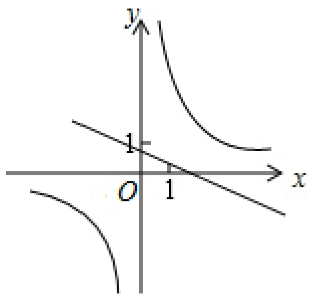
A.



B.



C.

D. 

解析：当 y=ax+b 经过第一、二、三象限时，a＞0、b＞0，

由直线和 x 轴的交点知：$-\frac{b}{a}$＞-1，即 b＜a，∴a-b＞0，

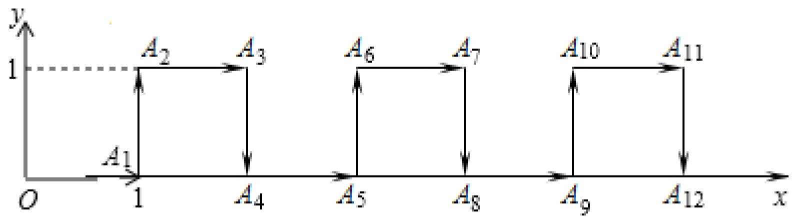
所以双曲线在第一、三象限.故选项 B 不成立，选项 A 正确.

当 y=ax+b 经过第二、一、四象限时，a＜0，b＞0，

此时 a-b＜0，双曲线位于第二、四象限，故选项 C、D 均不成立.

答案：A

10.在平面直角坐标系中，一个智能机器人接到如下指令：从原点 O 出发，按向右，向上，向右，向下的方向依次不断移动，每次移动 1m.其行走路线如图所示，第 1 次移动到 A_1，第 2 次移动到 A_2，…，第 n 次移动到 A_n.则△OA_2A_{2018}的面积是(　　)



A. 504m^2

B. $\frac{1009}{2}$$m^2$

C. $\frac{1011}{2}$$m^2$

D. 1009m^2

解析：由题意知 OA_{4n}=2n，

∵2018÷4=504÷2，∴OA_{2018}=$\frac{2016}{2}$+1=1009，∴A_2A_{2018}=1009-1=1008，

则△OA_2A_{2018}的面积是$\frac{1}{2}$×1×1008=504m^2.

答案：A

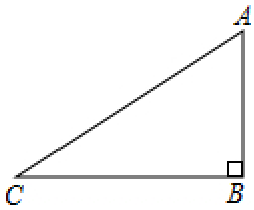
二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

11.已知二次函数 y=x^2，当 x＞0 时，y 随 x 的增大而_____(填“增大”或“减小”).

解析：∵二次函数 y=x^2，开口向上，对称轴为 y 轴，∴当 x＞0 时，y 随 x 的增大而增大.

答案：增大

12. 如图，旗杆高 AB=8m，某一时刻，旗杆影子长 BC=16m，则 tanC=_______.

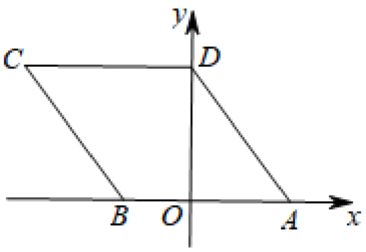


解析：∵旗杆高 AB=8m，旗杆影子长 BC=16m，∴tanC=$\frac{AB}{BC}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$

13. 方程$\frac{1}{x}=\frac{4}{x+6}$的解是______.
解析：去分母得：x+6=4x，解得：x=2，经检验 x=2 是分式方程的解.
答案：x=2

14. 如图，若菱形 ABCD 的顶点 A，B 的坐标分别为(3，0)，(-2，0)，点 D 在 y 轴上，则点 C 的坐标是______.

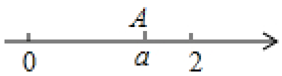


解析：∵菱形 ABCD 的顶点 A，B 的坐标分别为(3，0)，(-2，0)，点 D 在 y 轴上，∴AB=5，

∴AD=5，∴由勾股定理知：OD=$\sqrt{AD^2-OA^2}=\sqrt{5^2-3^2}$=4，∴点 C 的坐标是：(-5，4).

答案：(-5，4)

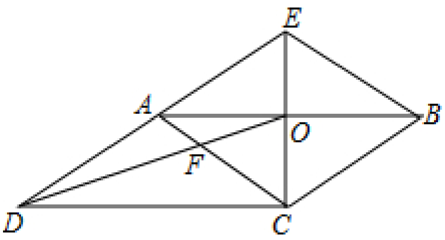
15. 如图，数轴上点 A 表示的数为 a，化简：$a+\sqrt{a^2-4a+4}$=______.



解析：由数轴可得：0＜a＜2，则$a+\sqrt{a^2-4a+4}=a+\sqrt{(2-a)^2}$=a+(2-a)=2.

答案：2

16. 如图，CE 是平行四边形 ABCD 的边 AB 的垂直平分线，垂足为点 O，CE 与 DA 的延长线交于点 E. 连接 AC，BE，DO，DO 与 AC 交于点 F，则下列结论：



①四边形 ACBE 是菱形；
②∠ACD=∠BAE；
③AF：BE=2：3；
④S $_{四边形AFOE}$：$S_{\triangle COD}$=2：3.
其中正确的结论有______.(填写所有正确结论的序号).
解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AB∥CD，AB=CD，
∵EC 垂直平分 AB，∴OA=OB=$\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$DC，CD⊥CE，
∵OA∥DC，$\therefore\frac{EA}{ED}=\frac{EO}{EC}=\frac{OA}{CD}=\frac{1}{2}$，∴AE=AD，OE=OC，
∵OA=OB，OE=OC，∴四边形 ACBE 是平行四边形，
∵AB⊥EC，∴四边形 ACBE 是菱形，故①正确，
∵∠DCE=90°，DA=AE，∴AC=AD=AE，∴∠ACD=∠ADC=∠BAE，故②正确，
∵OA∥CD，$\therefore\frac{AF}{CF}=\frac{OA}{CD}=\frac{1}{2},\therefore\frac{AF}{AC}=\frac{AF}{BE}=\frac{1}{3}$，故③错误，
设△AOF 的面积为 a，则△OFC 的面积为 2a，△CDF 的面积为 4a，△AOC 的面积=△AOE 的面积=3a，∴四边形 AFOE 的面积为 4a，△ODC 的面积为 6a，∴S $_{四边形AFOE}$：$S_{\triangle COD}$=2：3.故④正确.
答案：①②④

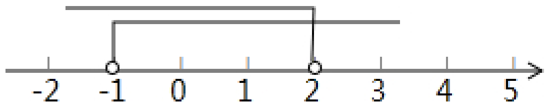
三、解答题(本大题共 9 小题，满分 102 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.解不等式组：$\begin{cases}1+x>0,\\2x-1<3.\end{cases}$

解析：根据不等式组的解集的表示方法：大小小大中间找，可得答案.

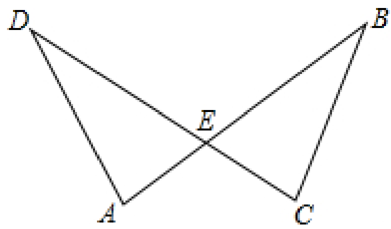
答案：$\begin{cases}1+x>0①,\\2x-1<3②,\end{cases}$

解不等式①，得 x>-1，
解不等式②，得 x<2，
不等式①，不等式②的解集在数轴上表示，如图.



原不等式组的解集为-1<x<2.

18.如图，AB 与 CD 相交于点 E，AE=CE，DE=BE.求证：∠A=∠C.



解析：根据AE=EC，DE=BE，∠AED和∠CEB是对顶角，利用SAS证明△ADE≌△CBE即可.

答案：在△AED和△CEB中，$\begin{cases} AE=CE, \\ \angle AED=\angle CEB, \\ DE=BE, \end{cases}$ ∴△AED≌△CEB(SAS)，

∴∠A=∠C(全等三角形对应角相等).

19.已知T=$\frac{a^2-9}{a(a+3)^2}+\frac{6}{a(a+3)}$.

(1)化简T；

(2)若正方形ABCD的边长为a，且它的面积为9，求T的值.

解析：(1)原式通分并利用同分母分式的加法法则计算即可求出值；

(2)由正方形的面积求出边长a的值，代入计算即可求出T的值.

答案：(1)T=$\frac{a^2-9}{a(a+3)^2}+\frac{6(a+3)}{a(a+3)^2}=\frac{(a+3)^2}{a(a+3)^2}=\frac{1}{a}$；

(2)由正方形的面积为9，得到a=3，则T=$\frac{1}{3}$.

20.随着移动互联网的快速发展，基于互联网的共享单车应运而生.为了解某小区居民使用共享单车的情况，某研究小组随机采访该小区的10位居民，得到这10位居民一周内使用共享单车的次数分别为：17，12，15，20，17，0，7，26，17，9.

(1)这组数据的中位数是______，众数是______；

(2)计算这10位居民一周内使用共享单车的平均次数；

(3)若该小区有200名居民，试估计该小区居民一周内使用共享单车的总次数.

解析：(1)将数据按照大小顺序重新排列，计算出中间两个数的平均数即是中位数，出现次数最多的即为众数；

(2)根据平均数的概念，将所有数的和除以10即可；

(3)用样本平均数估算总体的平均数.

答案：(1)按照大小顺序重新排列后，第5、第6个数分别是15和17，所以中位数是(15+17)÷2=16，17出现3次最多，所以众数是17.

(2)$\frac{1}{10}$×(0+7+9+12+15+17×3+20+26)=14，

答：这10位居民一周内使用共享单车的平均次数是14次；

(3)200×14=2800，

答：该小区居民一周内使用共享单车的总次数为2800次.

21.友谊商店 A 型号笔记本电脑的售价是 a 元/台.最近，该商店对 A 型号笔记本电脑举行促销活动，有两种优惠方案.方案一：每台按售价的九折销售；方案二：若购买不超过 5 台，每台按售价销售；若超过 5 台，超过的部分每台按售价的八折销售.某公司一次性从友谊商店购买 A 型号笔记本电脑 x 台.

(1)当 x=8 时，应选择哪种方案，该公司购买费用最少？最少费用是多少元？

(2)若该公司采用方案二购买更合算，求 x 的取值范围.

解析：(1)根据两个方案的优惠政策，分别求出购买 8 台所需费用，比较后即可得出结论；

(2)根据购买 x 台时，该公司采用方案二购买更合算，即可得出关于 x 的一元一次不等式，解之即可得出结论.

答案：设购买 A 型号笔记本电脑 x 台时的费用为 w 元，

(1)当 x=8 时，

方案一：$w=90\%a\times 8=7.2a$，

方案二：$w=5a+(8-5)a\times 80\%=7.4a$，

∴当 x=8 时，应选择方案一，该公司购买费用最少，最少费用是 7.2a 元；

(2)∵若该公司采用方案二购买更合算，∴$x>5$，

方案一：$w=90\%ax=0.9ax$，

方案二：当 $x>5$ 时，$w=5a+(x-5)a\times 80\%=5a+0.8ax-4a=a+0.8ax$，

则 $0.9ax>a+0.8ax$，$x>10$，∴x 的取值范围是 $x>10$.

22.设 P(x，0)是 x 轴上的一个动点，它与原点的距离为 y_1.

(1)求 y_1 关于 x 的函数解析式，并画出这个函数的图象；

(2)若反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ 的图象与函数 y_1 的图象相交于点 A，且点 A 的纵坐标为 2.

①求 k 的值；

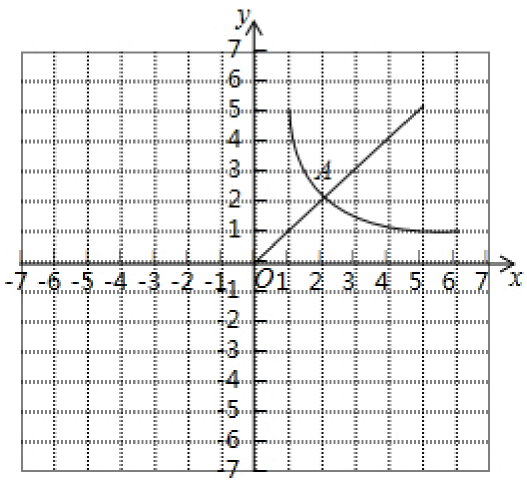
②结合图象，当 $y_1>y_2$ 时，写出 x 的取值范围.

解析：(1)写出函数解析式，画出图象即可；

(2)①求出点 A 坐标，利用待定系数法即可解决问题；

②利用图象法即可解决问题.

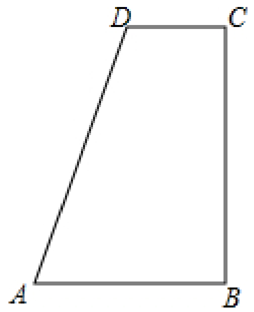
答案：(1)由题意 $y_1=x$.函数图象如图所示.



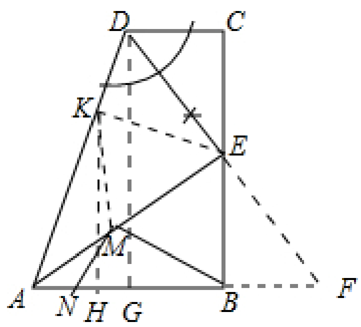
(2)①由题意 A(2，2)，∴$2=\frac{k}{2}$，∴k=4.

②观察图象可知：$x>2$ 时，$y_1>y_2$.

23.如图，在四边形 ABCD 中，∠B=∠C=90°，AB＞CD，AD=AB+CD.



(1)利用尺规作∠ADC 的平分线 DE，交 BC 于点 E，连接 AE(保留作图痕迹，不写作法)；
(2)在(1)的条件下，
①证明：AE⊥DE；
②若 CD=2，AB=4，点 M，N 分别是 AE，AB 上的动点，求 BM+MN 的最小值.
解析：(1)利用尺规作出∠ADC 的角平分线即可；
(2)①延长 DE 交 AB 的延长线于 F.只要证明 AD=AF，DE=EF，利用等腰三角形三线合一的性质即可解决问题；
②作点 B 关于 AE 的对称点 K，连接 EK，作 KH⊥AB 于 H，DG⊥AB 于 G.连接 MK.由 MB=MK，推出 MB+MN=KM+MN，根据垂线段最短可知：当 K、M、N 共线，且与 KH 重合时，KM+MN 的值最小，最小值为 GH 的长；
答案：(1)如图，∠ADC 的平分线 DE 如图所示.



(2)①延长 DE 交 AB 的延长线于 F.
∵CD∥AF，∴∠CDE=∠F，
∵∠CDE=∠ADE，∴∠ADF=∠F，∴AD=AF，
∵AD=AB+CD=AB+BF，∴CD=BF，
∵∠DEC=∠BEF，∴△DEC≌△FEB，∴DE=EF，
∵AD=AF，∴AE⊥DE.
②作点 B 关于 AE 的对称点 K，连接 EK，作 KH⊥AB 于 H，DG⊥AB 于 G.连接 MK.
∵AD=AF，DE=EF，∴AE 平分∠DAF，则△AEK≌△AEB，∴AK=AB=4，

在 Rt△ADG 中，DG=$\sqrt{AD^2-AG^2}=4\sqrt{2}$，

∵KH∥DG，∴$\frac{KH}{DG}=\frac{AK}{AD}$，∴$\frac{KH}{4\sqrt{2}}=\frac{4}{6}$，∴KH=$\frac{8\sqrt{2}}{3}$，

∵MB=MK，∴MB+MN=KM+MN，∴当 K、M、N 共线，且与 KH 重合时，KM+MN 的值最小，最小值

为 GH 的长，∴BM+MN 的最小值为$\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

24.已知抛物线 $y=x^2+mx-2m-4(m>0)$.

(1)证明：该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点；

(2)设该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A，B(点 A 在点 B 的右侧)，与 y 轴交于点 C，A，B，C 三点都在⊙P 上.

①试判断：不论 m 取任何正数，⊙P 是否经过 y 轴上某个定点？若是，求出该定点的坐标；若不是，说明理由；

②若点 C 关于直线 $x=-\frac{m}{2}$ 的对称点为点 E，点 D(0，1)，连接 BE，BD，DE，△BDE 的周长记为 l，⊙P 的半径记为 r，求$\frac{l}{r}$的值.

解析：(1)令 y=0，再求出判别式，判断即可得出结论；

(2)先求出 OA=2，OB=m+2，OC=2(m+2)，

①判断出∠OCB=∠OAF，求出 $\tan\angle OCB=\frac{1}{2}$，即可求出 OF=1，即可得出结论；

②先求出 $BD=\sqrt{5}$，再判断出∠DCE=90°，得出 DE 是⊙P 的直径，进而求出 $BE=2\sqrt{5}$，DE=5，即可得出结论.

答案：(1)令 y=0，∴$x^2+mx-2m-4=0$，∴$\triangle=m^2-4[-2m-4]=m^2+8m+16$，

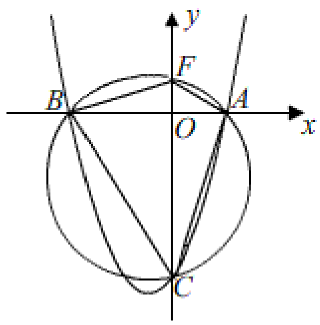
∵m>0，∴△>0，∴该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点；

(2)令 y=0，∴$x^2+mx-2m-4=0$，∴$(x-2)[x+(m+2)]=0$，

∴x=2 或 x=-(m+2)，∴A(2，0)，B(-(m+2)，0)，∴OA=2，OB=m+2，

令 x=0，∴y=-2(m+2)，∴C(0，-2(m+2))，∴OC=2(m+2)，

①通过定点(0，1)理由：如图，



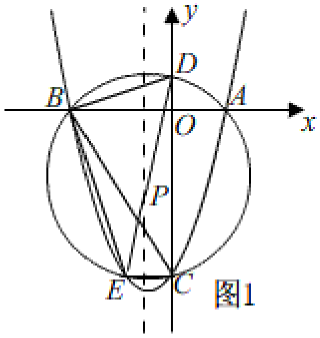
∵点 A，B，C 在⊙P 上，∴∠OCB=∠OAF，

在 Rt△BOC 中，$\tan\angle OCB=\frac{OB}{OC}=\frac{m+2}{2(m+2)}=\frac{1}{2}$，

在 Rt△AOF 中，$\tan\angle OAF=\frac{OF}{OA}=\frac{OF}{2}=\frac{1}{2}$，∴OF=1，

∴点 F 的坐标为(0，1)；

②如图 1，在 Rt△BOD 中，根据勾股定理得，$BD=\sqrt{5}$，



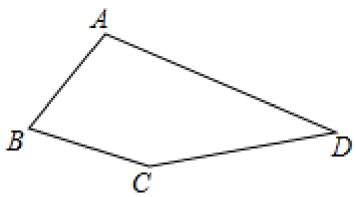
由①知，点 F(0，1)，∵D(0，1)，∴点 D 在⊙P 上，
∵点 E 是点 C 关于抛物线的对称轴的对称点，
∴∠DCE=90°，∴DE 是⊙P 的直径，∴∠DBE=90°，
∵∠BED=∠OCB，∴tan∠BED=$\frac{1}{2}$，

在 Rt△BDE 中，tan∠BED=$\frac{BD}{BE}=\frac{\sqrt{5}}{BE}=\frac{1}{2}$，∴BE=2$\sqrt{5}$，

根据勾股定理得，DE=$\sqrt{BD^2+BE^2}$=5，

∴l=BD+BE+DE=5+3$\sqrt{5}$，r=$\frac{1}{2}DE=\frac{5}{2}$，∴$\frac{l}{r}=\frac{5+3\sqrt{5}}{\frac{5}{2}}=\frac{10+6\sqrt{5}}{5}$.

25.如图，在四边形 ABCD 中，∠B=60°，∠D=30°，AB=BC.



(1)求∠A+∠C 的度数；
(2)连接 BD，探究 AD，BD，CD 三者之间的数量关系，并说明理由；
(3)若 AB=1，点 E 在四边形 ABCD 内部运动，且满足 $AE^2=BE^2+CE^2$，求点 E 运动路径的长度.
解析：(1)利用四边形内角和定理计算即可；
(2)连接 BD.以 BD 为边向下作等边三角形△BDQ.想办法证明△DCQ 是直角三角形即可解决问题；
(3)如图 3 中，连接 AC，将△ACE 绕点 A 顺时针旋转 60°得到△ABR，连接 RE.想办法证明∠BEC=150°即可解决问题；
答案：(1)如图 1 中，

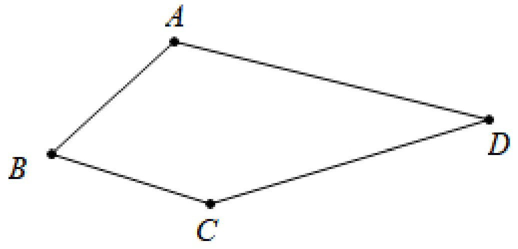


图1

在四边形 ABCD 中，∵∠A+∠B+∠C+∠D=180°，∠B=60°，∠C=30°，

∴∠A+∠C=360°-60°-30°=270°.

(2)如图 2 中，结论：$DB^2=DA^2+DC^2$.

理由：连接 BD.以 BD 为边向下作等边三角形△BDQ.

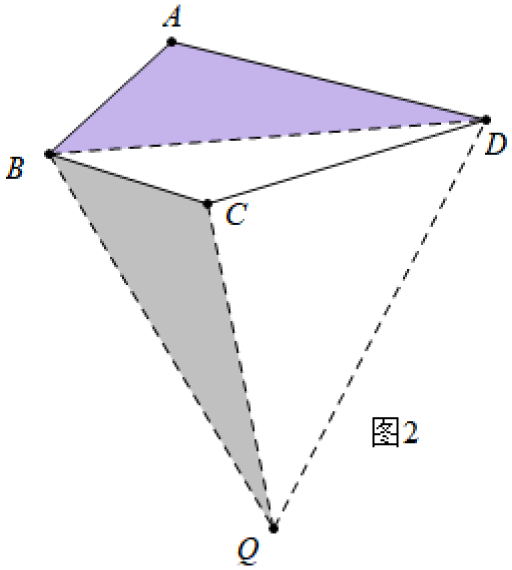


图2

∵∠ABC=∠DBQ=60°，∴∠ABD=∠CBQ，

∵AB=BC，DB=BQ，∴△ABD≌△CBQ，∴AD=CQ，∠A=∠BCQ，

∵∠A+∠BCD=∠BCQ+∠BCD=270°，∴∠BCQ=90°，∴$DQ^2=DC^2+CQ^2$，

∵CQ=DA，DQ=DB，∴$DB^2=DA^2+DC^2$.

(3)如图 3 中，连接 AC，将△ACE 绕点 A 顺时针旋转 60°得到△ABR，连接 RE.

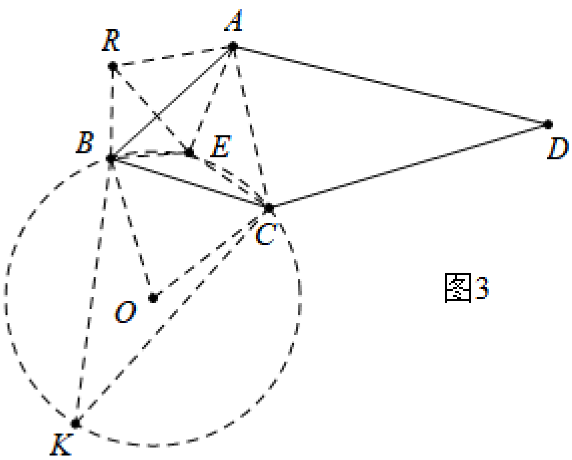


图3

则△AER 是等边三角形，∵$EA^2=EB^2+EC^2$，EA=RE，EC=RB，

∴$RE^2=RB^2+EB^2$，∴∠EBR=90°，∴∠RAE+∠RBE=150°，

∴∠ARB+∠AEB=∠AEC+∠AEB=210°，∴∠BEC=150°，

∴点 E 的运动轨迹在 O 为圆心的圆上，在⊙O 上取一点 K，连接 KB，KC，OB，OC，

∵∠K+∠BEC=180°，∴∠K=30°，∠BOC=60°，

∵OB=OC，∴△OBC 是等边三角形，∴点 E 的运动路径=$\frac{60\cdot\pi\cdot 1}{180}=\frac{\pi}{3}$.