2015年山东省潍坊市中考真题数学

一、选择题(本大题共12小题，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对的3分，选错、不选或选出的答案超出一个均记0分.)

1.(3分)在$|-2|$，2^0，2^{-1}，$\sqrt{2}$这四个数中，最大的数是(　　)

A. $|-2|$
B. 2^0
C. 2^{-1}

D. $\sqrt{2}$

解析：$|-2|=2$，$2^0=1$，$2^{-1}=0.5$，

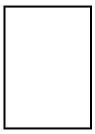
$\because 0.5<1<\sqrt{2}<2$，

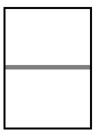
$\therefore 2^{-1}<2^0<\sqrt{2}<|-2|$，

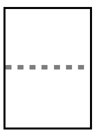
∴在$|-2|$，2^0，2^{-1}，$\sqrt{2}$这四个数中，最大的数是$|-2|$.

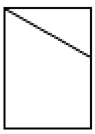
答案：A.

2.(3分)如图所示几何体的左视图是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：从左面看可得矩形中间有一条横着的虚线.
答案：C.

3.(3 分)2015 年 5 月 17 日是第 25 个全国助残日，今年全国助残日的主题是“关注孤独症儿童，走向美好未来”.第二次全国残疾人抽样调查结果显示，我国 0～6 岁精神残疾儿童约为 11.1 万人.11.1 万用科学记数法表示为(　　)

A. 1.11×10^{4}

B. 11.1×10^{4}

C. 1.11×10^{5}

D. 1.11×10^{6}

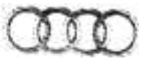
解析：将 11.1 万用科学记数法表示为 1.11×10^{5}.

答案：C.

4.(3 分)如图汽车标志中不是中心对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、是中心对称图形.故错误；

B、不是中心对称图形.故正确；

C、是中心对称图形.故错误；

D、是中心对称图形.故错误.

答案：B.

5.(3 分)下列运算正确的是(　　)

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

B. $3x^2y-x^2y=3$

C. $\frac{a^2+b^2}{a+b}=a+b$

D. $(a^2b)^3=a^6b^3$

解析：$\because \sqrt{2}+\sqrt{3}\neq\sqrt{5}$，

∴选项 A 不正确；

$\because 3x^2y-x^2y=2x^2y$，

∴选项 B 不正确；

$\because \frac{a^2+b^2}{a+b}\neq\frac{(a+b)^2}{a+b}=a+b$，

∴选项 C 不正确；
∵ $(a^2b)^3=a^6b^3$，
∴选项 D 正确.
答案：D.

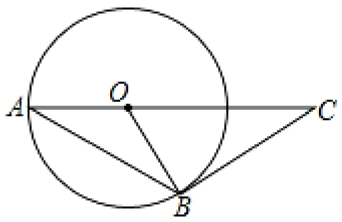
6.(3 分)不等式组 $\begin{cases}2x>-1\\-3x+9\geq 0\end{cases}$ 的所有整数解的和是(　　)

A.2
B.3
C.5
D.6

解析：$\begin{cases}2x>-1①\\-3x+9\geq 0②\end{cases}$

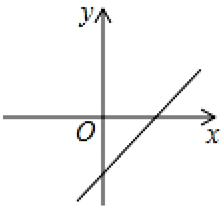
∵解不等式①得；$x>-\frac{1}{2}$，
解不等式②得；$x\leq 3$，
∴不等式组的解集为 $-\frac{1}{2}<x\leq 3$，
∴不等式组的整数解为 0，1，2，3，
0+1+2+3=6.
答案：D.

7.(3 分)如图，AB 是⊙O 的弦，AO 的延长线交过点 B 的⊙O 的切线于点 C，如果∠ABO=20°，则∠C 的度数是(　　)

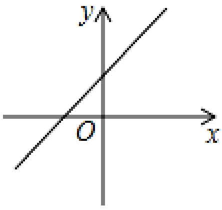


A.70°
B.50°
C.45°
D.20°
解析：∵BC 是⊙O 的切线，OB 是⊙O 的半径，
∴∠OBC=90°，
∵OA=OB，
∴∠A=∠ABO=20°，
∴∠BOC=40°，
∴∠C=50°.
答案：B.

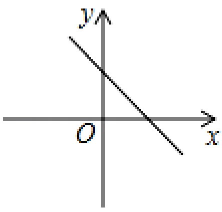
8.(3 分)若式子 $\sqrt{k-1}+(k-1)^0$ 有意义，则一次函数 y=(k-1)x+1-k 的图象可能是(　　)



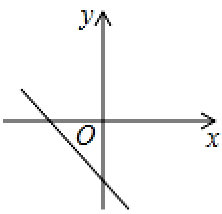
A.



B.



C.



D.

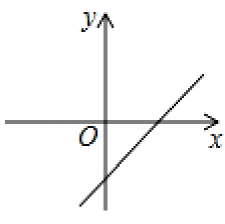
解析：∵式子 $\sqrt{k-1}+(k-1)^0$ 有意义，

$$\therefore \begin{cases} k-1\geq 0 \\ k-1\neq 0 \end{cases}$$

解得 k＞1，

∴k-1＞0，1-k＜0，

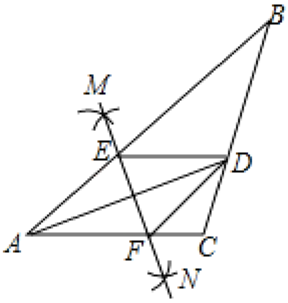
∴一次函数 y=(k-1)x+1-k 的图象可能是：



答案：A.

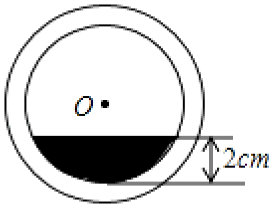
9.(3 分)如图，在△ABC 中，AD 平分∠BAC，按如下步骤作图：

第一步，分别以点 A、D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}$AD 的长为半径在 AD 两侧作弧，交于两点 M、N；
第二步，连接 MN 分别交 AB、AC 于点 E、F；
第三步，连接 DE、DF.
若 BD=6，AF=4，CD=3，则 BE 的长是(　　)



A. 2
B. 4
C. 6
D. 8
解析：∵根据作法可知：MN 是线段 AD 的垂直平分线，
∴AE=DE，AF=DF，
∴∠EAD=∠EDA，
∵AD 平分∠BAC，
∴∠BAD=∠CAD，
∴∠EDA=∠CAD，
∴DE∥AC，
同理 DF∥AE，
∴四边形 AEDF 是菱形，
∴AE=DE=DF=AF，
∵AF=4，
∴AE=DE=DF=AF=4，
∵DE∥AC，
∴ $\frac{BD}{CD}=\frac{BE}{AE}$，
∵BD=6，AE=4，CD=3，
∴ $\frac{6}{3}=\frac{BE}{4}$，
∴BE=8.
答案：D.

10.(3 分)将一盛有不足半杯水的圆柱形玻璃水杯拧紧杯盖后放倒，水平放置在桌面上，水杯的底面如图所示，已知水杯内径(图中小圆的直径)是 8cm，水的最大深度是 2cm，则杯底有水部分的面积是(　　)



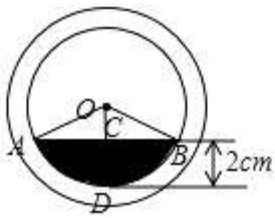
A. ($\frac{16}{3}$ π－4$\sqrt{3}$) cm^2

B. ($\frac{16}{3}$ π－8$\sqrt{3}$) cm^2

C. ($\frac{8}{3}$ π－4$\sqrt{3}$) cm^2

D. ($\frac{4}{3}$ π－2$\sqrt{3}$) cm^2

解析：作 OD⊥AB 于 C，交小⊙O 于 D，则 CD=2，AC=BC，



∵OA=OD=4，CD=2，

∴OC=2，

在 RT△AOC 中，sin∠OAC=$\frac{OC}{OA}=\frac{1}{2}$，

∴∠OAC=30°，

∴∠AOB=120°，

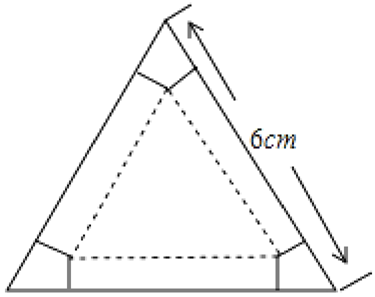
AC=$\sqrt{OA^2-OC^2}$=2$\sqrt{3}$，

∴AB=4$\sqrt{3}$，

∴杯底有水部分的面积=$S_{扇形}-S_{\triangle AOB}$=$\frac{120\pi\times4^2}{360}$－$\frac{1}{2}$×$\sqrt{3}$×2=($\frac{16}{3}$ π－4$\sqrt{3}$) cm^2

答案：A.

11.(3 分)如图，有一块边长为 6cm 的正三角形纸板，在它的三个角处分别截去一个彼此全等的筝形，再沿图中的虚线折起，做成一个无盖的直三棱柱纸盒，则该纸盒侧面积的最大值是(　　)



A. $\sqrt{3}$ cm^2

B. $\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ cm^2

C. $\dfrac{9}{2}\sqrt{3}$ cm^2

D. $\dfrac{27}{2}\sqrt{3}$ cm^2

解析：∵△ABC 为等边三角形，

∴∠A=∠B=∠C=60°，AB=BC=AC.

∵筝形 ADOK≌筝形 BEPF≌筝形 AGQH，

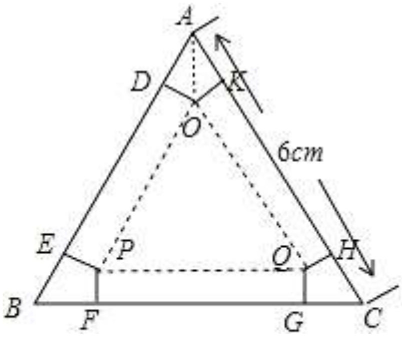
∴AD=BE=BF=CG=CH=AK.

∵折叠后是一个三棱柱，

∴DO=PE=PF=QG=QH=OK，四边形 ODEP、四边形 PFGQ、四边形 QHKO 都为矩形.

∴∠ADO=∠AKO=90°.

连结 AO，



在 Rt△AOD 和 Rt△AOK 中，

$$\begin{cases} AO = AO \\ OD = OK \end{cases},$$

∴Rt△AOD≌Rt△AOK(HL).

∴∠OAD=∠OAK=30°.

设 OD=x，则 AO=2x，由勾股定理就可以求出 AD=$\sqrt{3}$x，

∴DE=6-2$\sqrt{3}$x，

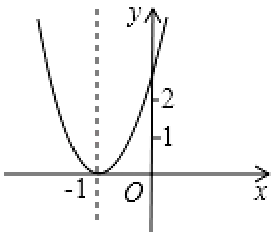
∴纸盒侧面积=3x(6-2$\sqrt{3}$x)=-6$\sqrt{3}$x^2+18x，

$=-6\sqrt{3}(x-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{9}{2}\sqrt{3}$，

∴当 $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时，纸盒侧面积最大为 $\frac{9}{2}\sqrt{3}$.

答案：C.

12.(3 分)已知二次函数 $y=ax^2+bx+c+2$ 的图象如图所示，顶点为(-1，0)，下列结论：①abc＜0；② $b^2-4ac=0$；③a＞2；④4a-2b+c＞0.其中正确结论的个数是(　　)

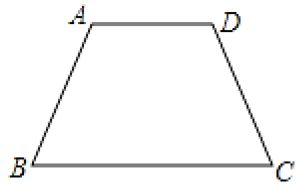


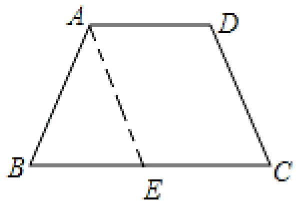
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

解析：∵抛物线开口向上，
∴a＞0，
∵对称轴在 y 轴左边，
∴b＞0，
∵抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的上方，
∴c+2＞2，
∴c＞0，
∴abc＞0，
∴结论①不正确；
∵二次函数 $y=ax^2+bx+c+2$ 的图象与 x 轴只有一个交点，
∴△=0，
即 $b^2-4a(c+2)=0$，
∴ $b^2-4ac=8a>0$，
∴结论②不正确；
∵对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=-1$，
∴b=2a，
∵ $b^2-4ac=8a$，
∴ $4a^2-4ac=8a$，
∴a=c+2，
∵c＞0，
∴a＞2，
∴结论③正确；
∵对称轴是 x=-1，而且 x=0 时，y＞2，

∴x=-2 时，y＞2，
∴4a-2b+c+2＞2，
∴4a-2b+c＞0.
∴结论④正确.
综上，可得
正确结论的个数是 2 个：③④.
答案：B.

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，只要求填写最后结果.)
13.(3 分)“植树节”时，九年级一班 6 个小组的植树棵数分别是：5，7，3，x，6，4.已知这组数据的众数是 5，则该组数据的平均数是_____.
解析：∵这组数据的众数是 5，
∴x=5，
则平均数为：$\frac{5+7+3+5+6+4}{6}$=5.
答案：5.

14.(3 分)如图，等腰梯形 ABCD 中，AD∥BC，BC=50，AB=20，∠B=60°，则 AD=_____.


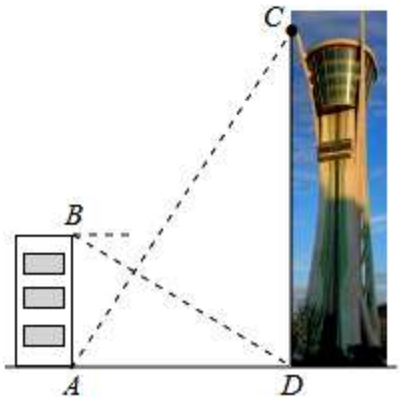
解析：过点 A 作 AE∥CD 交 BC 于点 E，


∵AD∥BC，
∴四边形 AECD 是平行四边形，
∴AE=CD=AB=20，AD=EC，
∵∠B=60°，
∴BE=AB=AE=20，
∴AD=BC-CE=50-20=30.
答案：30

15.(3 分)因式分解：$ax^2-7ax+6a$=_____.
解析：原式=$a(x^2-7x+6)=a(x-1)(x-6)$.
答案：$a(x-1)(x-6)$

16.(3 分)观光塔是潍坊市区的标志性建筑，为测量其高度，如图，一人先在附近一楼房的底端 A 点处观测观光塔顶端 C 处的仰角是 60°，然后爬到该楼房顶端 B 点处观测观光塔底

部D处的俯角是30°.已知楼房高AB约是45m，根据以上观测数据可求观光塔的高CD是_____m.



解析：∵爬到该楼房顶端B点处观测观光塔底部D处的俯角是30°，

∴∠ADB=30°，

在Rt△ABD中，

$\tan 30° = \dfrac{AB}{AD}$，

解得，$\dfrac{45}{AD} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$AD=45\sqrt{3}$，

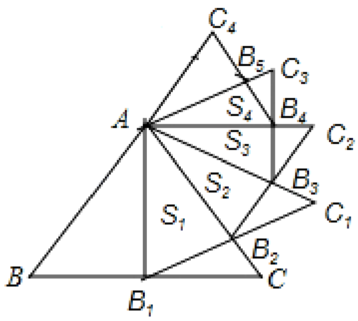
∵在一楼房的底端A点处观测观光塔顶端C处的仰角是60°，

∴在Rt△ACD中，

$CD=AD\cdot \tan 60° =45\sqrt{3}\times\sqrt{3}=135$米.

答案：135米.

17.(3分)如图，正△ABC的边长为2，以BC边上的高AB_1为边作正$\triangle AB_1C_1$，△ABC与$\triangle AB_1C_1$公共部分的面积记为S_1；再以正$\triangle AB_1C_1$边B_1C_1上的高AB_2为边作正$\triangle AB_2C_2$，$\triangle AB_1C_1$与$\triangle AB_2C_2$公共部分的面积记为S_2；…，以此类推，则S_n=_____.(用含n的式子表示)



解析：∵等边三角形ABC的边长为2，$AB_1\perp BC$，

∴$BB_1=1$，AB=2，

根据勾股定理得：$AB_1=\sqrt{3}$，

$\therefore S_1=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{3})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}\ (\frac{3}{4})^1$；

∵等边三角形 AB_1C_1 的边长为 $\sqrt{3}$，$AB_2\perp B_1C_1$，

$\therefore B_1B_2=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$AB_1=\sqrt{3}$，

根据勾股定理得：$AB_2=\frac{3}{2}$，

$\therefore S_2=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\frac{3}{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}(\frac{3}{4})^2$；

依此类推，$S_n=\frac{\sqrt{3}}{2}\ (\frac{3}{4})^n$.

答案：$\frac{\sqrt{3}}{2}(\frac{3}{4})^n$.

18.(3 分)正比例函数 $y_1=mx(m>0)$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象交于点 A(n，4)和点 B,AM⊥y 轴,垂足为 M.若△AMB 的面积为 8,则满足 $y_1>y_2$ 的实数 x 的取值范围是_____.

解析：∵正比例函数 $y_1=mx(m>0)$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象交于点 A(n，4)和点 B，

∴B(-n，-4).

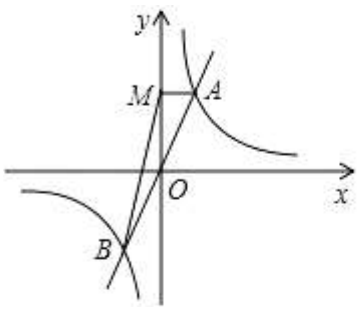
∵△AMB 的面积为 8，

$\therefore \frac{1}{2}\times 4n\times 2=8$，

解得 n=2，

∴A(2，4)，B(-2，-4).

由图形可知，当 $-2<x<0$ 或 $x>2$ 时，正比例函数 $y_1=mx(m>0)$ 的图象在反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 图象的上方，即 $y_1>y_2$.



答案：$-2<x<0$ 或 $x>2$.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 66 分.解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

19.(9 分)为提高饮水质量，越来越多的居民选购家用净水器.一商场抓住商机，从厂家购进了 A、B 两种型号家用净水器共 160 台，A 型号家用净水器进价是 150 元/台，B 型号家用净水器进价是 350 元/台，购进两种型号的家用净水器共用去 36000 元.

(1)求 A、B 两种型号家用净水器各购进了多少台；

(2)为使每台 B 型号家用净水器的毛利润是 A 型号的 2 倍，且保证售完这 160 台家用净水器的毛利润不低于 11000 元，求每台 A 型号家用净水器的售价至少是多少元.(注：毛利润=售价-进价)

解析：(1)设 A 种型号家用净水器购进了 x 台，B 种型号家用净水器购进了 y 台，根据“购进了 A、B 两种型号家用净水器共 160 台，购进两种型号的家用净水器共用去 36000 元.”列出方程组解答即可；

(2)设每台 A 型号家用净水器的毛利润是 a 元，则每台 B 型号家用净水器的毛利润是 2a 元，根据保证售完这 160 台家用净水器的毛利润不低于 11000 元，列出不等式解答即可.

答案：(1)设 A 种型号家用净水器购进了 x 台，B 种型号家用净水器购进了 y 台，

由题意得$\begin{cases} x+y=160 \\ 150x+350y=36000 \end{cases}$,

解得$\begin{cases} x=100 \\ y=60 \end{cases}$.

答：A 种型号家用净水器购进了 100 台，B 种型号家用净水器购进了 60 台.

(2)设每台 A 型号家用净水器的毛利润是 a 元，则每台 B 型号家用净水器的毛利润是 2a 元，

由题意得 100a+60×2a≥11000，

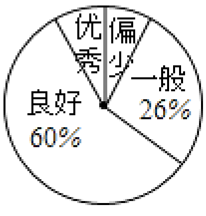
解得 a≥50，

150+50=200(元).

答：每台 A 型号家用净水器的售价至少是 200 元.

20.(10 分)某校了解九年级学生近两个月“推荐书目”的阅读情况，随机抽取了该年级的部分学生，调查了他们每人“推荐书目”的阅读本数.设每名学生的阅读本数为 n，并按以下规定分为四档：当 n＜3 时，为“偏少”；当 3≤n＜5 时，为“一般”；当 5≤n＜8 时，为“良好”；当 n≥8 时，为“优秀”.将调查结果统计后绘制成不完整的统计图表：

阅读本数 n(本)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
人数(名)	1	2	6	7	12	x	7	y	1



请根据以上信息回答下列问题：

(1)分别求出统计表中的 x、y 的值；

(2)估计该校九年级 400 名学生中为“优秀”档次的人数；

(3)从被调查的“优秀”档次的学生中随机抽取 2 名学生介绍读书体会，请用列表或画树状图的方法求抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的概率.

解析：(1)首先求得总分数，然后即可求得 x 和 y 的值；

(2)首先求得样本中的优秀率，然后用样本估计总体即可；

(3)列表将所有等可能的结果列举出来，然后利用概率公式求解即可.

答案：(1)由表可知被调查学生中“一般”档次的有 13 人，所占比例是 26%，所以共调查的学生数是 13÷26%=50，

则调查学生中“良好”档次的人数为 50×60%=30，

∴$x=30-(12+7)=11$，

$y=50-(1+2+6+7+12+11+7+1)=3$.

(2)由样本数据可知“优秀”档次所占的百分比为 $\frac{3+1}{50}$=8%，

∴估计九年级 400 名学生中为优秀档次的人数为 400×8%=32；

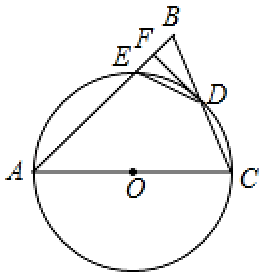
(3)用 A、B、C 表示阅读本数是 8 的学生，用 D 表示阅读 9 本的学生，列表得到：

	A	B	C	D
A		AB	AC	AD
B	BA		BC	BD
C	CA	CB		CD
D	DA	DB	DC	

由列表可知，共 12 种等可能的结果，其中所抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的有 6 种，

所以抽取的 2 名学生中有 1 名阅读本数为 9 的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$；

21.(10 分)如图，在△ABC 中，AB=AC，以 AC 为直径的⊙O 交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，过点 D 作 DF⊥AB，垂足为 F，连接 DE.



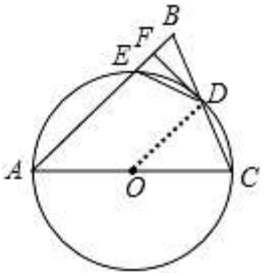
(1)求证：直线 DF 与⊙O 相切；

(2)若 AE=7，BC=6，求 AC 的长.

解析：(1)连接 OD，利用 AB=AC，OD=OC，证得 OD∥AD，易证 DF⊥OD，故 DF 为⊙O 的切线；

(2)证得△BED∽△BCA，求得 BE，利用 AC=AB=AE+BE 求得答案即可.

答案：(1)证明：如图，



连接OD.

∵AB=AC，

∴∠B=∠C，

∵OD=OC，

∴∠ODC=∠C，

∴∠ODC=∠B，

∴OD∥AB，

∵DF⊥AB，

∴OD⊥DF，

∵点D在⊙O上，

∴直线DF与⊙O相切；

(2)解：∵四边形ACDE是⊙O的内接四边形，

∴∠AED+∠ACD=180°，

∵∠AED+∠BED=180°，

∴∠BED=∠ACD，

∵∠B=∠B，

∴△BED∽△BCA，

∴$\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{BE}{BC}$，

∵OD∥AB，AO=CO，

∴BD=CD=$\dfrac{1}{2}$BC=3，

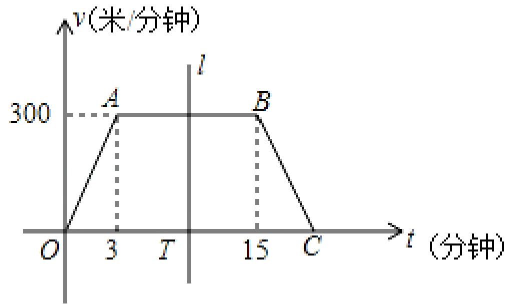
又∵AE=7，

∴$\dfrac{3}{7+BE}=\dfrac{BE}{6}$，

∴BE=2，

∴AC=AB=AE+BE=7+2=9.

22.(11分)“低碳生活，绿色出行”的理念正逐渐被人们所接受，越来越多的人选择骑自行车上下班.王叔叔某天骑自行车上班从家出发到单位过程中行进速度v(米/分钟)随时间t(分钟)变化的函数图象大致如图所示，图象由三条线段OA、AB和BC组成.设线段OC上有一动点T(t，0)，直线l左侧部分的面积即为t分钟内王叔叔行进的路程s(米).



(1)①当 t=2 分钟时，速度 v=_____米/分钟，路程 s=_____米；

②当 t=15 分钟时，速度 v=_____米/分钟，路程 s=_____米.

(2)当 0≤t≤3 和 3＜t≤15 时，分别求出路程 s(米)关于时间 t(分钟)的函数解析式；

(3)求王叔叔该天上班从家出发行进了 750 米时所用的时间 t.

解析：(1)①根据图象得出直线 OA 的解析式，代入 t=2 解答即可；

②根据图象得出 t=15 时的速度，并计算其路程即可；

(2)利用待定系数法得出 0≤t≤3 和 3＜t≤15 时的解析式即可；

(3)根据当 3＜t≤15 时的解析式，将 y=750 代入解答即可.

答案：(1)①直线 OA 的解析式为：y=$\frac{300}{3}$t=100t，

把 t=2 代入可得：y=200；

路程 S=$\frac{1}{2}\times 2\times 200$=200，

故答案为：200；200；

②当 t=15 时，速度为定值=300，路程=$\frac{1}{2}\times 3\times 300+\left(15-3\right)\times 300=4050$，

故答案为：300；4050；

(2)①当 0≤t≤3，设直线 OA 的解析式为：y=kt，由图象可知点 A(3，300)，

∴300=3k，

解得：k=100，

则解析式为：y=100t；

设 l 与 OA 的交点为 P，则 P(t，100t)，

∴s=$S_{\triangle POT}=\frac{1}{2}\bullet t\bullet 100t=50t^2$，

②当 3＜t≤15 时，设 l 与 AB 的交点为 Q，则 Q(t，300)，

∴S=$S_{梯形OAQT}=\frac{1}{2}\left(t-3+t\right)\times 300=300t-450$，

(3)∵当 0≤t≤3，S 最大=50×9=450，

∵750＞450，

∴当 3＜t≤15 时，450＜S≤4050，

则令 750=300t-450，

解得：t=4.

故王叔叔该天上班从家出发行进了 750 米时所用的时间 4 分钟.

23.(12 分)如图 1，点 O 是正方形 ABCD 两对角线的交点，分别延长 OD 到点 G，OC 到点 E，使 OG=2OD，OE=2OC，然后以 OG、OE 为邻边作正方形 OEFG，连接 AG，DE.

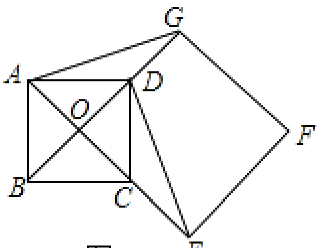


图1

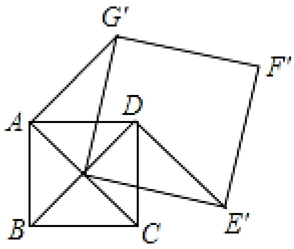


图2

(1)求证：DE⊥AG；

(2)正方形ABCD固定，将正方形OEFG绕点O逆时针旋转α角(0°＜α＜360°)得到正方形OE′F′G′，如图2.

①在旋转过程中，当∠OAG′是直角时，求α的度数；

②若正方形ABCD的边长为1，在旋转过程中，求AF′长的最大值和此时α的度数，直接写出结果不必说明理由.

解析：(1)延长ED交交AG于点H，易证△AOG≌△DOE，得到∠AGO=∠DEO，然后运用等量代换证明∠AHE=90°即可；

(2)①在旋转过程中，∠OAG′成为直角有两种情况：α由0°增大到90°过程中，当∠OAG′=90°时，α=30°，α由90°增大到180°过程中，当∠OAG′=90°时，α=150°；

②当旋转到A、O、F′在一条直线上时，AF′的长最大，AF′=AO+OF′=$\frac{\sqrt{2}}{2}$+2，此时α=315°.

答案：(1)如图1，延长ED交AG于点H，

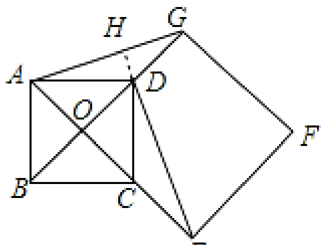


图1

∵点O是正方形ABCD两对角线的交点，

∴OA=OD，OA⊥OD，

∵OG=OE，

在△AOG和△DOE中，

$$\begin{cases} OA=OD \\ \angle AOG=\angle DOE=90^\circ \\ OG=OE \end{cases},$$

∴△AOG≌△DOE，

∴∠AGO=∠DEO，

∵∠AGO+∠GAO=90°，

∴∠GAO+∠DEO=90°，

∴∠AHE=90°，

即DE⊥AG；

(2)①在旋转过程中，∠OAG′成为直角有两种情况：

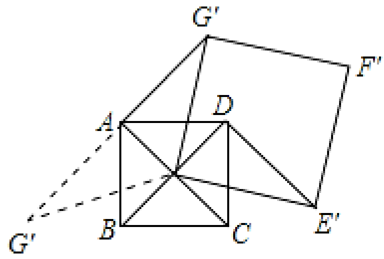


图2

(Ⅰ)α 由 0°增大到 90°过程中，当∠OAG′=90°时，

∵OA=OD=$\frac{1}{2}$OG=$\frac{1}{2}$OG′，

∴在 Rt△OAG′中，sin∠AG′O=$\frac{OA}{OG'}=\frac{1}{2}$，

∴∠AG′O=30°，

∵OA⊥OD，OA⊥AG′，

∴OD∥AG′，

∴∠DOG′=∠AG′O=30°，

即 α=30°；

(Ⅱ)α 由 90°增大到 180°过程中，当∠OAG′=90°时，

同理可求∠BOG′=30°，

∴α=180°-30°=150°．

综上所述，当∠OAG′=90°时，α=30°或 150°．

②如图 3，当旋转到 A、O、F′在一条直线上时，AF′的长最大，

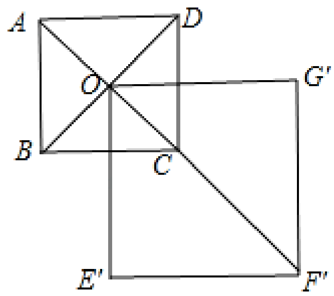


图3

∵正方形 ABCD 的边长为 1，

∴OA=OD=OC=OB=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∵OG=2OD，

∴OG′=OG=$\sqrt{2}$，

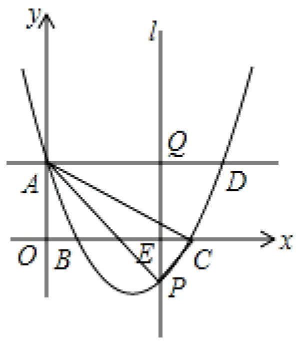
∴OF′=2，

∴AF′=AO+OF′=$\frac{\sqrt{2}}{2}$+2，

∵∠COE′=45°，

∴此时 α=315°．

24.(14分)如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=mx^2-8mx+4m+2(m>0)$ 与 y 轴的交点为 A，与 x 轴的交点分别为 $B(x_1,0)$，$C(x_2,0)$，且 $x_2-x_1=4$，直线 AD∥x 轴，在 x 轴上有一动点 E(t，0)过点 E 作平行于 y 轴的直线 l 与抛物线、直线 AD 的交点分别为 P、Q.



(1)求抛物线的解析式；

(2)当 $0<t\leq 8$ 时，求△APC 面积的最大值；

(3)当 $t>2$ 时，是否存在点 P，使以 A、P、Q 为顶点的三角形与△AOB 相似？若存在，求出此时 t 的值；若不存在，请说明理由.

解析：(1)认真审题，直接根据题意列出方程组，求出 B，C 两点的坐标，进而可求出抛物线的解析式；

(2)分 $0<t<6$ 时和 $6\leq t\leq 8$ 时两种情况进行讨论，据此即可求出三角形的最大值；

(3)以点 D 为分界点，分 $2<t\leq 8$ 时和 $t>8$ 时两种情况进行讨论，再根据三角形相似的条件，即可得解.

答案：(1)由题意知 x_1、x_2 是方程 $mx^2-8mx+4m+2=0$ 的两根，

∴$x_1+x_2=8$，

由 $\begin{cases} x_1+x_2=8 \\ x_2-x_1=4 \end{cases}$

解得：$\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=6 \end{cases}$

∴B(2，0)、C(6，0)

则 $4m-16m+4m+2=0$，

解得：$m=\dfrac{1}{4}$，

∴该抛物线解析式为：$y=\dfrac{1}{4}x^2-2x+3$；

(2)可求得 A(0，3)

设直线 AC 的解析式为：$y=kx+b$，

∵$\begin{cases} b=3 \\ 6k+b=0 \end{cases}$

∴$\begin{cases} k=-\dfrac{1}{2} \\ b=3 \end{cases}$

∴直线 AC 的解析式为：$y=-\frac{1}{2}x+3$，

要构成△APC，显然 $t\neq 6$，分两种情况讨论：

①当 $0<t<6$ 时，设直线 l 与 AC 交点为 F，则：F(t，$-\frac{1}{2}t+3$)，

∵P(t，$\frac{1}{4}t^2-2t+3$)，∴PF=$-\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t$，

∴$S_{\triangle APC}=S_{\triangle APF}+S_{\triangle CPF}$

$$=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t\right)\bullet t+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t\right)\bullet(6-t)$$

$$=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t\right)\bullet 6$$

$$=-\frac{3}{4}(t-3)^2+\frac{27}{4},$$

此时最大值为：$\frac{27}{4}$，

②当 $6\leqslant t\leqslant 8$ 时，设直线 l 与 AC 交点为 M，则：M(t，$-\frac{1}{2}t+3$)，

∵P(t，$\frac{1}{4}t^2-2t+3$)，∴PM=$\frac{1}{4}t^2-\frac{3}{2}t$，

∴$S_{\triangle APC}=S_{\triangle APM}-S_{\triangle CPM}==\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}t^2-\frac{3}{2}t\right)t-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}t^2-\frac{3}{2}t\right)(t-6)$

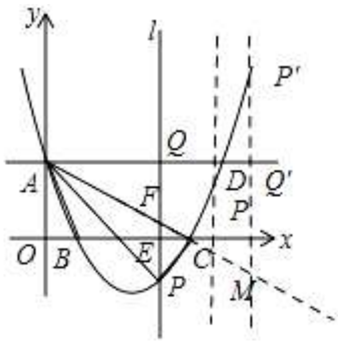
$$=\frac{3}{4}t^2-\frac{9}{2}t$$

$$=\frac{3}{4}(t-3)^2-\frac{27}{4},$$

当 t=8 时，取最大值，最大值为：12，

综上可知，当 $0<t\leqslant 8$ 时，△APC 面积的最大值为 12；

(3)如图，连接 AB，则△AOB 中，∠AOB=90°，AO=3，BO=2，Q(t，3)，P(t，$\frac{1}{4}t^2-2t+3$)，



①当 $2<t\leqslant 8$ 时，AQ=t，PQ=$-\frac{1}{4}t^2+2t$，

若：△AOB∽△AQP，则：$\frac{AO}{AQ}=\frac{BO}{PQ}$，

即：$\frac{3}{t}=\frac{2}{-\frac{1}{4}t^2+2t}$，

∴t=0(舍)，或 t=$\frac{16}{3}$，

若△AOB∽△PQA，则：$\frac{AO}{PQ}=\frac{OB}{AQ}$，

即：$\frac{3}{-\frac{1}{4}t^2+2t}=\frac{2}{t}$，

∴t=0(舍)或 t=2(舍)，

②当 t＞8 时，AQ′ =t，PQ′ =$\frac{1}{4}t^2-2t$，

若：△AOB∽△AQP，则：$\frac{AO}{AQ'}=\frac{BO}{P'Q'}$，

即：$\frac{3}{t}=\frac{2}{\frac{1}{4}t^2-2t}$，

∴t=0(舍)，或 t=$\frac{32}{3}$，

若△AOB∽△PQA，则：$\frac{AO}{P'Q'}=\frac{BO}{AQ'}$，

即：$\frac{2}{t}=\frac{3}{\frac{1}{4}t^2-2t}$，

∴t=0(舍)或 t=14，

∴t=$\frac{16}{3}$或 t=$\frac{32}{3}$或 t=14.