2014年四川省资阳市中考模拟数学

一、选择题：(本大题共10个小题，每小题3分，共30分)在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意.

1.(3分)下列各数中，最小的数是(　　)

A.-1

B.-6

C.2

D.3

解析：四个选项中，最小的数是-6.

答案：B.

2.(3分)在一个不透明的布袋中装有红色、白色玻璃球共60个，除颜色外其他完全相同.小明通过多次摸球试验后发现，其中摸到红色球的频率稳定在25%左右，则口袋中红色球可能有(　　)

A.5个

B.10个

C.15个

D.45个

解析：∵摸到红色球的频率稳定在25%左右，

∴口袋中红色球的频率为25%，故红球的个数为60×25%=15(个).

答案：C.

3.(3分)函数$y=\sqrt{x+2}$中自变量x的取值范围是(　　)

A.x≥2

B.x≥-2

C.x<2

D.x<-2

解析：依题意，得x+2≥0，

解得x≥-2，

答案：B.

4.(3分)若一个正多边形的一个外角是40°，则这个正多边形的边数是(　　)

A.10

B.9

C.8

D.6

解析：多边形的每个外角相等，且其和为360°，

据此可得$\frac{360}{n}$=40，解得n=9.

答案：B.

5.(3分)预计全国参加高等院校统一招生考试的学生约10 153 000人，其中10 153 000用科学记数法表示应为(　　)

A. 10.153×10^{6}

B. 1.0153×10^{7}

C. 0.10153×10^{8}

D. 1.0153×10^{9}

解析：$10\ 153\ 000=1.0153\times10^{7}$，

答案：B.

6.(3分)若两圆的直径分别是3cm和9cm，圆心距为8cm，则这两个圆的位置关系是(　　)

A.内切

B.外离

C.相交

D.外切

解析：∵两圆的直径分别为3cm和9cm，

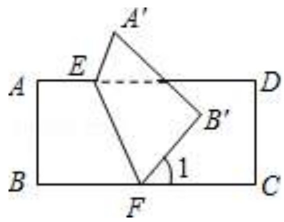
∴两圆的半径分别为1.5cm和4.5cm，

两圆圆心距 $d>4.5+1.5=6$

故两圆外离.

答案：B.

7.(3分)如图，把矩形ABCD沿EF折叠后使A与A′、B与B′重合，若∠1=50°，则∠AEF=(　　)



A. 130°

B. 110°

C. 120°

D. 115°

解析：∵矩形ABCD沿EF折叠后使A与A′、B与B′重合，

∴∠BFE=∠EFB′，

∵∠1=50°，

∴∠BFE=65°，

∵四边形ABCD是矩形，

∴AD∥BC，

∴∠AEF+∠BFE=180°，

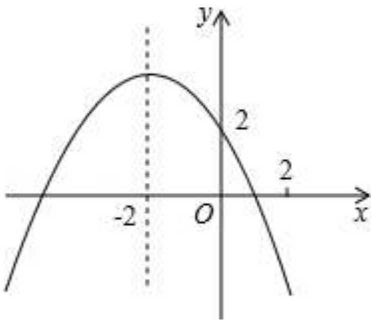
∴∠AEF=180°-65°=115°，

答案：D.

8.(3分)若不等式组 $\begin{cases}x+a\geqslant0\\-2-5x>3\end{cases}$ 有解，则a的取值范围是(　　)

A. a＞1
B. a≥1
C. a≤-1
D. a＜-1
解析：$\begin{cases} x+a\geqslant 0① \\ -2-5x>3② \end{cases}$，
解①得 x≥-a，
解②得 x＜-1，
∴不等式组的解集为：-a≤x＜-1.
∵不等式组有解，
∴-a＜-1，即 a＞1，
∴a 的取值范围是 a＞1，
答案：A.

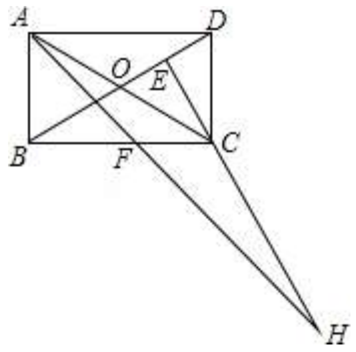
9.(3 分)已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图，有以下结论：
①4a+2b+c＜0；②4a-2b+c＞2；③abc＞0；④16a-4b+c＜0；⑤c-a＞2
其中所有正确结论的序号是(　　)



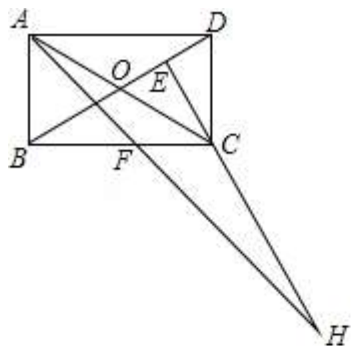
A. ①②
B. ①③④
C. ①②③⑤
D. ①②③④⑤
解析：①由图示知，当 x=2 时，y=4a+2b+c＜0，故①正确；
②当 x=-2 时，y=4a-2b+c＞2，故②正确；
③由抛物线的开口向下知 a＜0，与 y 轴的交点为在 y 轴的正半轴上，
∴c＞0，对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=-2$，得 4a=b，
∴a、b 同号，即 b＜0，
∴abc＞0，故③正确；
④∵对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=-2$，
∴点(0，2)的对称点为(-4，2)，
∴当 x=-4 时，y=16a-4b+c=2＞0. 故④错误；
⑤∵x=-1 时，a-b+c＞2，又$-\frac{b}{2a}=-2$，即 b=4a，
∴c-a＞2. 故⑤正确.
综上所述，正确的结论是①②③⑤.

答案：C.

10.(3 分)在矩形 ABCD 中，AB=1，AD=$\sqrt{3}$，AF 平分∠DAB，过 C 点作 CE⊥BD 于 E，延长 AF、EC 交于点 H，下列结论中：①AF=FH；②BO=BF；③CA=CH；④BE=3ED.正确的是(　　)



A.②③
B.③④
C.①②④
D.②③④
解析：∵AB=1，AD=$\sqrt{3}$，
∴BD=AC=2，OB=OA=OD=OC=1.
∴OB=OA=OD=OC=AB=CD=1，
∴△OAB，△OCD 为等边三角形.
∵AF 平分∠DAB，
∴∠FAB=45°，即△ABF 是一个等腰直角三角形.
∴BF=AB=1，BF=BO=1.
∴∠FAB=45°，
∴∠CAH=45°-30°=15°.
∵∠ACE=30°(正三角形上的高的性质)
∴∠AHC=15°，
∴CA=CH，
由正三角形上的高的性质可知：DE=OD÷2，OD=OB，
∴BE=3ED.



答案：D

二、填空题：(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分).
11.(3 分)分解因式：$x^3-x=$____.

解析：x^3-x，

$=x(x^2-1)$，

$=x(x+1)(x-1)$.

答案：$x(x+1)(x-1)$.

12.(3分)一组数据4，3，5，x，4，5的众数是5，则x=____.

解析：∵4，3，5，x，4，5的众数是5，

∴x=5.

答案：5.

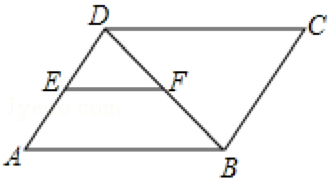
13.(3分)一次函数$y=-2x+4$，当函数值为正时，x的取值范围是____.

解析：一次函数$y=-2x+4$，当函数值为正，即$-2x+4>0$，

解得：$x<2$.

答案：$x<2$.

14.(3分)如图，在▱ABCD中，BD为对角线，E、F分别是AD、BD的中点，连接EF.若$EF=\frac{9}{2}$，则CD的长为____.



解析：∵E、F分别是AD、BD的中点，

∴EF是△ABD的中位线，

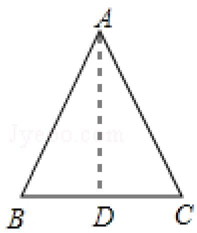
∴$AB=2EF=2\times\frac{9}{2}=9$，

在▱ABCD中，CD=AB=9.

答案：9.

15.(3分)某小区为美化小区环境，要打造一块等腰三角形的草地，它的一边长为20m，面积为160m^2，现要给这块三角形草地围上白色的低矮栅栏，则需要栅栏的长度为____m.

解析：(1)当20是等腰三角形的底边时，

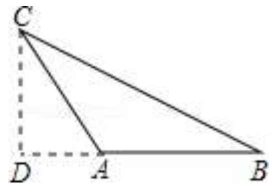


根据面积求得底边上的高AD是16，

再根据等腰三角形的三线合一，知：底边上的高也是底边上的中线，即底边的一半BD=10，

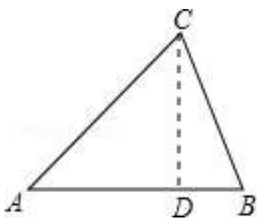
根据勾股定理即可求得其腰长$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{100+256}=2\sqrt{89}$，此时三角形的周长是$20+4\sqrt{89}$；

(2)当20是腰时，由于高可以在三角形的内部，也可在三角形的外部，又应分两种情况.
根据面积求得腰上的高是16；
①当高在三角形的外部时，



在RT△ADC中，AD=$\sqrt{AC^2-CD^2}$=12，从而可得BD=32，

进一步根据勾股定理求得其底边是BC=$\sqrt{CD^2+BD^2}$=$\sqrt{16^2+32^2}$=16$\sqrt{5}$，此时三角形的周长是40+16$\sqrt{5}$；
②当高在三角形的内部时，



根据勾股定理求得AD=$\sqrt{AC^2-CD^2}$=12，BD=AB-AD=8，

在RT△CDB中，BC=$\sqrt{CD^2+BD^2}$是$\sqrt{16^2+8^2}$=8$\sqrt{5}$，此时三角形的周长是40+8$\sqrt{5}$；

答案：20+4$\sqrt{89}$或40+8$\sqrt{5}$或40+16$\sqrt{5}$.

16.(3分)将一根绳子对折1次从中间剪断，绳子变成3段；将一根绳子对折2次，从中间剪断，绳子变成5段；依此类推，将一根绳子对折2014次，从中间剪一刀全部剪断后，绳子变成____段.
解析：∵对折1次从中间剪断，有$2^1+1=3$；对折2次，从中间剪断，有$2^2+1=5$.
∴对折n次，从中间剪一刀全部剪断后，绳子变成2^n+1段，
∴对折2014次，从中间剪一刀全部剪断后，绳子变成$2^{2014}+1$段.
答案：($2^{2014}+1$)

三、解答题(本大题共8个小题，共72分，解答题应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤).
17.(7分)(1)计算：$(x-1)^2+2(1+x)$；
(2)解分式方程：$\frac{2}{x-4}=\frac{1}{x+1}$.
解析：(1)首先利用完全平方公式计算，然后合并同类项，即可求解；
(2)去分母即可化成整式方程求得x的值，然后进行检验即可.
答案：(1)原式$=x^2-2x+1+2+2x$
$=3x+6$；
(2)去分母得：$2(x+1)=x-4$，
解得$x=-6$，

检验 x=-6 是原方程的解.
所以，原方程的解为 x=-6.

18.(8 分)某工厂用 A、B、C 三台机器加工生产一种产品.对 2009 年第一季度的生产情况进行统计，图 1 是三台机器的产量统计图，图 2 是三台机器产量的比例分布图.
(图中有部分信息未给出)
(1)利用图 1 信息，写出 B 机器的产量，并估计 A 机器的产量;
(2)综合图 1 和图 2 信息，求 C 机器的产量.

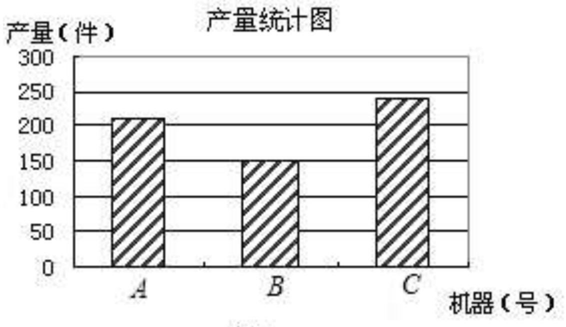


图 1

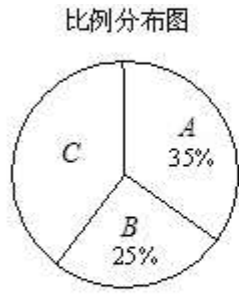
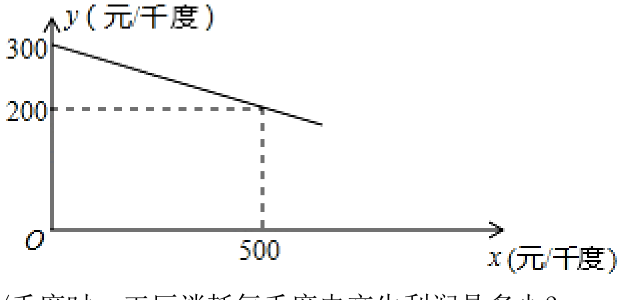


图 2

解析：(1)根据条形统计图读出数据即可;
(2)根据扇形统计图求得 C 所占的百分比，根据 A 所占得百分比计算总数，再进一步根据总数进行计算.
答案：(1)B 机器的产量为 150 件，A 机器的产量约为 210 件;
(2)C 机器产量的百分比为 40%.
设 C 机器的产量为 x,
由$\frac{150}{25\%}=\frac{x}{40\%}$，得 x=240，即 C 机器的产量为 240 件.

19.(8 分)某工厂在生产过程中要消耗大量电能，消耗每千度电产生利润与电价是一次函数关系，经过测算，工厂每千度电产生利润 y(元/千度)与电价 x(元/千度)的函数图象如图:



(1)当电价为 600 元/千度时，工厂消耗每千度电产生利润是多少?
(2)为了实现节能减排目标，有关部门规定，该厂电价 x(元/千度)与每天用电量 m(千度)的函数关系为 x=5m+600，且该工厂每天用电量不超过 60 千度，为了获得最大利润，工厂每天应安排使用多少度电?工厂每天消耗电产生利润最大是多少元?
解析：(1)设 y=kx+b(k≠0)，利用待定系数法求一次函数解析式解答即可;
(2)根据利润=每天的用电量×每千度电产生利润 y，然后整理得到 W 与 m 的关系式，再根据二次函数的最值问题解答.
答案:(1)设工厂每千度电产生利润 y(元/千度)与电价 x(元/千度)的函数解析式为:y=kx+b,
∵该函数图象过点(0，300)，(500，200),

$\therefore\begin{cases}b=300\\500k+b=200\end{cases}$,

解得$\begin{cases}k=-0.2\\b=300\end{cases}$.

所以 $y=-0.2x+300(x\geqslant0)$,

当电价 $x=600$ 元/千度时，该工厂消耗每千度电产生利润 $y=-0.2\times600+300=180$(元/千度);

(2)设工厂每天消耗电产生利润为 w 元，由题意得：

$w=my=m(-0.2x+300)$

$=m[-0.2(5m+600)+300]$

$=-m^2+180m$

$=-(m-90)^2+8100$,

在 $m\leqslant90$ 时，W 随 m 的增大而最大，

由题意，$m\leqslant60$,

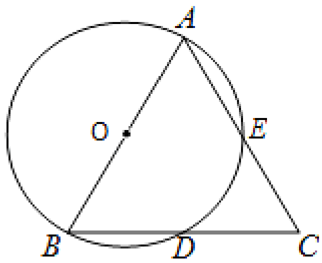
∴当 m=60 时，$w_{最大}=-(60-90)^2+8100=7200$,

即当工厂每天消耗 60 千度电时，工厂每天消耗电产生利润为最大，最大利润为 7200 元.

20.(8 分)如图，点 A、B、D、E 在⊙O 上，弦 AE、BD 的延长线相交于点 C.若 AB 是⊙O 的直径，D 是 BC 的中点.

(1)试判断 AB、AC 之间的大小关系，并给出证明;

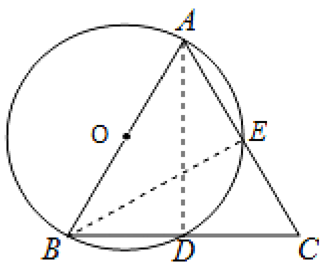
(2)在上述题设条件下，当△ABC 为正三角形时，点 E 是否 AC 的中点？为什么？



解析：(1)连接 AD，根据圆周角定理求出∠ADB=90°，根据线段垂直平分线性质推出即可;

(2)根据圆周角定理求出∠AEB=90°，根据等腰三角形性质求出即可.

答案：(1)AB=AC，连结 AD,



∵AB 是⊙O 的直径

∴∠ADB=90°，

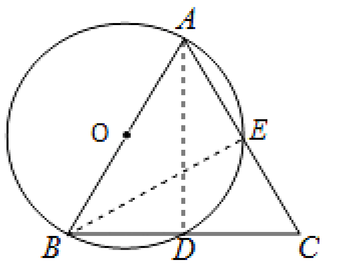
即 AD⊥BC,

∵BD=DC,

∴AB=AC;

(2)当△ABC 为正三角形时，E 是 AC 的中点，

连接 BE,



∵AB 为直径，

∴∠BEA=90°，

即 BE⊥AC，

∵△ABC 为正三角形，

∴AE=EC，

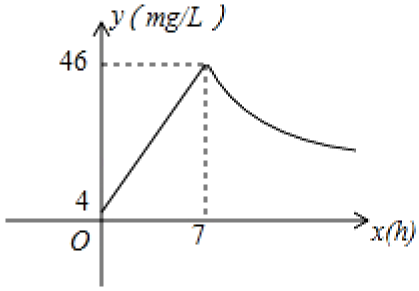
即 E 是 AC 的中点.

21.(9 分)近年来，我国煤矿安全事故频频发生，其中危害最大的是瓦斯，其主要成分是 CO. 在一次矿难事件的调查中发现：从零时起，井内空气中 CO 的浓度达到 4mg/L，此后浓度呈直线型增加，在第 7 小时达到最高值 46mg/L，发生爆炸；爆炸后，空气中的 CO 浓度成反比例下降.如图，根据题中相关信息回答下列问题：

(1)求爆炸前后空气中 CO 浓度 x 与时间 y 的函数关系式，并写出相应的自变量取值范围；

(2)当空气中的 CO 浓度达到 36mg/L 时，井下 6km 的矿工接到自动报警信号，这时他们至少要以多少 km/h 的速度撤离才能在爆炸前逃生？

(3)矿工只有在空气中的 CO 浓度降到 16mg/L 及以下时，才能回到矿井开展生产自救，求矿工至少在爆炸后多少小时才能下井？



解析：(1)根据图象可以得到函数关系式，$y=k_1x+b(k_1\neq0)$，再由图象所经过点的坐标(0，4)，(7，46)求出 k_1 与 b 的值，然后得出函数式 y=6x+4，从而求出自变量 x 的取值范围.再由图象知 $y=\frac{k_2}{x}(k_2\neq0)$ 过点(7，46)，求出 k_2 的值，再由函数式求出自变量 x 的取值范围.

(2)结合以上关系式，当 y=34 时，由 y=6x+4 得 x=5，从而求出撤离的最长时间，再由 $v=\frac{s}{t}$ 求速度.

(3)由关系式 $y=\frac{k_2}{x}$ 知，y=4 时，x=80.5，矿工至少在爆炸后 80.5-7=73.5(小时)才能下井.

答案：(1)因为爆炸前浓度呈直线型增加，

所以可设 y 与 x 的函数关系式为 $y=k_1x+b$

由图象知 $y=k_1x+b$ 过点(0，4)与(7，46)

$$\therefore\begin{cases}b=4\\7k_1+b=46\end{cases}$$

解得$\begin{cases} k_1=6 \\ b=4 \end{cases}$

∴$y=6x+4$，此时自变量 x 的取值范围是 $0\leqslant x\leqslant 7$.

因为爆炸后浓度成反比例下降，所以可设 y 与 x 的函数关系式为$y=\frac{k_2}{x}$.

由图象知$y=\frac{k_2}{x}$过点(7，46)，

∴$\frac{k_2}{7}=46$，

∴$k_2=322$，

∴$y=\frac{322}{x}$，此时自变量 x 的取值范围是 $x>7$.

(2)当 y=36 时，由 y=6x+4 得，6x+4=36，$x=\frac{16}{3}$

∴撤离的最长时间为 $7-\frac{16}{3}=\frac{5}{3}$(小时).

∴撤离的最小速度为 $6\div\frac{5}{3}=3.6$(km/h).

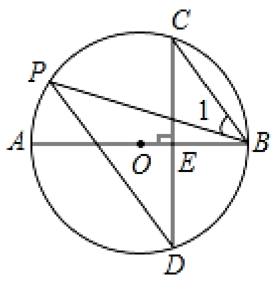
(3)当 y=16 时，由$y=\frac{322}{x}$得，$x=20\frac{1}{8}$，$20\frac{1}{8}-7=13\frac{1}{8}$(小时).

∴矿工至少在爆炸后$13\frac{1}{8}$小时能才下井.

22.(9 分)如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB 于点 E，点 P 在⊙O 上，∠1=∠C.

(1)试判断 CB、PD 的位置关系，并证明你的结论；

(2)若 BC=28，$\sin P=\frac{4}{5}$，求⊙O 的直径.



解析：(1)根据同弧所对的圆周角相等，判断出∠1=∠P，从而求出 CB∥PD；

(2)根据 AB 为⊙O 直径，判断出∠ACB=90°，再根据$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，判断出∠A=∠P，利用三角函数求出⊙O 的直径.

答案：(1)CB∥PD.

∵$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}$，

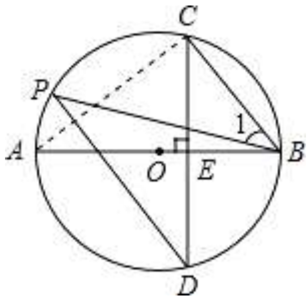
∴∠C=∠P.

又∵∠1=∠DCB，

∴$\angle 1=\angle P$.

∴CB∥PD.

(2)连接 AC.



∵AB 为⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$.

又∵$CD\perp AB$，

∴$\widehat{BC}=\widehat{BD}$.

∴$\angle A=\angle P$.

∴$\sin A=\sin P$.

在 Rt△ABC 中，$\sin A=\frac{BC}{AB}$,

∵$\sin P=\frac{4}{5}$,

∴$\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$.

∵BC=28，

∴AB=35.

即⊙O 的直径为 35.

23.(13 分)如图所示，

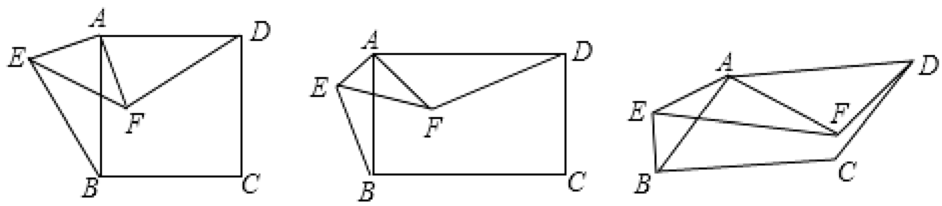


图1　　图2　　图3

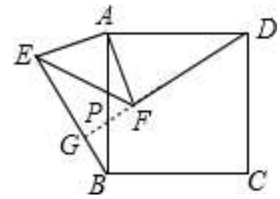
(1)正方形 ABCD 及等腰 Rt△AEF 有公共顶点 A，$\angle EAF=90°$，连接 BE、DF.将 Rt△AEF 绕点 A 旋转，在旋转过程中，BE、DF 具有怎样的数量关系和位置关系？结合图(1)给予证明；

(2)将(1)中的正方形 ABCD 变为矩形 ABCD，等腰 Rt△AEF 变为 Rt△AEF，且 AD=kAB，AF=kAE，其他条件不变.(1)中的结论是否发生变化？结合图(2)说明理由；

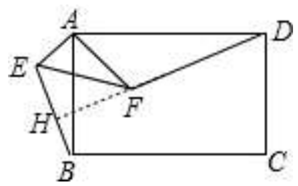
(3)将(2)中的矩形 ABCD 变为平行四边形 ABCD，将 Rt△AEF 变为△AEF，且$\angle BAD=\angle EAF=a$，其他条件不变.(2)中的结论是否发生变化？结合图(3)，如果不变，直接写出结论；如果变化，直接用 k 表示出线段 BE、DF 的数量关系，用 a 表示出直线 BE、DF 形成的锐角 β.

解析：(1)根据旋转的过程中线段的长度不变，得到 AF=AE，又$\angle BAE$与$\angle DAF$都与$\angle BAF$互余，所以$\angle BAE=\angle DAF$，所以△FAD≌△EAB，因此 BE 与 DF 相等，延长 DF 交 BE 于 G，根据全等三角形的对应角相等和四边形的内角和等于 360°求出$\angle EGF=90°$，所以 DF⊥BE；(2)

等同(1)的方法，因为矩形的邻边不相等，但根据题意，可以得到对应边成比例，所以△FAD∽△EAB，所以 DF=kBE，同理，根据相似三角形的对应角相等和四边形的内角和等于 360° 求出∠EHF=90°，所以 DF⊥BE;
(3)与(2)的证明方法相同，但根据相似三角形的对应角相等和四边形的内角和等于 360° 求出∠EAF+∠EHF=180°，所以 DF 与 BE 的夹角 β=180°－α.
答案：(1)DF 与 BE 互相垂直且相等.
证明：延长 DF 分别交 AB、BE 于点 P、G(1 分)

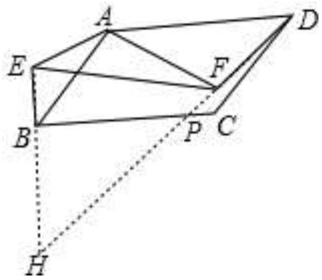


在正方形 ABCD 和等腰直角△AEF 中
AD=AB，AF=AE，
∠BAD=∠EAF=90°
∴∠FAD=∠EAB
∴△FAD≌△EAB(2 分)
∴∠AFD=∠AEB，DF=BE(3 分)
∵∠AFD+∠AFG=180°，
∴∠AEG+∠AFG=180°，
∵∠EAF=90°，
∴∠EGF=180°-90°=90°，
∴DF⊥BE(5 分)
(2)数量关系改变，位置关系不变.DF=kBE，DF⊥BE.(7 分)
延长 DF 交 EB 于点 H，

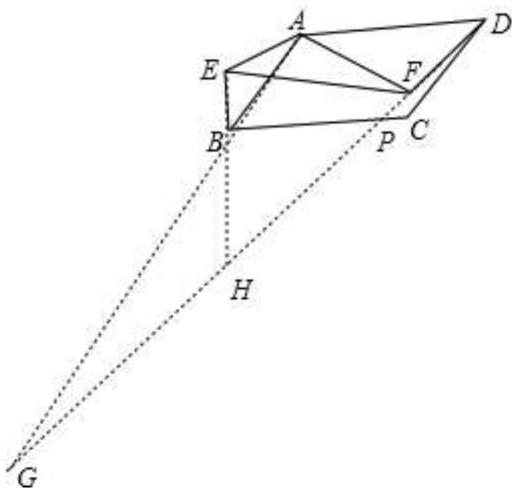


∵AD=kAB，AF=kAE
∴$\frac{AD}{AB}$=k，$\frac{AF}{AE}$=k
∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AE}$
∵∠BAD=∠EAF=a
∴∠FAD=∠EAB
∴△FAD∽△EAB(9 分)
∴$\frac{DF}{BE}=\frac{AF}{AE}$=k
∴DF=kBE(10 分)
∵△FAD∽△EAB，
∴∠AFD=∠AEB，
∵∠AFD+∠AFH=180°，

∴∠AEH+∠AFH=180°，
∵∠EAF=90°，
∴∠EHF=180°-90°=90°，
∴DF⊥BE(5分)
(3)不改变.DF=kBE，β=180°-a.(7分)
证法(一)：延长DF交EB的延长线于点H，



∵AD=kAB，AF=kAE
∴$\frac{AD}{AB}$=k，$\frac{AF}{AE}$=k
∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AE}$
∵∠BAD=∠EAF=a
∴∠FAD=∠EAB
∴△FAD∽△EAB(9分)
∴$\frac{DF}{BE}=\frac{AF}{AE}$=k
∴DF=kBE(10分)
由△FAD∽△EAB得∠AFD=∠AEB
∵∠AFD+∠AFH=180°
∴∠AEB+∠AFH=180°
∵四边形AEHF的内角和为360°，
∴∠EAF+∠EHF=180°
∵∠EAF=α，∠EHF=β
∴a+β=180° ∴β=180°-a(12分)
证法(二)：DF=kBE的证法与证法(一)相同
延长DF分别交EB、AB的延长线于点H、G.由△FAD∽△EAB得∠ADF=∠ABE



∵∠ABE=∠GBH，∴∠ADF=∠GBH，

∵β=∠BHF=∠GBH+∠G∴β=∠ADF+∠G.

在△ADG中，∠BAD+∠ADF+∠G=180°，∠BAD=a

∴a+β=180° ∴β=180°-a(12分)

证法(三)：在平行四边形ABCD中AB∥CD可得到∠ABC+∠C=180°

∵∠EBA+∠ABC+∠CBH=180° ∴∠C=∠EBA+∠CBH

在△BHP、△CDP中，由三角形内角和等于180°可得∠C+∠CDP=∠CBH+∠BHP

∴∠EBA+∠CBH+∠CDP=∠CBH+∠BHP

∴∠EBA+∠CDP=∠BHP

由△FAD∽△EAB得∠ADP=∠EBA

∴∠ADP+∠CDP=∠BHP 即∠ADC=∠BHP

∵∠BAD+∠ADC=180°，∠BAD=a，∠BHP=β

∴a+β=180° ∴β=180°-a(12分)

(有不同解法，参照以上给分点，只要正确均得分.)

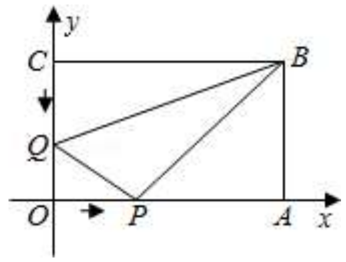
24.(10分)如图，在平面直角坐标系中，矩形OABC的两边分别在x轴和y轴上，OA=16cm，OC=8cm，现有两动点P、Q分别从O、C同时出发，P在线段OA上沿OA方向以每秒2cm的速度匀速运动，Q在线段CO上沿CO方向以每秒1cm的速度匀速运动.设运动时间为t秒.

(1)用含t的式子表示△OPQ的面积S;

(2)判断四边形OPBQ的面积是否是一个定值？如果是，请求出这个定值；如果不是，请说明理由；

(3)当△OPQ∽△ABP时，抛物线$y=\frac{1}{4}x^2+bx+c$经过B、P两点，求抛物线的解析式；

(4)在(3)的条件下，过线段BP上一动点M作y轴的平行线交抛物线于N，求线段MN的最大值.



解析：(1)根据速度与时间的关系分别表示出CQ、OP、OQ的长度，然后利用三角形的面积公式列列式整理即可得解；
(2)用矩形OABC的面积减去△ABP与△BCQ的面积，根据面积公式分别列式进行整理即可得解；
(3)根据相似三角形对应边成比例列出比例式$\frac{OQ}{AP}=\frac{OP}{AB}$，然后代入数据求解即可得到t值，从而得到点P的坐标；
(4)先求出直线BP的解析式，然后根据直线解析式与抛物线解析式设出点M、N的坐标，再根据两点间的距离表示出MN的长度，根据二次函数的最值问题解答.
答案：(1)∵CQ=t，OP=2t，CO=8，
∴OQ=8-t，
∴$S_{\triangle OPQ}=\frac{1}{2}(8-t)\times 2t=-t^2+8t(0<t<8)$；
(2)∵$S_{四边形OPBQ}=S_{矩形ABCD}-S_{\triangle PAB}-S_{\triangle CBQ}$，
$=8\times 16-\frac{1}{2}\times 8\times(16-2t)-\frac{1}{2}\times 16\times t$，
=128-64+8t-8t，
=64，
∴四边形OPBQ的面积为一个定值，且等于64；
(3)当△OPQ∽△ABP时，$\frac{OQ}{AP}=\frac{OP}{AB}$，
∴$\frac{8-t}{16-2t}=\frac{2t}{8}$，
解得：$t_1=2$，$t_2=8$(舍去)，
此时P(4，0)，
∵B(16，8)，
∴$\begin{cases}\frac{1}{4}\times 16+4b+c=0\\ \frac{1}{4}\times 256+16b+c=8\end{cases}$，
解得$\begin{cases}b=-\frac{13}{3}\\ c=\frac{40}{3}\end{cases}$，
∴抛物线解析式是$y=\frac{1}{4}x^2-\frac{13}{3}x+\frac{40}{3}$；
(4)设直线BP的解析式为y=kx+b，
则$\begin{cases}4k+b=0\\ 16k+b=8\end{cases}$，
解得$\begin{cases}k=\frac{2}{3}\\ b=-\frac{8}{3}\end{cases}$，

∴直线 BP 的解析式是：$y=\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}$,

设 $M(m, \frac{2}{3}m-\frac{8}{3})$、$N(m, \frac{1}{4}m^2-\frac{13}{3}m+\frac{40}{3})$,

∵M 在 BP 上运动，

∴$4\leqslant m\leqslant 16$，

∴$MN=\frac{2}{3}m-\frac{8}{3}-(\frac{1}{4}m^2-\frac{13}{3}m+\frac{40}{3})=-\frac{1}{4}m^2+5m-16$，

∴当 $m=-\frac{b}{2a}=10$ 时，MN 有最大值是 9.