2016年普通高等学校招生全国统一考试（新课标Ⅱ）数学理

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知z=(m+3)+(m-1)i在复平面内对应的点在第四象限，则实数m的取值范围是(　　)

A.(-3，1)

B.(-1，3)

C.(1，+∞)

D.(-∞，-3)

解析：z=(m+3)+(m-1)i在复平面内对应的点在第四象限，

可得：$\begin{cases} m+3>0 \\ m-1<0 \end{cases}$，解得-3＜m＜1.

答案：A.

2. 已知集合A={1，2，3}，B={x|(x+1)(x-2)＜0，x∈Z}，则A∪B=(　　)

A.{1}

B.{1，2}

C.{0，1，2，3}

D.{-1，0，1，2，3}

解析：∵集合A={1，2，3}，

B={x|(x+1)(x-2)＜0，x∈Z}={0，1}，

∴A∪B={0，1，2，3}.

答案：C

3. 已知向量$\vec{a}$=(1，m)，$\vec{b}$=(3，-2)，且($\vec{a}+\vec{b}$)⊥$\vec{b}$，则m=(　　)

A.-8

B.-6

C.6

D.8

解析：∵向量$\vec{a}$=(1，m)，$\vec{b}$=(3，-2)，

∴$\vec{a}+\vec{b}$=(4，m-2)，

又∵($\vec{a}+\vec{b}$)⊥$\vec{b}$，

∴12-2(m-2)=0，

解得：m=8.

答案：D.

4. 圆$x^2+y^2-2x-8y+13=0$的圆心到直线ax+y-1=0的距离为1，则a=(　　)

A.$-\frac{4}{3}$

B. $-\frac{3}{4}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

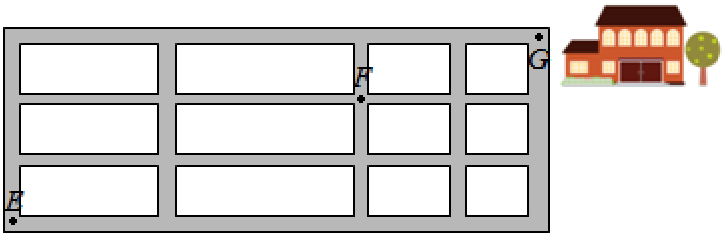
解析：圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心坐标为：(1，4)，

故圆心到直线 ax+y-1=0 的距离 $d=\frac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$，

解得：$a=-\frac{4}{3}$.

答案：A.

5. 如图，小明从街道的 E 处出发，先到 F 处与小红会合，再一起到位于 G 处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为(　　)



A. 24

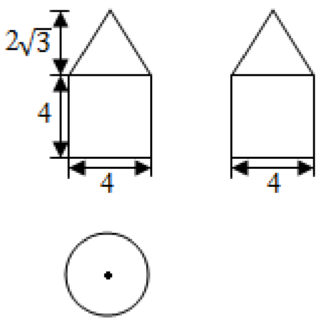
B. 18

C. 12

D. 9

解析：从 E 到 F，每条东西向的街道被分成 2 段，每条南北向的街道被分成 2 段，
从 E 到 F 最短的走法，无论怎样走，一定包括 4 段，其中 2 段方向相同，另 2 段方向相同，每种最短走法，即是从 4 段中选出 2 段走东向的，选出 2 段走北向的，故共有 $C_4^2=6$ 种走法.
同理从 F 到 G，最短的走法，有 $C_3^1=3$ 种走法.
∴小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为 6×3=18 种走法.
答案：B.

6. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为(　　)



A. 20π

B. 24π

C. 28π

D.32π

解析：由三视图知，空间几何体是一个组合体，

上面是一个圆锥，圆锥的底面直径是4，圆锥的高是$2\sqrt{3}$，

∴在轴截面中圆锥的母线长是$\sqrt{12+4}$=4，

∴圆锥的侧面积是π×2×4=8π，

下面是一个圆柱，圆柱的底面直径是4，圆柱的高是4，

∴圆柱表现出来的表面积是$\pi\times2^2+2\pi\times2\times4=20\pi$

∴空间组合体的表面积是28π.

答案：C.

7. 若将函数y=2sin2x的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，则平移后的图象的对称轴为(　　)

A. x=$\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$(k∈Z)

B. x=$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$(k∈Z)

C. x=$\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$(k∈Z)

D. x=$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$(k∈Z)

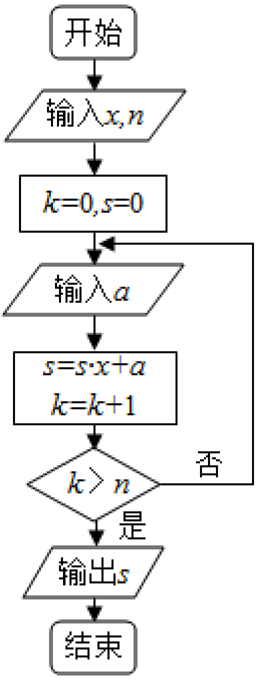
解析：将函数y=2sin2x的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到y=2sin2(x+$\frac{\pi}{12}$)=2sin(2x+$\frac{\pi}{6}$)，

由2x+$\frac{\pi}{6}$=kπ+$\frac{\pi}{2}$(k∈Z)得：x=$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$(k∈Z)，

即平移后的图象的对称轴方程为x=$\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$(k∈Z).

答案：B.

8. 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，如图是实现该算法的程序框图.执行该程序框图，若输入的x=2，n=2，依次输入的a为2，2，5，则输出的s=(　　)



A. 7
B. 12
C. 17
D. 34
解析：∵输入的 x=2，n=2，
当输入的 a 为 2 时，S=2，k=1，不满足退出循环的条件；
当再次输入的 a 为 2 时，S=6，k=2，不满足退出循环的条件；
当输入的 a 为 5 时，S=17，k=3，满足退出循环的条件；
故输出的 S 值为 17.
答案：C.

9. 若 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=($　　$)$

A. $\frac{7}{25}$
B. $\frac{1}{5}$
C. $-\frac{1}{5}$
D. $-\frac{7}{25}$

解析：∵$\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，
∴$\sin 2\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)-1=2\times\frac{9}{25}-1=-\frac{7}{25}$.
答案：D.

10. 从区间[0，1]随机抽取 2n 个数 x_1，x_2，…，x_n，y_1，y_2，…，y_n构成 n 个数对(x_1，y_1)，(x_2，y_2)…(x_n，y_n)，其中两数的平方和小于 1 的数对共有 m 个，则用随机模拟的方法得到的圆周率π的近似值为(　　)

A. $\frac{4n}{m}$

B. $\frac{2n}{m}$

C. $\frac{4m}{n}$

D. $\frac{2m}{n}$

解析：由题意，$\frac{m}{n}=\frac{\pi\cdot 1^2}{2^2}$，∴π=$\frac{4m}{n}$.

答案：C.

11. 已知 F_1，F_2是双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的左、右焦点，点 M 在 E 上，$MF_1$与 x 轴垂直，sin∠$MF_2F_1$=$\frac{1}{3}$，则 E 的离心率为(　　)

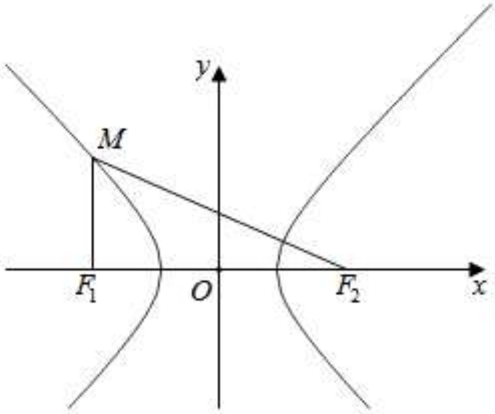
A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

解析：设|MF_1|=x，则|MF_2|=2a+x，



∵MF_1与 x 轴垂直，

∴$(2a+x)^2=x^2+4c^2$，

∴x=$\frac{b^2}{a}$

∵$\sin\angle MF_2F_1=\frac{1}{3}$,

∴$3x=2a+x$,

∴$x=a$,

∴$\frac{b^2}{a}=a$,

∴$a=b$,

∴$c=\sqrt{2}a$,

∴$e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$.

答案：A.

12. 已知函数 $f(x)(x\in R)$满足 $f(-x)=2-f(x)$，若函数 $y=\frac{x+1}{x}$与 $y=f(x)$图象的交点为(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，…，(x_m, y_m)，则$\sum_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=$(　　)

A. 0

B. m

C. 2m

D. 4m

解析：函数 $f(x)(x\in R)$满足 $f(-x)=2-f(x)$，

即为 $f(x)+f(-x)=2$，

可得 $f(x)$关于点(0，1)对称，

函数 $y=\frac{x+1}{x}$，即 $y=1+\frac{1}{x}$的图象关于点(0，1)对称，

即有(x_1, y_1)为交点，即有$(-x_1, 2-y_1)$也为交点，

(x_2, y_2)为交点，即有$(-x_2, 2-y_2)$也为交点，

…

则有$\sum_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=(x_1+y_1)+(x_2+y_2)+\cdots+(x_m+y_m)$

$=\frac{1}{2}[(x_1+y_1)+(-x_1+2-y_1)+(x_2+y_2)+(-x_2+2-y_2)+\cdots+(x_m+y_m)+(-x_m+2-y_m)]$

=m.

答案：B.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分.

13. △ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $\cos A=\frac{4}{5}$，$\cos C=\frac{5}{13}$，a=1，则 b=_____.

解析：由 $\cos A=\frac{4}{5}$，$\cos C=\frac{5}{13}$，可得

sinA=$\sqrt{1-cos^2A}=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5}$，

sinC=$\sqrt{1-cos^2C}=\sqrt{1-\frac{25}{169}}=\frac{12}{13}$，

sinB=sin(A+C)=sinAcosC+cosAsinC=$\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}=\frac{63}{65}$，

由正弦定理可得 b=asinBsinA

=$1\times\frac{63}{65}=\frac{21}{13}$.

答案：$\frac{21}{13}$.

14. α，β是两个平面，m，n是两条直线，有下列四个命题：

①如果 m⊥n，m⊥α，n∥β，那么α⊥β.

②如果 m⊥α，n∥α，那么 m⊥n.

③如果α∥β，m⊂α，那么 m∥β.

④如果 m∥n，α∥β，那么 m 与α所成的角和 n 与β所成的角相等.

其中正确的命题是_____(填序号)

解析：①如果 m⊥n，m⊥α，n∥β，那么α∥β，故错误；

②如果 n∥α，则存在直线 l⊂α，使 n∥l，由 m⊥α，可得 m⊥l，那么 m⊥n.故正确；

③如果α∥β，m⊂α，那么 m 与β无公共点，则 m∥β.故正确

④如果 m∥n，α∥β，那么 m，n 与α所成的角和 m，n 与β所成的角均相等.故正确.

答案：②③④

15. 有三张卡片，分别写有 1 和 2，1 和 3，2 和 3.甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说："我与乙的卡片上相同的数字不是 2"，乙看了丙的卡片后说："我与丙的卡片上相同的数字不是 1"，丙说："我的卡片上的数字之和不是 5"，则甲的卡片上的数字是_____.

解析：根据丙的说法知，丙的卡片上写着 1 和 2，或 1 和 3；

(1)若丙的卡片上写着 1 和 2，根据乙的说法知，乙的卡片上写着 2 和 3；

∴根据甲的说法知，甲的卡片上写着 1 和 3；

(2)若丙的卡片上写着 1 和 3，根据乙的说法知，乙的卡片上写着 2 和 3；

又甲说，"我与乙的卡片上相同的数字不是 2"；

∴甲的卡片上写的数字不是 1 和 2，这与已知矛盾；

∴甲的卡片上的数字是 1 和 3.

答案：1 和 3.

16. 若直线 y=kx+b 是曲线 y=lnx+2 的切线，也是曲线 y=ln(x+1)的切线，则 b=_____.

解析：设 y=kx+b 与 y=lnx+2 和 y=ln(x+1)的切点分别为(x_1，kx_1+b)、(x_2，kx_2+b)；

由导数的几何意义可得 k=$\frac{1}{x_1}=\frac{1}{x_2+1}$，得 $x_1=x_2+1$

再由切点也在各自的曲线上，可得$\begin{cases} kx_1+b=lnx_1+2 \\ kx_2+b=ln(x_2+1) \end{cases}$

联立上述式子解得$\begin{cases} k=2 \\ x_1=\dfrac{1}{2} \\ x_2=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$；

从而 $kx_1+b=lnx_1+2$ 得出 b=1-ln2.
答案：1-ln2.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $a_1=1$，$S_7=28$，记 $b_n=[lga_n]$，其中[x]表示不超过 x 的最大整数，如[0.9]=0，[lg99]=1.
(Ⅰ)求 b_1，b_{11}，b_{101}；
(Ⅱ)求数列$\{b_n\}$的前 1000 项和.
解析：(Ⅰ)利用已知条件求出等差数列的公差，求出通项公式，然后求解 b_1，b_{11}，b_{101}；
(Ⅱ)找出数列的规律，然后求数列$\{b_n\}$的前 1000 项和.
答案：(Ⅰ)S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $a_1=1$，$S_7=28$，$7a_4=28$.
可得 $a_4=4$，则公差 d=1.
$a_n=n$，
$b_n=[lgn]$，则 $b_1=[lg1]=0$，
$b_{11}=[lg11]=1$，
$b_{101}=[lg101]=2$.
(Ⅱ)由(Ⅰ)可知：$b_1=b_2=b_3=\cdots=b_9=0$，$b_{10}=b_{11}=b_{12}=\cdots=b_{99}=1$.
$b_{100}=b_{101}=b_{102}=b_{103}=\cdots=b_{999}=2$，$b_{10,00}=3$.
数列$\{b_n\}$的前 1000 项和为：9×0+90×1+900×2+3=1893.

18. 某保险的基本保费为 a(单位：元)，继续购买该保险的投保人成为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥5
保费	0.85a	a	1.25a	1.5a	1.75a	2a

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

一年内出险次数	0	1	2	3	4	≥5
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

(Ⅰ)求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；
(Ⅱ)若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出 60%的概率；
(Ⅲ)求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

解析：(Ⅰ)上年度出险次数大于等于 2 时，续保人本年度的保费高于基本保费，由此利用该险种一续保人一年内出险次数与相应概率统计表根据对立事件概率计算公式能求出一续保人本年度的保费高于基本保费的概率.

(Ⅱ)设事件 A 表示“一续保人本年度的保费高于基本保费”，事件 B 表示“一续保人本年度的保费比基本保费高出 60%”，由题意求出 P(A)，P(AB)，由此利用条件概率能求出若一续保人本年度的保费高于基本保费，则其保费比基本保费高出 60%的概率.

(Ⅲ)由题意，能求出续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

答案：(Ⅰ)∵某保险的基本保费为 a(单位：元)，

上年度出险次数大于等于 2 时，续保人本年度的保费高于基本保费，

∴由该险种一续保人一年内出险次数与相应概率统计表得：

一续保人本年度的保费高于基本保费的概率：

$p_1=1-0.30-0.15=0.55$.

(Ⅱ)设事件 A 表示“一续保人本年度的保费高于基本保费”，事件 B 表示“一续保人本年度的保费比基本保费高出 60%”，

由题意 P(A)=0.55，P(AB)=0.10+0.05=0.15，

由题意得若一续保人本年度的保费高于基本保费，

则其保费比基本保费高出 60%的概率：

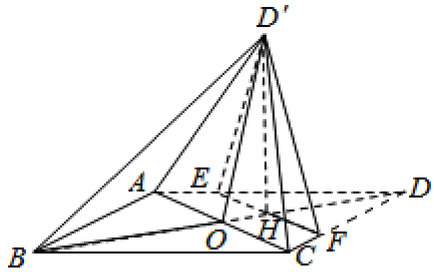
$p_2=P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0.15}{0.55}=\dfrac{3}{11}$.

(Ⅲ)由题意，续保人本年度的平均保费与基本保费的比值为：

$\dfrac{0.85a\times0.30+a\times0.15+1.25a\times0.3+1.5a\times0.20+1.25a\times0.01+2a\times0.05}{a}=1.23$，

∴续保人本年度的平均保费与基本保费的比值为 1.23.

19. 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，AB=5，AC=6，点 E，F 分别在 AD，CD 上，AE=CF=$\dfrac{5}{4}$，EF 交于 BD 于点 M，将△DEF 沿 EF 折到△D′EF 的位置，OD′=$\sqrt{10}$.



(Ⅰ)证明：D′H⊥平面 ABCD;

(Ⅱ)求二面角 B-D′A-C 的正弦值.

解析：(Ⅰ)由底面 ABCD 为菱形，可得 AD=CD，结合 AE=CF 可得 EF∥AC，再由 ABCD 是菱形，得 AC⊥BD，进一步得到 EF⊥BD，由 EF⊥DH，可得 EF⊥D′H，然后求解直角三角形得 D′H⊥OH，再由线面垂直的判定得 D′H⊥平面 ABCD;

(Ⅱ)以 H 为坐标原点，建立如图所示空间直角坐标系，由已知求得所用点的坐标，得到 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD'}$、$\overrightarrow{AC}$ 的坐标，分别求出平面 ABD′与平面 AD′C 的一个法向量 $\overrightarrow{n_1}$、$\overrightarrow{n_2}$，设二面角二

面角 B-D′A-C 的平面角为θ，求出|cosθ|.则二面角 B-D′A-C 的正弦值可求.

答案：(Ⅰ)证明：∵ABCD 是菱形，

∴AD=DC，又 AE=CF=$\frac{5}{4}$，

∴$\frac{DE}{EA}=\frac{DF}{FC}$，则 EF∥AC，

又由 ABCD 是菱形，得 AC⊥BD，则 EF⊥BD，

∴EF⊥DH，则 EF⊥D′H，

∵AC=6，

∴AO=3，

又 AB=5，AO⊥OB，

∴OB=4，

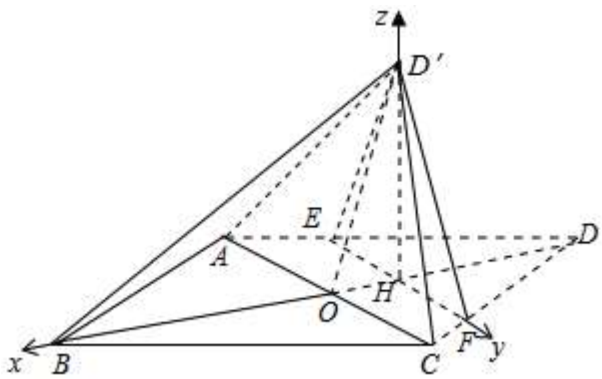
∴OH= $\frac{AE}{AO}\cdot OD=1$，则 DH=D′H=3，

∴$|OD'|^2=|OH|^2+|D'H|^2$，则 D′H⊥OH，

又 OH∩EF=H，

∴D′H⊥平面 ABCD；

(Ⅱ)解：以 H 为坐标原点，建立如图所示空间直角坐标系，



∵AB=5，AC=6，

∴B(5，0，0)，C(1，3，0)，D′(0，0，3)，A(1，-3，0)，

$\overrightarrow{AB}$=(4，3，0)，$\overrightarrow{AD'}$=(-1，3，3)，$\overrightarrow{AC}$=(0，6，0)，

设平面 ABD′的一个法向量为$\overrightarrow{n_1}$=(x，y，z)，

由$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AB}=0?\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AD'}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}4x+3y=0\\ -x+3y+3z=0\end{cases}$，取 x=3，得 y=-4，z=5.

∴$\overrightarrow{n_1}$=(3，-4，5).

同理可求得平面 AD′C 的一个法向量$\overrightarrow{n_2}$=(3，0，1)，

设二面角二面角 B-D′A-C 的平面角为θ，

则|cosθ|=$\frac{|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{|3\times3+5\times1|}{5\sqrt{2}\times\sqrt{10}}=\frac{7\sqrt{5}?}{25}$.

∴二面角B-D′A-C的正弦值为sinθ=$\frac{2\sqrt{95}?}{25}$.

20. 已知椭圆E：$\frac{x^2}{t}+\frac{y^2}{3}=1$的焦点在x轴上，A是E的左顶点，斜率为k(k＞0)的直线交E于A，M两点，点N在E上，MA⊥NA.

(Ⅰ)当t=4，|AM|=|AN|时，求△AMN的面积；

(Ⅱ)当2|AM|=|AN|时，求k的取值范围.

解析：(Ⅰ)方法一、求出t=4时，椭圆方程和顶点A，设出直线AM的方程，代入椭圆方程，求交点M，运用弦长公式求得|AM|，由垂直的条件可得|AN|，再由|AM|=|AN|，解得k=1，运用三角形的面积公式可得△AMN的面积；

方法二、运用椭圆的对称性，可得直线AM的斜率为1，求得AM的方程代入椭圆方程，解方程可得M，N的坐标，运用三角形的面积公式计算即可得到；

(Ⅱ)直线AM的方程为 $y=k(x+\sqrt{t})$，代入椭圆方程，求得交点M，可得|AM|，|AN|，再由2|AM|=|AN|，求得t，再由椭圆的性质可得t＞3，解不等式即可得到所求范围.

答案：(Ⅰ)方法一、t=4时，椭圆E的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，A(-2，0)，

直线AM的方程为y=k(x+2)，代入椭圆方程，整理可得$(3+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-12=0$，

解得x=-2或x=$-\frac{8k^2-6}{3+4k^2}$，则|AM|=$\sqrt{1+k^2}$•|2-$\frac{8k^2-6}{3+4k^2}$|=$\sqrt{1+k^2}$•$\frac{12}{3+4k^2}$，

由AN⊥AM，可得|AN|=$\sqrt{1+\left(-\frac{1}{k}\right)^2}\cdot\frac{12}{3+4?\left(\frac{-1}{k}\right)^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{12}{3|k|+\frac{4}{k}}$，

由|AM|=|AN|，k＞0，可得$\sqrt{1+k^2}$•$\frac{12}{3+4k^2}$=$\sqrt{1+k^2}$•$\frac{12}{3k+\frac{4}{k}}$，

整理可得$(k-1)(4k^2-k+4)=0$，由$4k^2-k+4=0$无实根，可得k=1，

即有△AMN的面积为$\frac{1}{2}|AM|^2=\frac{1}{2}(\sqrt{1+1}\cdot\frac{12}{3+4})^2=\frac{144}{49}$；

方法二、由|AM|=|AN|，可得M，N关于x轴对称，

由MA⊥NA.可得直线AM的斜率为1，直线AM的方程为y=x+2，

代入椭圆方程$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，可得$7x^2+16x+4=0$，

解得 x=-2 或$-\frac{2}{7}$，M($-\frac{2}{7}$，$\frac{12}{7}$)，N($-\frac{2}{7}$，$-\frac{12}{7}$)，

则△AMN 的面积为$\frac{1}{2}\times\frac{24}{7}\times(-\frac{2}{7}+2)=\frac{144}{49}$；

(Ⅱ)直线 AM 的方程为 $y=k(x+\sqrt{t})$，代入椭圆方程，

可得$(3+tk^2)x^2+2t\sqrt{t}k^2x+t^2k^2-3t=0$，

解得 $x=-\sqrt{t}$ 或 $x=-\frac{t\sqrt{t}k^2-3\sqrt{t}}{3+tk^2}$，

即有$|AM|=\sqrt{1+k^2}\cdot\left|\frac{t\sqrt{t}k^2-3\sqrt{t}}{3+tk^2}-\sqrt{t}\right|=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3+tk^2}$，

$|AN|=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3+tk^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3k+\frac{t}{k}}$，

由 2|AM|=|AN|，可得$2\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3+tk^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3k+\frac{t}{k}}$，

整理得 $t=\frac{6k^2-3k}{k^3-2}$，

由椭圆的焦点在 x 轴上，则 t＞3，即有$\frac{6k^2-3k}{k^3-2}$＞3，即有$\frac{(k^2+1)(k-2)}{k^3-2}$＜0，

可得 $3\sqrt{2}$＜k＜2，即 k 的取值范围是($3\sqrt{2}$，2).

21.(Ⅰ)讨论函数 $f(x)=\frac{x-2}{x+2}e^x$ 的单调性，并证明当 x＞0 时，$(x-2)e^x+x+2>0$；

(Ⅱ)证明:当 a∈[0,1)时,函数 $g(x)=\frac{e^x-ax-a}{x^2}$ (x＞0)有最小值.设 g(x)的最小值为 h(a)，求函数 h(a)的值域.

解析：从导数作为切入点探求函数的单调性，通过函数单调性来求得函数的值域，利用复合函数的求导公式进行求导，然后逐步分析即可.

答案：(1)证明：$f(x)=\frac{x-2}{x+2}e^x$

$f'(x)=e^x(\frac{x-2}{x+2}+\frac{4}{(x+2)^2})=\frac{x^2e^x}{(x+2)^2}$

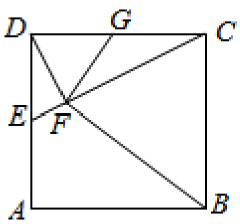
∵当 x∈(-∞，-2)∪(-2，+∞)时，f′(x)＞0
∴f(x)在(-∞，-2)和(-2，+∞)上单调递增
∴x＞0 时，$\frac{x-2}{x+2}e^x$＞f(0)=-1
即(x-2)e^x+x+2＞0

(2)g′(x)=$\frac{x^2-2x\left(e^x-ax-a\right)}{x^4}=\frac{x\left(xe^x-2e^x+ax+2a\right)}{x^4}=\frac{\left(x+2\right)\left(\frac{x-2}{x+2}\cdot e^x+a\right)}{x^3}$

a∈[0，1]
由(1)知，当 x＞0 时，f(x)=$\frac{x-2}{x+2}e^x$的值域为(-1，+∞)，只有一解使得
$\frac{t-2}{t+2}\cdot e^t=-a$，t∈[0，2]
当 x∈(0，t)时，g′(x)＜0，g(x)单调减；
当 x∈(t，+∞)，g′(x)＞0，g(x)单调增；

h(a)=$\frac{e^t-a\left(t+1\right)}{t^2}=\frac{e^t+\left(t+1\right)\frac{t-2}{t+2}e^t}{t^2}=\frac{e^t}{t+2}$
记 k(t)=$\frac{e^t}{t+2}$，在 t∈(0，2]时，k′(t)=$\frac{e^t\left(t+1\right)}{\left(t+2\right)^2}$＞0，
故 k(t)单调递增，
所以 h(a)=k(t)∈($\frac{1}{2}$，$\frac{e^2}{4}$].

请考生在第 22～24 题中任选一个题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]
22. 如图，在正方形 ABCD 中，E，G 分别在边 DA，DC 上(不与端点重合)，且 DE=DG，过 D 点作 DF⊥CE，垂足为 F.



(Ⅰ)证明：B，C，G，F 四点共圆；
(Ⅱ)若 AB=1，E 为 DA 的中点，求四边形 BCGF 的面积.
解析：(Ⅰ)证明B,C,G,F四点共圆可证明四边形BCGF对角互补,由已知条件可知∠BCD=90°，因此问题可转化为证明∠GFB=90°；
(Ⅱ)在 Rt△DFC 中，GF=$\frac{1}{2}$CD=GC，因此可得△GFB≌△GCB，则 $S_{四边形BCGF}=2S_{\triangle BCG}$，据此解答.
答案：(Ⅰ)证明：∵DF⊥CE，

∴Rt△DFC∽Rt△EDC，

∴ $\frac{DF}{ED}=\frac{CF}{CD}$，

∵DE=DG，CD=BC，

∴ $\frac{DF}{DG}=\frac{CF}{BC}$，

又∵∠GDF=∠DEF=∠BCF，

∴△GDF∽△BCF，

∴∠CFB=∠DFG，

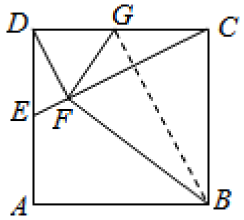
∴∠GFB=∠GFC+∠CFB=∠GFC+∠DFG=∠DFC=90°，

∴∠GFB+∠GCB=180°，

∴B，C，G，F 四点共圆.

(Ⅱ)∵E 为 AD 中点，AB=1，∴DG=CG=DE= $\frac{1}{2}$，

∴在 Rt△DFC 中，GF= $\frac{1}{2}$ CD=GC，连接 GB，Rt△BCG≌Rt△BFG，



∴ $S_{四边形BCGF}=2S_{\triangle BCG}=2\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$.

(Ⅰ)以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

(Ⅱ)直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数)，l 与 C 交与 A，B 两点，$|AB|=\sqrt{10}$，求 l 的斜率.

解析：(Ⅰ)把圆 C 的标准方程化为一般方程，由此利用 $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\alpha$，$y=\rho\sin\alpha$，能求出圆 C 的极坐标方程.

(Ⅱ)由直线 l 的参数方程求出直线 l 的一般方程，再求出圆心到直线距离，由此能求出直线 l 的斜率.

答案：(Ⅰ)∵圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$，

∴ $x^2+y^2+12x+11=0$，

∵ $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\alpha$，$y=\rho\sin\alpha$，

∴C 的极坐标方程为 $\rho^2+12\rho\cos\alpha+11=0$.

(Ⅱ)∵直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数)，

∴直线 l 的一般方程 $y=\tan\alpha\cdot x$，

∵l 与 C 交与 A，B 两点，|AB|=$\sqrt{10}$，圆 C 的圆心 C(-6，0)，半径 r=5，

∴圆心 C(-6，0)到直线距离 d=$\dfrac{|-6tan\alpha|?}{\sqrt{1+tan^2\alpha}}=\sqrt{25-\dfrac{10}{4}}$，

解得 $\tan^2\alpha=\dfrac{5}{3}$，∴$\tan\alpha=\pm\sqrt{\dfrac{5}{3}}=\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

∴l 的斜率 k=$\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

[选修 4-5：不等式选讲]

24. 已知函数 f(x)=$|x-\dfrac{1}{2}|+|x+\dfrac{1}{2}|$，M 为不等式 f(x)＜2 的解集.

(Ⅰ)求 M;

(Ⅱ)证明：当 a，b∈M 时，|a+b|＜|1+ab|.

解析：(Ⅰ)分当 $x<-\dfrac{1}{2}$ 时，当 $-\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，当 $x>\dfrac{1}{2}$ 时三种情况，分别求解不等式，综合可得答案；

(Ⅱ)当 a，b∈M 时，$(a^2-1)(b^2-1)>0$，即 $a^2b^2+1>a^2+b^2$，配方后，可证得结论.

答案：(Ⅰ)当 $x<-\dfrac{1}{2}$ 时，不等式 f(x)＜2 可化为：$\dfrac{1}{2}-x-x-\dfrac{1}{2}<2$，

解得：x＞-1，

∴$-1<x<-\dfrac{1}{2}$，

当 $-\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，不等式 f(x)＜2 可化为：$\dfrac{1}{2}-x+x+\dfrac{1}{2}=1<2$，

此时不等式恒成立，

∴$-\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$，

当 $x>\dfrac{1}{2}$ 时，不等式 f(x)＜2 可化为：$-\dfrac{1}{2}+x+x+\dfrac{1}{2}<2$，

解得：x＜1，

∴$\dfrac{1}{2}<x<1$，

综上可得：M=(-1，1)；

证明：(Ⅱ)当 a，b∈M 时，

$(a^2-1)(b^2-1)>0$，

即 $a^2b^2+1>a^2+b^2$，

即 $a^2b^2+1+2ab>a^2+b^2+2ab$，

即 $(ab+1)^2>(a+b)^2$，

即|a+b|＜|1+ab|.