试卷类型：A

2007 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西）

文科数学（必修+选修Ⅰ）

注意事项：

1.本试卷分第一部分和第二部分。第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2.考生领到试卷后，须按规定在试卷上填写姓名、准考证号，并在答题卡上填涂对应的试卷类型信息点。

3.所有答案必须在答题卡上指定区域内作答。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（共 60 分）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）。

1.已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{2,3,6\}$，则集合 $\complement_u A$ 等于

（A）{1，4}　　（B）{4，5}　　（C）{1，4，5}　　（D）{2，3，6}

2.函数 $f(x)=\lg\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为

（A）[0，1]　　（B）(-1，1)

（C）[-1，1]　　（D）(-∞，-1) ∪ (1，+∞)

3.抛物线 $x^2=y$ 的准线方程是

（A）$4x+1=0$　　（B）$4y+1=0$

（C）$2x+1=0$　　（D）$2y+1=0$

4.已知 $\sin\partial=\frac{\sqrt{5}}{5}$,则 $\sin^4\partial-\cos^4\partial$ 的值为

（A）$-\frac{3}{5}$　　（B）$-\frac{1}{5}$　　（C）$\frac{1}{5}$　　（D）$\frac{3}{5}$

5.等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_2=2, S_4=10,$ 则 S_4 等于

（A）12　　（B）18　　（C）24　　（D）42

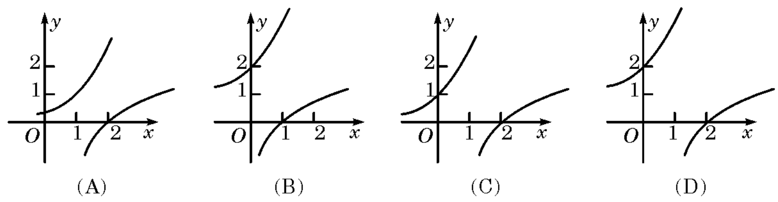
6.某商场有四类食品，其中粮食类、植物油类、动物性食品类及果蔬类分别有 40 种、10 种、30 种、20 种，现从中抽取一个容量为 20 的样本进行食品安全检测。若采用分层抽样的方法抽取样本，则抽取的植物油类与果蔬类食品种数之和是

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）7

7.Rt△ABC 的三个顶点在半径为 13 的球面上，两直角边的长分别为 6 和 8，则球心到平面 ABC 的距离是

（A）5　　（B）6　　（C）10　　（D）12

8.设函数 $f(x)$=2+1(x∈R)的反函数为 $f^{-1}(x)$,则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象是



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

9.已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}=\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,以 C 的右焦点为圆心且与 C 的渐近线相切的圆的半径是

（A）a　　(B)b　　(C)$\sqrt{ab}$　　(D)$\sqrt{a^2+b^2}$

10.已知 P 为平面 a 外一点，直线 $l\subset a$,点 Q$\in l$,记点 P 到平面 a 的距离为 a,点 P 到直线 l 的距离为 b，点 P、Q 之间的距离为 c，则

（A）$a\le b\le c$　　（B）$c\le a\le b$

(C)$a\le c\le b$　　(D)$b\le c\le a$

11.给出如下三个命题：

①设 $a,b\in$ R,且 $ab\neq 0$,若 $\frac{b}{a}>1$,则 $\frac{a}{b}<1$;

②四个非零实数 a、b、c、d 依次成等比数列的充要条件是 $ad=bc$;

③若 $f(x)=\log_i x$,则 f（$|x|$）是偶函数.

其中正确命题的序号是

（A）①②　　（B）②③　　（C）①③　　（D）①②③

12.某生物生长过程中，在三个连续时段内的增长量都相等，在各时段内平均增长速度分别为 v_1，v_2,v_3,该生物在所讨论的整个时段内的平均增长速度为

（A）$\frac{v_1+v_2+v_3}{3}$　　（B）$\frac{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}{3}$

（C）$\sqrt[3]{v_1v_2v_3}$　　（D）$\frac{3}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}$

第二部分（共 90 分）

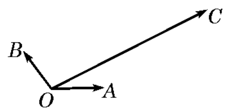
二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）.

13. $(1+2x)^5$ 的展开式中 x^2 项的系数是__________ .（用数字作答）

14. 已知实数 x 、 y 满足条件 $\begin{cases} x-2y+4\geq 0, \\ 3x-y-3\leq 0, \\ x\geq 0, y\geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最大值为__________.

15. 安排 3 名支教教师去 4 所学校任教，每校至多 2 人，则不同的分配方案共有_________种.（用数字作答）

16. 如图，平面内有三个向量 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$，其中 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 120°，$\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 30°，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=1$，$|\overrightarrow{OC}|=2\sqrt{2}$. 若 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}(\lambda,\mu\in \mathrm{R})$, 则 $\lambda+\mu$ 的值为__________.



三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 74 分）.

17.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=a$、b . 其中向量 $a=(m,\cos x), b=(1+\sin x,1), x\in \mathrm{R}$, 且 $f(\frac{\pi}{2})=2$.

（Ⅰ）求实数 m 的值;

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的最小值.

18.（本小题满分 12 分）

某项选拔共有四轮考核，每轮设有一个问题，能正确回答问题者进入下一轮考核，否则即被淘汰. 已知某选手能正确回答第一、二、三、四轮的问题的概率分别为 $\frac{4}{5}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{2}{5}$、$\frac{1}{5}$，且各轮问题能否正确回答互不影响.

（Ⅰ）求该选手进入第四轮才被淘汰的概率;

（Ⅱ）求该选手至多进入第三轮考核的概率.

（注：本小题结果可用分数表示）

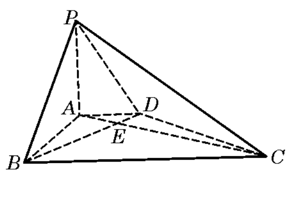
19.(本小题满分 12 分)

如图,在底面为直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD//BC$, $\angle ABC=90°$, $PA\perp$ 平面 v

$PA=3, AD=2, AB=2\sqrt{3}$,BC=6.

(Ⅰ)求证:BD $BD\perp$ 平面 PAC;

(Ⅱ)求二面角 $P-BD-A$ 的大小.



20. (本小题满分 12 分)

已知实数列 $\{a_n\}$ 是 等比数列,其中 $a_7=1$, 且 $a_4, 4_5+1, a_5$ 成等差数列.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)数列$\{a_n\}$的前n项和记为S_n, 证明: S_n, ＜128$(n=1,2,3,\cdots)$.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ 在区间$[0,1]$上是增函数,在区间$(-\infty,0),(1,+\infty)$上是减函数,又$f'(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}$.

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的解析式;

(Ⅱ)若在区间$[0,m]$ (m＞0)上恒有 $f(x)\leqslant x$ 成立,求 m 的取值范围.

22. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$=1(a＞b＞0)的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$,短轴一个端点到右焦点的距离为$\sqrt{3}$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ)设直线 l 与椭圆 C 交于 A、B 两点，坐标原点 O 到直线 l 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，求△AOB 面积的最大值.

2007 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

数　学（文史类）参考答案

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1．C　2．B　3．B　4．A　5．C　6．C　7．D　8．A　9．B

10．A　11．C　12．D

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）.

13．40　14．8　15．60　16．6

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 74 分）

17.（本小题满分 12 分）

解:（Ⅰ）$f(x)=\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{b}=m(1+\sin x)+\cos x$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=m\left(1+\sin\frac{\pi}{2}\right)+\cos\frac{\pi}{2}=2$，得 $m=1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $f(x)=\sin x+\cos x+1=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，$\therefore$ 当 $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$ 时，

$f(x)$ 的最小值为 $1-\sqrt{2}$.

18．（**本小题满分 12 分**）

解：（Ⅰ）记“该选手能正确回答第i轮的问题”的事件为$A_i(i=1,2,3,4)$，则$P(A_1)=\frac{4}{5}$，

$P(A_2)=\frac{3}{5}$，$P(A_3)=\frac{2}{5}$，$P(A_4)=\frac{1}{5}$，$\therefore$该选手进入第四轮才被淘汰的概率

$P_4=P(A_1A_2A_3\overline{A_4})=P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(\overline{P_4})=\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{96}{625}$.

（Ⅱ）该选手至多进入第三轮考核的概率

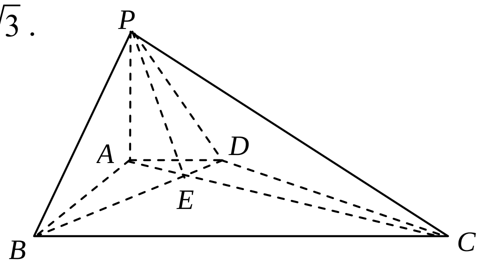
$P_3=P(\overline{A_1}+A_1\overline{A_2}+A_1A_2\overline{A_3})=P(\overline{A_1})+P(A_1)P(\overline{A_2})+P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3})$

$=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{101}{125}$.

19．（**本小题满分 12 分**）

解法一：（Ⅰ）$\because PA\perp$平面$ABCD$，$BD\subset$平面$ABCD$．$\therefore BD\perp PA$.

又$\tan ABD=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\tan BAC=\frac{BC}{AB}=\sqrt{3}$.



$\therefore\angle ABD=30^\circ$，$\angle BAC=60^\circ$，

$\therefore\angle AEB=90^\circ$，即$BD\perp AC$.

又$PA\cap AC=A$．$\therefore BD\perp$平面PAC.

（Ⅱ）连接PE.

$\because BD\perp$平面PAC．$\therefore BD\perp PE$，$BD\perp AE$.

$\therefore\angle AEP$为二面角$P-BD-A$的平面角.

在$\mathrm{Rt}\triangle AEB$中，$AE=AB\bullet\sin ABD=\sqrt{3}$，

$\therefore\tan AEP=\frac{AP}{AE}=\sqrt{3}$，$\therefore\angle AEP=60^\circ$，

$\therefore$二面角$P-BD-A$的大小为60°.

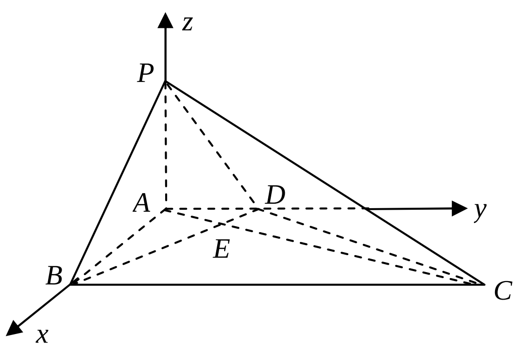
解法二：（Ⅰ）如图，建立坐标系，

则$A(0,0,0)$，$B(2\sqrt{3},0,0)$，$C(2\sqrt{3},6,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,3)$，

$\therefore\overrightarrow{AP}=(0,0,3)$，$\overrightarrow{AC}=(2\sqrt{3},6,0)$，$\overrightarrow{BD}=(-2\sqrt{3},2,0)$，

$\therefore\overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{AP}=0$，$\overrightarrow{BD}\bullet\overrightarrow{AC}=0$．$\therefore BD\perp AP$，$BD\perp AC$，

又$PA\cap AC=A$，$\therefore BD\perp$面PAC.



（Ⅱ）设平面ABD的法向量为$\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，

设平面PBD的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,1)$，

则$\boldsymbol{n}\bullet\overrightarrow{BP}=0$，$\boldsymbol{n}\bullet\overrightarrow{BD}=0$，

$\therefore \begin{cases} -2\sqrt{3}x+3=0, \\ -2\sqrt{3}x+2y=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \\ y=\dfrac{3}{2}, \end{cases}$ $\therefore \boldsymbol{n}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},1\right)$.

$\therefore \cos<\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\bullet\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\bullet|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1}{2}$． $\therefore$ 二面角 $P-BD-A$ 的大小为 60°．

20．（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q(q\in\mathbf{R})$，

由 $a_7=a_1q^6=1$，得 $a_1=q^{-6}$，从而 $a_4=a_1q^3=q^{-3}$， $a_5=a_1q^4=q^{-2}$， $a_6=a_1q^5=q^{-1}$．

因为 a_4， a_5+1， a_6 成等差数列，所以 $a_4+a_6=2(a_5+1)$，

即 $q^{-3}+q^{-1}=2(q^{-2}+1)$， $q^{-1}(q^{-2}+1)=2(q^{-2}+1)$．

所以 $q=\dfrac{1}{2}$． 故 $a_n=a_1q^{n-1}=q^{-6}\bullet q^{n-1}=64\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$．

（Ⅱ） $S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{64\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\dfrac{1}{2}}=128\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]<128$．

21．（本小题满分 **12** 分）

解：（Ⅰ） $f'(x)=3ax^2+2bx+c$，由已知 $f'(0)=f'(1)=0$，

即 $\begin{cases} c=0, \\ 3a+2b+c=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} c=0, \\ b=-\dfrac{3}{2}a. \end{cases}$

$\therefore f'(x)=3ax^2-3ax$， $\therefore f'\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3a}{4}-\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3}{2}$， $\therefore a=-2$， $\therefore f(x)=-2x^3+3x^2$．

（Ⅱ）令 $f(x)\leqslant x$，即 $-2x^3+3x^2-x\leqslant 0$，

$\therefore x(2x-1)(x-1)\geqslant 0$， $\therefore 0\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 或 $x\geqslant 1$．

又 $f(x)\leqslant x$ 在区间 $[0,\ m]$ 上恒成立， $\therefore 0<m\leqslant\dfrac{1}{2}$．

22．（本小题满分 **14** 分）

解：（Ⅰ）设椭圆的半焦距为c，依题意$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\\ a=\sqrt{3},\end{cases}$

$\therefore b=1$，$\therefore$所求椭圆方程为$\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$.

（Ⅱ）设$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$.

（1）当$AB\perp x$轴时，$|AB|=\sqrt{3}$.

（2）当AB与x轴不垂直时，

设直线AB的方程为$y=kx+m$.

由已知$\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得$m^2=\dfrac{3}{4}(k^2+1)$.

把$y=kx+m$代入椭圆方程，整理得$(3k^2+1)x^2+6kmx+3m^2-3=0$，

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{-6km}{3k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{3(m^2-1)}{3k^2+1}$.

$$\therefore |AB|^2=(1+k^2)(x_2-x_1)^2=(1+k^2)\left[\frac{36k^2m^2}{(3k^2+1)^2}-\frac{12(m^2-1)}{3k^2+1}\right]$$

$$=\frac{12(k^2+1)(3k^2+1-m^2)}{(3k^2+1)^2}=\frac{3(k^2+1)(9k^2+1)}{(3k^2+1)^2}$$

$$=3+\frac{12k^2}{9k^4+6k^2+1}=3+\frac{12}{9k^2+\frac{1}{k^2}+6}(k\neq 0)\leqslant 3+\frac{12}{2\times 3+6}=4.$$

当且仅当$9k^2=\dfrac{1}{k^2}$，即$k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$时等号成立．当$k=0$时，$|AB|=\sqrt{3}$，

综上所述$|AB|_{\max}=2$.

$\therefore$当$|AB|$最大时，$\triangle AOB$面积取最大值$S=\dfrac{1}{2}\times|AB|_{\max}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

B卷选择题答案：

1. B　2. C　3. A　4. C　5. B　6. B　7. A　8. D　9. D　10. C
11. D　12. B