

绝密★启用前

甘肃省天水市 2019 年中考数学试题

试卷副标题

考试范围：xxx；考试时间：100 分钟；命题人：xxx

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题）

请点击修改第 I 卷的文字说明

评卷人	得分

一、单选题

1. 已知 $|a|=1$ ， b 是 2 的相反数，则 $a+b$ 的值为()

- A. -3 B. -1 C. -1 或-3 D. 1 或-3

【答案】C

【解析】

【分析】

先分别求出 a 、 b 的值，然后代入 $a+b$ 计算即可.

【详解】

$\because |a|=1$ ， b 是 2 的相反数，

$\therefore a=1$ 或 $a=-1$ ， $b=-2$ ，

当 $a=1$ 时， $a+b=1-2=-1$ ；

当 $a=-1$ 时， $a+b=-1-2=-3$ ；

综上， $a+b$ 的值为-1 或-3，

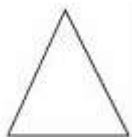
故选：C.

【点睛】

本题考查了绝对值的意义、相反数的意义及求代数式的值，熟练掌握绝对值和相反数的意义是解答本题的关键. 绝对值等于一个正数的数有 2 个，它们是互为相反数的关系.

2. 自然界中的数学不胜枚举，如蜜蜂建造的蜂房既坚固又省料，其厚度为 0.000073 米，将 0.000073 用科学记数法表示为()

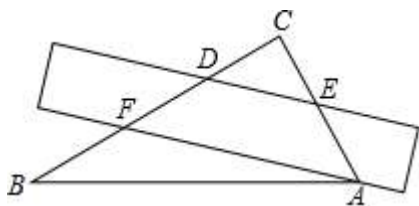
试题分析：主视图是从正面看所得到的图形,圆锥的主视图是等腰三角形，如图所示：



,故选 A.

考点：三视图.

4. 一把直尺和一块三角板 ABC (含 30° 、 60° 角) 如图所示摆放，直尺一边与三角板的两直角边分别交于点 D 和点 E ，另一边与三角板的两直角边分别交于点 F 和点 A ，且 $\angle CED = 50^\circ$ ，那么 $\angle BFA$ 的大小为()



- A. 145° B. 140° C. 135° D. 130°

【答案】 B

【解析】

【分析】

先利用三角形外角性质得到 $\angle FDE = \angle C + \angle CED = 140^\circ$ ，然后根据平行线的性质得到 $\angle BFA$ 的度数.

【详解】

$$\angle FDE = \angle C + \angle CED = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ,$$

$$\because DE \parallel AF,$$

$$\therefore \angle BFA = \angle FDE = 140^\circ.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等.

5. 下列运算正确的是()

- A. $(ab)^2 = a^2b^2$ B. $a^2 + a^2 = a^4$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

【答案】 A

【解析】

【分析】

根据积的乘方、合并同类项、幂的乘方、同底数幂的乘法逐项计算即可.

【详解】

A 选项, 积的乘方: $(ab)^2 = a^2b^2$, 正确;

B 选项, 合并同类项: $a^2 + a^2 = 2a^2$, 错误;

C 选项, 幂的乘方: $(a^2)^3 = a^6$, 错误;

D 选项, 同底数幂相乘: $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 错误.

故选: A.

【点睛】

本题考查了整式的运算, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 同底数的幂相乘, 底数不变, 指数相加; 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘; 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘; 合并同类项时, 把同类项的系数相加, 所得和作为合并后的系数, 字母和字母的指数不变.

6. 已知 $a + b = \frac{1}{2}$, 则代数式 $2a + 2b - 3$ 的值是()

A. 2

B. -2

C. -4

D. $-3\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】

把 $2a+2b$ 提取公因式 2, 然后把 $a + b = \frac{1}{2}$ 代入计算即可.

【详解】

$$\because 2a + 2b - 3 = 2(a + b) - 3,$$

$$\therefore \text{将 } a + b = \frac{1}{2} \text{ 代入得: } 2 \times \frac{1}{2} - 3 = -2$$

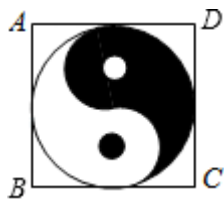
故选: B.

【点睛】

本题考查了因式分解的应用, 把一个多项式化成几个整式的乘积的形式, 叫做因式分解. 因式分解常用的方法有: ①提公因式法; ②公式法; ③十字相乘法; ④分组分解法.

7. 如图, 正方形 $ABCD$ 内的图形来自中国古代的太极图, 现随机向正方形内掷一枚小针, 则针尖落在黑色区域内的概率为()

线
订
装
内
外



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\pi}{8}$

D. $\frac{\pi}{4}$

【答案】 C

【解析】

【分析】

由图可知，黑色区域是圆面积的一半，设正方形 $ABCD$ 的边长为 $2a$ ，用黑色区域的面积除以正方形的面积即可。

【详解】

设正方形 $ABCD$ 的边长为 $2a$ ，

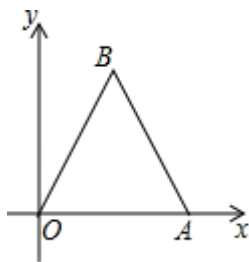
$$\text{针尖落在黑色区域内的概率} = \frac{\frac{1}{2} \times \pi \times a^2}{4a^2} = \frac{\pi}{8}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件(A)；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件(A)发生的概率。

8. 如图，等边 $\square OAB$ 的边长为 2，则点 B 的坐标为()



A. (1,1)

B. $(1, \sqrt{3})$

C. $(\sqrt{3}, 1)$

D. $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

【答案】 B

【解析】

【分析】

过点 B 作 $BH \perp AO$ 于 H 点，由勾股定理求出 BH 的长，即可求出点 B 的坐标。

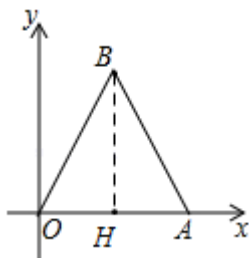
【详解】

过点 B 作 $BH \perp AO$ 于 H 点， $\because \square OAB$ 是等边三角形，

$$\therefore OH = 1, BH = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$.

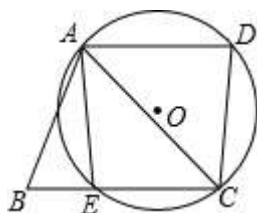
故选: B.



【点睛】

本题考查了等边三角形的性质, 勾股定理以及图形与坐标, 正确作出辅助线是解答本题的关键.

9. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\odot O$ 经过点 A 、 C 、 D , 与 BC 相交于点 E , 连接 AC 、 AE . 若 $\angle D = 80^\circ$, 则 $\angle EAC$ 的度数为()



A. 20°

B. 25°

C. 30°

D. 35°

【答案】 C

【解析】

【分析】

由菱形的性质求出 $\angle ACB = 50^\circ$, 由边形 $AECD$ 是圆内接四边形可求出 $\angle AEB = 80^\circ$, 然后利用三角形外角的性质即可求出 $\angle EAC$ 的度数.

【详解】

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle D = 80^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle DCB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle D) = 50^\circ,$$

\because 四边形 $AECD$ 是圆内接四边形,

$$\therefore \angle AEB = \angle D = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle AEB - \angle ACE = 30^\circ,$$

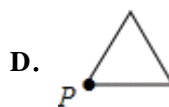
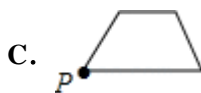
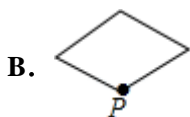
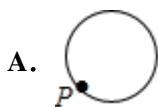
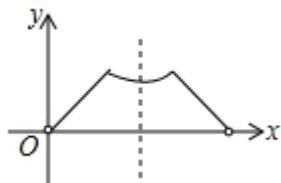
故选: C.

【点睛】

本题考查了菱形的性质,圆内接四边形的性质,三角形外角的性质.圆内接四边形的性:

①圆内接四边形的对角互补,②圆内接四边形的外角等于它的内对角,③圆内接四边形对边乘积的和,等于对角线的乘积.

10. 已知点 P 为某个封闭图形边界上一定点,动点 M 从点 P 出发,沿其边界顺时针匀速运动一周,设点 M 的运动时间为 x , 线段 PM 的长度为 y , 表示 y 与 x 的函数图象大致如图所示, 则该封闭图形可能是()



【答案】D

【解析】

【分析】

先观察图象得到 y 与 x 的函数图象分三个部分, 则可对有 4 边的封闭图形进行淘汰, 从而得到正确选项.

【详解】

y 与 x 的函数图象分三个部分, 而 B 选项和 C 选项中的封闭图形都有 4 条线段, 其图象要分四个部分, 所以 B、C 选项不正确;

A 选项中的封闭图形为圆, 开始 y 随 x 的增大而增大, 然后 y 随 x 的减小而减小, 所以 A 选项不正确;

D 选项为三角形, M 点在三边上运动对应三段图象, 且 M 点在 P 点的对边上运动时, PM 的长有最小值.

故选: D.

【点睛】

本题考查了动点问题的函数图象: 函数图象是典型的数形结合, 图象应用信息广泛, 通过看图获取信息, 不仅可以解决生活中的实际问题, 还可以提高分析问题、解决问题的能力. 用图象解决问题时, 要理清图象的含义即会识图.

本题考查了分式方程的解法，其基本思路是把方程的两边都乘以各分母的最简公分母，化为整式方程求解，求出 x 的值后不要忘记检验.

13. 一组数据 2.2, 3.3, 4.4, 11.1, a . 其中整数 a 是这组数据中的中位数，则这组数据的平均数是_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】

先根据中位数的定义求出 a 的值，再根据平均数的计算公式求解即可.

【详解】

∵ 整数 a 是这组数据中的中位数，

∴ $a = 4$ ，

∴ 这组数据的平均数 $= \frac{1}{5}(2.2 + 3.3 + 4.4 + 4 + 11.1) = 5$.

故答案为 5.

【点睛】

本题主要考查了平均数的求法以及中位数的求法，用到的知识点是：中位数的定义：将一组数据从小到大依次排列，把中间数据（或中间两数据的平均数）叫做中位数；平均数 = 总数 ÷ 个数. 要学会用适当的统计量分析问题.

14. 中国“一带一路”给沿线国家和地区带来很大的经济效益，沿线某地区居民 2016 年人均年收入 20000 元，到 2018 年人均年收入达到 39200 元. 则该地区居民年人均收入平均增长率为_____. (用百分数表示)

【答案】 40%

【解析】

【分析】

设该地区居民年人均收入平均增长率为 x ，根据到 2018 年人均年收入达到 39200 元列方程求解即可.

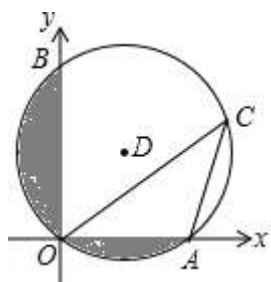
【详解】

设该地区居民年人均收入平均增长率为 x ，

$$20000(1+x)^2 = 39200,$$

解得， $x_1 = 0.4$ ， $x_2 = -2.4$ (舍去)，

∴ 该地区居民年人均收入平均增长率为 40%，



【答案】 $2\pi - 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

由圆周角定理可得 $\angle OBA = \angle C = 30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，利用解直角三角形求出 OA 、 AB 的长，然后根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{半圆}} - S_{\triangle ABO}$ 求解即可。

【详解】

连接 AB ，

$\because \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\therefore AB$ 是直径，

根据同弧对的圆周角相等得 $\angle OBA = \angle C = 30^\circ$ ，

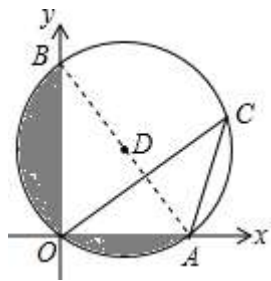
$\therefore OB = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore OA = OB \tan \angle ABO = OB \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2$ ， $AB = AO \div \sin 30^\circ = 4$ ，即圆的半径为 2，

的半径为 2，

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{半圆}} - S_{\triangle ABO} = \frac{\pi \times 2^2}{2} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\pi - 2\sqrt{3}.$$

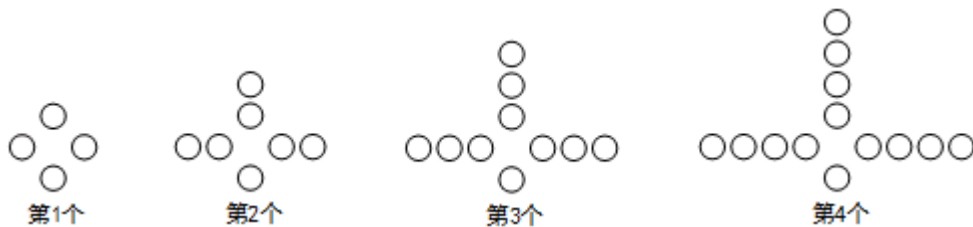
故答案为： $2\pi - 2\sqrt{3}$ 。



【点睛】

本题考查了：①同弧对的圆周角相等；② 90° 的圆周角对的弦是直径；③锐角三角函数的概念；④圆、直角三角形的面积公式。熟练掌握圆周角定理是解答本题的关键。

17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 5$ ，点 E 在 DC 上，将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠，点 D 恰好落在 BC 边上的点 F 处，那么 $\sin \angle EFC$ 的值为_____。



【答案】 6058

【解析】

【分析】

根据题目中的图形，可以发现○的变化规律，从而可以得到第 2019 个图形中○的个数.

【详解】

由图可得，

第 1 个图象中○的个数为： $1 + 3 \times 1 = 4$ ，

第 2 个图象中○的个数为： $1 + 3 \times 2 = 7$ ，

第 3 个图象中○的个数为： $1 + 3 \times 3 = 10$ ，

第 4 个图象中○的个数为： $1 + 3 \times 4 = 13$ ，

……

∴第 2019 个图形中共有： $1 + 3 \times 2019 = 1 + 6057 = 6058$ 个○，

故答案为：6058.

【点睛】

本题考查图形的变化类，解答本题的关键是明确题意，发现图形中○的变化规律，利用数形结合的思想解答.

评卷人	得分

三、解答题

19. (1)计算： $(-2)^3 + \sqrt{16} - 2 \sin 30^\circ + (2019 - \pi)^0 + |\sqrt{3} - 4|$

(2)先化简，再求值： $\left(\frac{x}{x^2 + x} - 1\right) \div \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ ，其中 x 的值从不等式组 $\begin{cases} -x \leq 1 \\ 2x - 1 < 5 \end{cases}$ 的整

数解中选取.

【答案】 (1) $-\sqrt{3}$; (2) $\frac{x}{1-x}$, -2.

【解析】

【分析】

先根据乘方的意义、算术平方根的意义、特殊角的三角函数值、零指数幂及绝对值的意

义逐项化简，再合并同类项或同类二次根式即可；

(2) 把括号内通分，并把分子、分母分解因式约分化简，然后求出不等式组的解集，从解集中取一个使分式有意义的数代入计算即可。

【详解】

$$\begin{aligned} (1) \text{原式} &= -8 + 4 - 2 \times \frac{1}{2} + 1 + 4 - \sqrt{3} \\ &= -8 + 4 - 1 + 1 + 4 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= \frac{x - x^2 - x}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x-1} \\ &= -\frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-1} \\ &= \frac{x}{1-x}, \end{aligned}$$

$$\text{解不等式组} \begin{cases} -x \leq 1 \\ 2x - 1 < 5 \end{cases} \text{得} -1 \leq x < 3,$$

则不等式组的整数解为-1、0、1、2，

$$\because x \neq \pm 1, \quad x \neq 0,$$

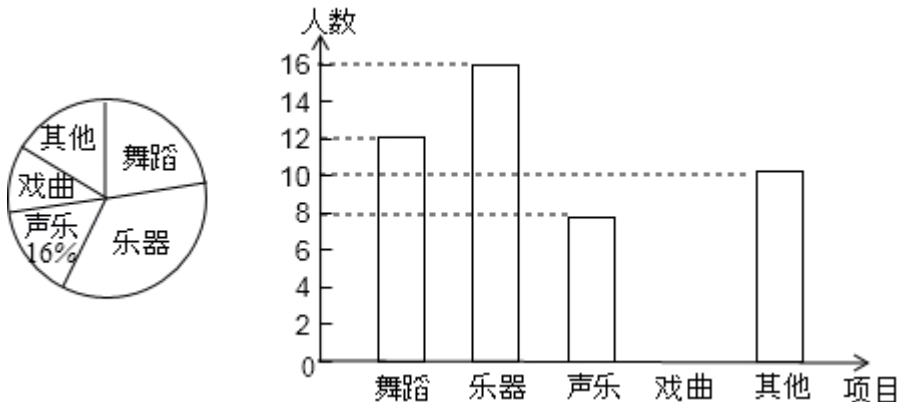
$$\therefore x = 2,$$

$$\text{则原式} = \frac{2}{1-2} = -2.$$

【点睛】

本题考查了实数的混合运算，分式的混合运算，一元一次不等式组的解法，熟练掌握各知识点是解答本题的关键。

20. 天水市某中学为了解学校艺术社团活动的开展情况，在全校范围内随机抽取了部分学生，在“舞蹈、乐器、声乐、戏曲、其它活动”项目中，围绕你最喜欢哪一项活动(每人只限一项)进行了问卷调查，并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图。



请你根据统计图解答下列问题：

- (1)在这次调查中，一共抽查了_____名学生.
- (2)请你补全条形统计图.
- (3)扇形统计图中喜欢“乐器”部分扇形的圆心角为_____度.
- (4)请根据样本数据，估计该校 1200 名学生中喜欢“舞蹈”项目的共多少名学生？

【答案】 (1)50 人；(2)见解析；(3)115.2；(4)288.

【解析】

【分析】

- (1) 用喜欢声乐的人数除以它所占的百分比得到调查的总人数；
- (2) 先计算出喜欢戏曲的人数，然后补全条形统计图；
- (3) 用 360 度乘以喜欢乐器的人数所占得到百分比得到扇形统计图中喜欢“乐器”部分扇形的圆心角的度数；
- (4) 用 1200 乘以样本中喜欢舞蹈的人数所占的百分比即可.

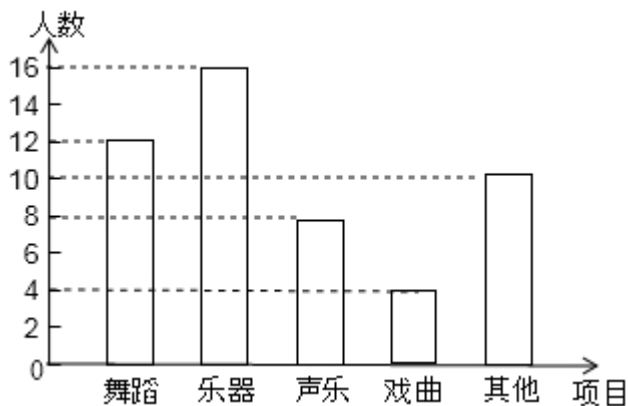
【详解】

$$(1) 8 \div 16\% = 50,$$

所以在本次调查中，一共抽查了 50 名学生；

$$(2) \text{喜欢戏曲的人数为 } 50 - 8 - 10 - 12 - 16 = 4 \text{ (人),}$$

条形统计图为：



$$(3) \text{扇形统计图中喜欢“乐器”部分扇形的圆心角的度数为 } 360^\circ \times \frac{16}{50} = 115.2^\circ;$$

故答案为 50；115.2；

$$(4) 1200 \times \frac{12}{50} = 288,$$

所以估计该校 1200 名学生中喜欢“舞蹈”项目的共 288 名学生.

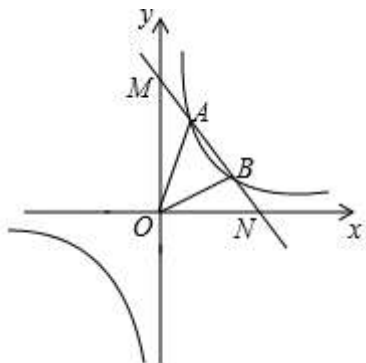
【点睛】

本题考查了条形统计图：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来。从条形图可以很容易看出数据的大

小，便于比较。也考查了扇形统计图。

21. 如图，一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 $A(m, 4)$ 、 $B(2, n)$ 两点，

与坐标轴分别交于 M 、 N 两点。



(1) 求一次函数的解析式；

(2) 根据图象直接写出 $kx + b - \frac{4}{x} > 0$ 中 x 的取值范围；

(3) 求 $\square AOB$ 的面积。

【答案】 (1) $y = -2x + 6$; (2) $x < 0$ 或 $1 < x < 2$; (3) 3.

【解析】

【分析】

(1) 将点 A 、点 B 的坐标分别代入解析式即可求出 m 、 n 的值，从而求出两点坐标；

(2) 由图直接解答；

(3) 将 $\triangle AOB$ 的面积转化为 $S_{\triangle AON} - S_{\triangle BON}$ 的面积即可。

【详解】

(1) \because 点 A 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 上，

$$\therefore \frac{4}{m} = 4, \text{ 解得 } m = 1,$$

\therefore 点 A 的坐标为 $(1, 4)$,

又 \because 点 B 也在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 上，

$$\therefore \frac{4}{2} = n, \text{ 解得 } n = 2,$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(2, 2)$,

又 \because 点 A 、 B 在 $y = kx + b$ 的图象上，

$$\therefore \begin{cases} k+b=4 \\ 2k+b=2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases},$$

\therefore 一次函数的解析式为 $y = -2x + 6$.

(2) 根据图象得: $kx + b - \frac{4}{x} > 0$ 时, x 的取值范围为 $x < 0$ 或 $1 < x < 2$;

(3) \because 直线 $y = -2x + 6$ 与 x 轴的交点为 N ,

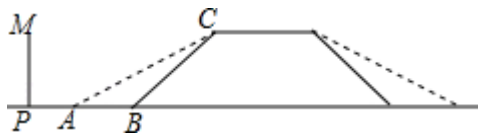
\therefore 点 N 的坐标为 $(3, 0)$,

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AON} - S_{\triangle BON} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3.$$

【点睛】

本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求函数解析式, 利用图像解不等式, 及割补法求图形的面积, 数形结合是解题的关键.

22. 某地的一座人行天桥如图所示, 天桥高为 6 米, 坡面 BC 的坡度为 $1:1$, 文化墙 PM 在天桥底部正前方 8 米处 (PB 的长), 为了方便行人推车过天桥, 有关部门决定降低坡度, 使新坡面的坡度为 $1:\sqrt{3}$. (参考数据: $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)



(1) 若新坡面坡角为 α , 求坡角 α 度数;

(2) 有关部门规定, 文化墙距天桥底部小于 3 米时应拆除, 天桥改造后, 该文化墙 PM 是否需要拆除? 请说明理由.

【答案】(1) $\alpha = 30^\circ$; (2) 该文化墙 PM 不需要拆除, 理由见解析.

【解析】

【分析】

(1) 根据新的坡度, 可以求得坡角的正切值, 从而可以解答本题;

(2) 根据题意和题目中的数据可以求得 PA 的长度, 然后与 3 比较大小即可解答本题.

【详解】

(1) \because 新坡面坡角为 α , 新坡面的坡度为 $1:\sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \alpha = 30^\circ$;

(2) 该文化墙 PM 不需要拆除,

理由: 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 则 $CD = 6$ 米,

∵新坡面的坡度为1:√3,

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{6}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

解得, $AD = 6\sqrt{3}$ 米,

∵坡面 BC 的坡度为1:1, $CD = 6$ 米,

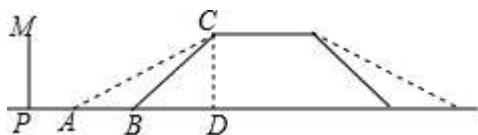
∴ $BD = 6$ 米,

∴ $AB = AD - BD = (6\sqrt{3} - 6)$ 米,

又∵ $PB = 8$ 米,

∴ $PA = PB - AB = 8 - (6\sqrt{3} - 6) = 14 - 6\sqrt{3} \approx 14 - 6 \times 1.732 \approx 3.6$ 米 > 3 米,

∴该文化墙 PM 不需要拆除.



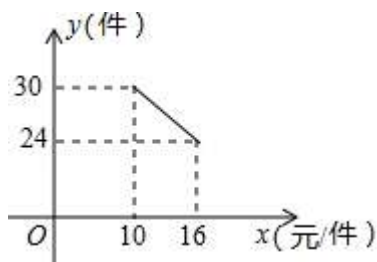
【点睛】

本题考查解直角三角形的应用-坡度坡角问题, 解答本题的关键是明确题意, 利用特殊角的三角函数值和数形结合的思想解答.

23. 一名在校大学生利用“互联网+”自主创业, 销售一种产品, 这种产品的成本价10元/件, 已知销售价不低于成本价, 且物价部门规定这种产品的销售价不高于16元/件, 市场调查发现, 该产品每天的销售量 y (件) 与销售价 x (元/件) 之间的函数关系如图所示.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 求每天的销售利润 W (元) 与销售价 x (元/件) 之间的函数关系式, 并求出每件销售价为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少?



【答案】 (1) $y = -x + 40 (10 \leq x \leq 16)$ (2) $-(x - 25)^2 + 225$, $x = 16$, 144 元

【解析】

【分析】

(1) 利用待定系数法求解可得 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 根据“总利润 = 每件的利润 \times 销售量”可得函数解析式, 将其配方成顶点式, 利用二次函数的性质进一步求解可得.

【详解】

(1) 设 y 与 x 的函数解析式为 $y = kx + b$,

将 $(10, 30)$ 、 $(16, 24)$ 代入, 得:
$$\begin{cases} 10k + b = 30 \\ 16k + b = 24 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 40 \end{cases}$$

所以 y 与 x 的函数解析式为 $y = -x + 40$ (10 $\leq x \leq 16$);

(2) 根据题意知, $W = (x - 10)y = (x - 10)(-x + 40) = -x^2 + 50x - 400$

$$= -(x - 25)^2 + 225,$$

$\because a = -1 < 0,$

\therefore 当 $x < 25$ 时, W 随 x 的增大而增大,

$\because 10 \leq x \leq 16,$

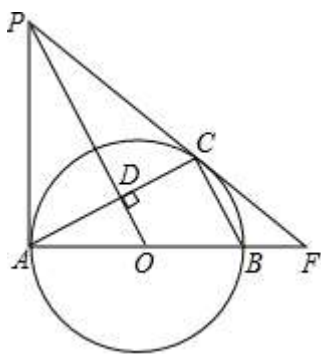
\therefore 当 $x = 16$ 时, W 取得最大值, 最大值为 144,

答: 每件销售价为 16 元时, 每天的销售利润最大, 最大利润是 144 元.

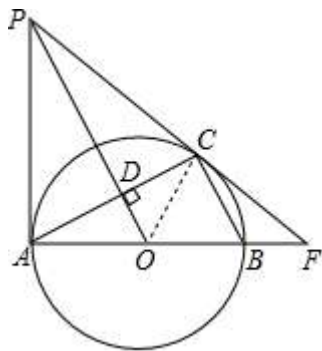
【点睛】

本题考查了二次函数的应用, 解题的关键是熟练掌握待定系数法求函数解析式及根据相等关系列出二次函数解析式及二次函数的性质.

24. 如图, AB 、 AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦, $OD \perp AC$ 于点 D . 过点 A 作 $\odot O$ 的切线与 OD 的延长线交于点 P , PC 、 AB 的延长线交于点 F .



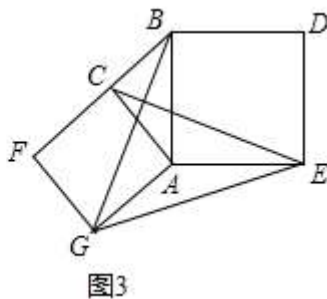
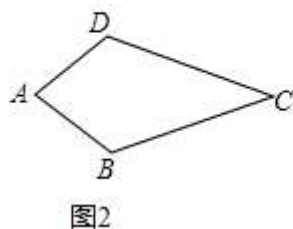
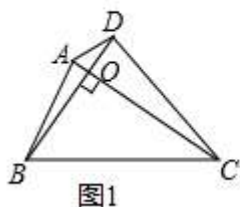
(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;



【点睛】

本题考查了切线的判定和性质，等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定与性质，解直角三角形的综合应用.解决本题的关键是证切线转化成证垂直.

25. 如图 1，对角线互相垂直的四边形叫做垂美四边形.



(1)概念理解：如图 2，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $CB = CD$ ，问四边形 $ABCD$ 是垂美四边形吗？请说明理由；

(2)性质探究：如图 1，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $AC \perp BD$ 。试证明： $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ ；

(3)解决问题：如图 3，分别以 $Rt\triangle ACB$ 的直角边 AC 和斜边 AB 为边向外作正方形 $ACFG$ 和正方形 $ABDE$ ，连结 CE 、 BG 、 GE 。已知 $AC = 4$ ， $AB = 5$ ，求 GE 的长。

【答案】(1) 四边形 $ABCD$ 是垂美四边形，理由见解析；(2)证明见解析；(3) $GE = \sqrt{73}$ 。

【解析】

【分析】

(1) 根据垂直平分线的判定定理，可证直线 AC 是线段 BD 的垂直平分线，结合“垂美四边形”的定义证明即可；

(2) 根据垂直的定义和勾股定理解答即可；

(3) 连接 CG 、 BE ，先证明 $\triangle GAB \cong \triangle CAE$ ，得到 $\therefore \angle ABG = \angle AEC$ ，可证 $\angle ABG + \angle AEC = 90^\circ$ ，即 $CE \perp BG$ ，从而四边形 $CGEB$ 是垂美四边形，根据垂美四边形的性质、勾股定理、结合 (2) 的结论计算即可。

∴ $\angle ABG + \angle AME = 90^\circ$ ，即 $CE \perp BG$ ，

∴ 四边形 $CGEB$ 是垂美四边形，

由(2)得， $CG^2 + BE^2 = CB^2 + GE^2$ ，

∵ $AC = 4$ ， $AB = 5$ ，

∴ $BC = 3$ ， $CG = 4\sqrt{2}$ ， $BE = 5\sqrt{2}$ ，

∴ $GE^2 = CG^2 + BE^2 - CB^2 = 73$ ，

∴ $GE = \sqrt{73}$ 。

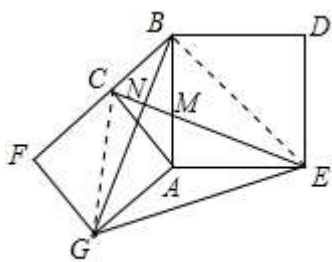


图3

【点睛】

本题考查的是正方形的性质、全等三角形的判定和性质、垂直的定义、勾股定理的应用，

正确理解垂美四边形的定义、灵活运用勾股定理是解题的关键。