2012年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数　学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2. 本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

·如果事件A,B胡斥，那么P(AUB)=P(A)+P(B).

·棱柱的体积公式V=Sh.

其中S表示棱柱的底面面积，h表示棱柱的高。

·圆锥的体积公式V= $\frac{1}{3}$Sh

其中S表示圆锥的底面面积，

H表示圆锥的高。

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）　i是虚数单位，复数$\frac{5+3i}{4-i}$=

（A）1-i　　　（B）-1+I

（C）1+I　　　（D）-1-i

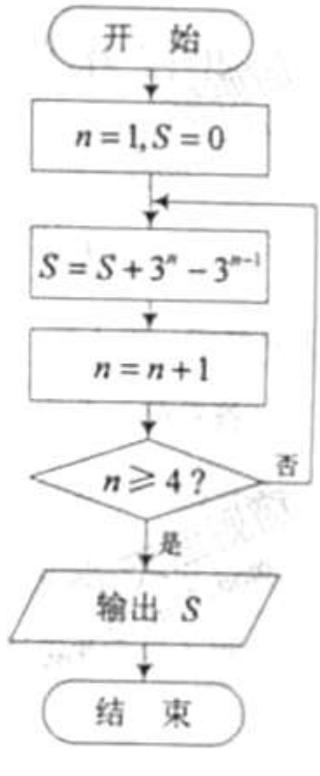
（2）　设变量x,y满足约束条件$\begin{cases}2x+y-2\ge 0,\\ x-2y+4\ge 0,\\ x-1\le 0,\end{cases}$则目标函数z=3x-2y的最小值为

（A）-5　　　（B）-4　　　（C）-2　　　（D）3

（3）　阅读右边的程序框图，运行相应的程序，则输出S的值为

（A）8　　　（B）18

（C）26　　　（D）80



（4）　已知$a=2^{1.2}$，$b=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.2}$，$c=2\log_5 2$，则a，b，c的大小关系为

（A）c<b<a　　　（B）c<a<b　　　C）b<a<c　　　（D）b<c<a

（5）　设x∈R，则“$x>\frac{1}{2}$”是“$2x^2+x-1>0$”的

（A） 充分而不必要条件
（B） 必要而不充分条件
（C） 充分必要条件
（D） 既不充分也不必要条件

（6） 下列函数中，既是偶函数，又在区间（1,2）内是增函数的为

（A） y=cos2x，x∈R
（B） $y=\log_2|x|$，x∈R 且 x≠0
（C） $y=\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$，x∈R
（D） y=x3+1，x∈R

（7） 将函数 $f(x)=\sin\omega x$（其中$\omega>0$）的图像向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，所得图像经过点（$\frac{3\pi}{4}$，0），则ω的最小值是

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）1　　C）$\frac{5}{3}$　　（D）2

（8） 在△ABC 中，∠ A=90°，AB=1，设点 P，Q 满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，$\lambda$∈R。若$\overrightarrow{BQ}\bullet\overrightarrow{CP}$=-2，则$\lambda$=

（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　C）$\frac{4}{3}$　　（D）2

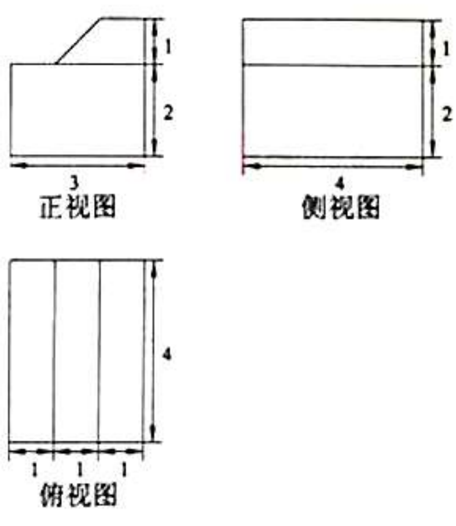
第Ⅱ卷

注意事项：
1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。
2. 本卷共 12 小题，共 110 分。

二.填空题：本答题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）集合$A=\{x\in R||x-2|\le 5\}$中最小整数位________.

（10）一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积_______m^3.

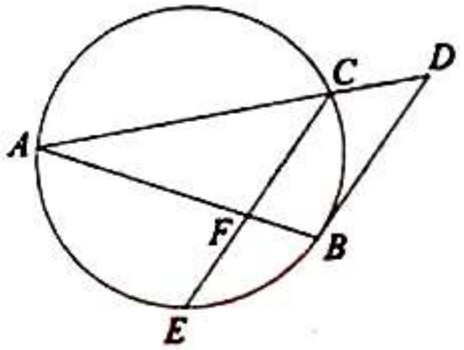


（11）已知双曲线C_1:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$与双曲线$C_2$:$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$有相同的渐近线,且$C_1$的右焦点为$F(\sqrt{5},0)$,则$a=$_________ $b=$_____

（12）设$m,n\in R$,若直线$l:mx+ny-1=0$与x轴相

交于点 A,与 y 轴相交于 B，且 l 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交所得弦的长为 2，O 为坐标原点，则 ΔAOB 面积的最小值为________。

（13）如图，已知 AB 和 AC 是圆的两条弦，过点 B 作圆的切线与 AC 的延长线相交于 D. 过点 C 作 BD 的平行线与圆交于点 E ,与 AB 相交于点 F , $AF=3$, $FB=1$, $EF=\frac{3}{2}$,则线段 CD 的长为__________.



（14）已知函数 $y=\frac{|x^2-1|}{x-1}$ 的图像与函数 $y=kx$ 的图像恰有两个交点，则实数 k 的取值范围是________.

三.解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（15 题）（本小题满分 13 分）

某地区有小学 21 所，中学 14 所，大学 7 所，现采取分层抽样的方法从这些学校中抽取 6 所学校对学生进行视力调查。

（I）求应从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目。

（II）若从抽取的 6 所学校中随机抽取 2 所学校做进一步数据分析，

（1）列出所有可能的抽取结果；

（2）求抽取的 2 所学校均为小学的概率。

（16）（本小题满分 13 分）

在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的分别是 a,b，c。已知 a=2.c=$\sqrt{2}$,cosA=-$\frac{\sqrt{2}}{4}$.

（I）求 sinC 和 b 的值；

（II）求 cos（2A+$\frac{Д}{3}$ ）的值。

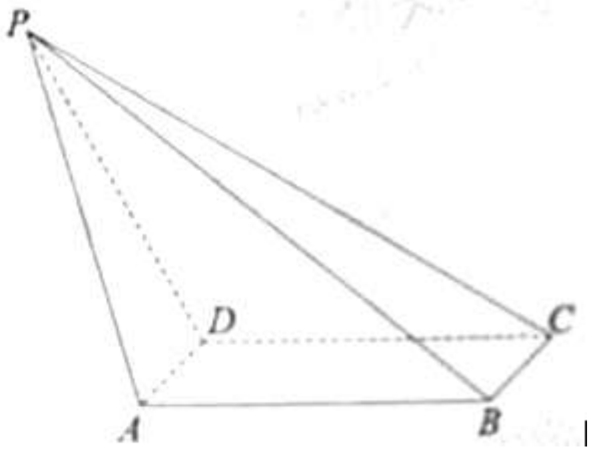
17.（本小题满分 13 分）

如图，在四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 是矩形，AD⊥PD，BC=1，PC=$2\sqrt{3}$，PD=CD=2.

（I）求异面直线 PA 与 BC 所成角的正切值；

（II）证明平面 PDC⊥平面 ABCD；

（III）求直线 PB 与平面 ABCD 所成角的正弦值。



（18）（本题满分 13 分）

已知｛a_1｝是等差数列，其前 N 项和为S_a，｛b_n｝是等比数列，且a_1=b_1=2,a_1+b_1=27,S_a-S_b=10

（I）求数列｛a_n｝与｛b_n｝的通项公式；

（II）记T_a=a_1b_1+$a_{2+}b_{1+}$…$a_{n+}b_n$,$n\in N^n$,证明$T_N-8=a_{n-1}b_{n-1}$，（n∈ n^a,n>2）。

（19）（本小题满分 14 分）

已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$（a>b>0）,点 P（$\frac{\sqrt{a}}{5}$a）,$\frac{\sqrt{2}}{2}$a在椭圆上。

（I）求椭圆的离心率。

（II）设 A 为椭圆的右顶点，O 为坐标原点，若 Q 在椭圆上且满足|AQ|=|AO|R 直线（X）的斜率的值。

（20）（本小题满分 14 分）

已知函数 f（x）$=\frac{1}{3}x^3+\frac{1-a}{2}x^3-ax-a$，$x\in \mathbb{R}$其中 a>0.

（I）求函数 f(x)的单调区间；
（II）若函数 f（x）在区间（-2，0）内恰有两个零点，求 a 的取值范围；
（III）当 a=1 时，设函数 f（x）在区间（t,t+3）上的最大值为 M（t），最小值为 m（t），记 g(t)=M(t)-m(t)，求函数 g(t)在区间（-3，-1）上的最小值。

2012年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）参考解答

一. 选择题：本题考查基本知识和基本运算. 每小题5分，满分40分.

（1）C	（2）B	（3）C	（4）A
（5）A	（6）B	（7）D	（8）B

二. 填空题：本题考查基本知识和基本运算. 每小题5分，满分30分.

（9）-3	（10）30	（11）1，2
（12）3	（13）$\frac{4}{3}$	（14）$(0,1)\cup(1,2)$

三. 解答题

（15）本小题主要考查分层抽样方法、用列举法计算随机事件所含的基本事件数、古典概型及其概率计算公式等基础知识，考查数据处理能力和运用概率知识解决简单实际问题的能力. 满分13分.

（Ⅰ）解：从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目为3，2，1.

（Ⅱ）（ⅰ）解：在抽取到的6所学校中，3所小学分别记为A_1，A_2，A_3，2所中学分别记为A_4，A_5，大学记为A_6，则抽取2所学校的所有可能结果为$\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,A_3\}$，$\{A_1,A_4\}$，$\{A_1,A_5\}$，$\{A_1,A_6\}$，$\{A_2,A_3\}$，$\{A_2,A_4\}$，$\{A_2,A_5\}$，$\{A_2,A_6\}$，$\{A_3,A_4\}$，$\{A_3,A_5\}$，$\{A_3,A_6\}$，$\{A_4,A_5\}$，$\{A_4,A_6\}$，$\{A_5,A_6\}$，共15种.

（ⅱ）解：从6所学校中抽取的2所学校均为小学（记为事件B）的所有可能结果为$\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,A_3\}$，$\{A_2,A_3\}$，共3种.

所以 $P(B)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$．

（16）本小题主要考查同角三角函数的基本关系、二倍角的正弦与余弦公式、两角和的余弦公式以及正弦定理、余弦定理等基础知识．考查基本运算求解能力．满分 13 分．

（Ⅰ）解：在△ABC 中，由 $\cos A=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，可得 $\sin A=\frac{\sqrt{14}}{4}$．又由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ 及 $a=2$，$c=\sqrt{2}$，可得 $\sin C=\frac{\sqrt{7}}{4}$．

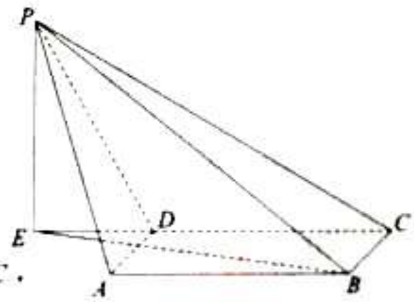
由 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得 $b^2+b-2=0$，因为 $b>0$，故解得 $b=1$．

所以 $\sin C=\frac{\sqrt{7}}{4}$，$b=1$．

（Ⅱ）解：由 $\cos A=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\sin A=\frac{\sqrt{14}}{4}$，得 $\cos 2A=2\cos^2 A-1=-\frac{3}{4}$，$\sin 2A=2\sin A\cos A=-\frac{\sqrt{7}}{4}$．

所以，$\cos\left(2A+\frac{\pi}{3}\right)=\cos 2A\cos\frac{\pi}{3}-\sin 2A\sin\frac{\pi}{3}=\frac{-3+\sqrt{21}}{8}$．

（17）本小题主要考查异面直线所成的角、平面与平面垂直、直线与平面所成的角等基础知识．考查空间想象能力、运算求解能力和推理论证能力．满分 13 分．



（Ⅰ）解：如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，因为底面 $ABCD$ 是矩形，所以 $AD=BC$ 且 $AD//BC$，又因为 $AD\perp PD$，故 $\angle PAD$ 为异面直线 PA 与 BC 所成的角．

在 Rt△PDA 中，$\tan\angle PAD=\frac{PD}{AD}=2$．

所以，异面直线 PA 与 BC 所成角的正切值为 2．

（Ⅱ）证明：由于底面 $ABCD$ 是矩形，故 $AD\perp CD$，又由于 $AD\perp PD$，$CD\cap PD=D$，因此 $AD\perp$ 平面 PDC，而 $AD\subset$ 平面 $ABCD$，所以平面 $PDC\perp$ 平面 $ABCD$．

（Ⅲ）解：在平面 PDC 内，过点 P 作 $PE\perp CD$ 交直线 CD 于点 E，连接 EB．

由于平面 $PDC\perp$ 平面 $ABCD$，而直线 CD 是平面 PDC 与平面 $ABCD$ 的交线，故 $PE\perp$ 平面 $ABCD$．由此得 $\angle PBE$ 为直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角．

在△PDC 中，由于 $PD=CD=2$，$PC=2\sqrt{3}$，可得 $\angle PCD=30^\circ$．

在 Rt△PEC 中，$PE=PC\sin 30^\circ=\sqrt{3}$．

由 $AD//BC$，$AD\perp$ 平面 PDC，得 $BC\perp$ 平面 PDC，因此 $BC\perp PC$．

在 Rt△PCB 中，$PB=\sqrt{PC^2+BC^2}=\sqrt{13}$.

在 Rt△PEB 中，$\sin\angle PBE=\dfrac{PE}{PB}=\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

所以直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

（18）本小题主要考查等差数列与等比数列的概念、通项公式、前 n 项和公式，数列求和等基础知识．考查运算能力、推理论证能力．考查化归与转化的思想方法．满分 13 分．

（Ⅰ）解：设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q．由 $a_1=b_1=2$，得

$a_4=2+3d$，$b_4=2q^3$，$S_4=8+6d$．由条件，得方程组 $\begin{cases}2+3d+2q^3=27,\\8+6d-2q^3=10,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}d=3,\\q=2.\end{cases}$

所以 $a_n=3n-1$，$b_n=2^n$，$n\in\mathbf{N}^*$．

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）得

$$T_n=2\times2+5\times2^2+8\times2^3+\cdots+(3n-1)\times2^n, \quad ①$$

$$2T_n=2\times2^2+5\times2^3+\cdots+(3n-4)\times2^n+(3n-1)\times2^{n+1}. \quad ②$$

由①－②，得

$$-T_n=2\times2+3\times2^2+3\times2^3+\cdots+3\times2^n-(3n-1)\times2^{n+1}$$
$$=\frac{6\times(1-2^n)}{1-2}-(3n-1)\times2^{n+1}-2=-(3n-4)\times2^{n+1}-8,$$

即 $T_n-8=(3n-4)\times2^{n+1}$．而当 $n>2$ 时，$a_{n-1}b_{n+1}=(3n-4)\times2^{n+1}$．

所以，$T_n-8=a_{n-1}b_{n+1}$，$n\in\mathbf{N}^*$，$n>2$．

（19）本小题主要考查椭圆的标准方程和几何性质、直线的方程、平面内两点间的距离公式等基础知识．考查用代数方法研究圆锥曲线的性质，以及数形结合的数学思想方法．考查运算求解能力、综合分析和解决问题的能力．满分 14 分．

（Ⅰ）解：因为点 $P(\frac{\sqrt{5}}{5}a,\frac{\sqrt{2}}{2}a)$ 在椭圆上，故 $\dfrac{a^2}{5a^2}+\dfrac{a^2}{2b^2}=1$，可得 $\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{5}{8}$．

于是 $e^2=\dfrac{a^2-b^2}{a^2}=1-\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{3}{8}$，所以椭圆的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$．

（Ⅱ）解：设直线 OQ 的斜率为 k，则其方程为 $y=kx$．设点 Q 的坐标为 (x_0,y_0)．

由条件得$\begin{cases} y_0 = kx_0, \\ \dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}=1. \end{cases}$ 消去 y_0 并整理得

$$x_0^2=\frac{a^2b^2}{k^2a^2+b^2}. \qquad ①$$

由$|AQ|=|AO|$，$A(-a,0)$及$y_0=kx_0$，得$(x_0+a)^2+k^2x_0^2=a^2$．整理得

$(1+k^2)x_0^2+2ax_0=0$，而$x_0\neq 0$，故$x_0=\dfrac{-2a}{1+k^2}$，代入①，整理得$(1+k^2)^2=4k^2\cdot\dfrac{a^2}{b^2}+4$．

由（Ⅰ）知$\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{8}{5}$，故$(1+k^2)^2=\dfrac{32}{5}k^2+4$，即$5k^4-22k^2-15=0$，可得$k^2=5$．

所以直线OQ的斜率$k=\pm\sqrt{5}$．

（20）本小题主要考查导数的运算，利用导数研究函数的单调性、函数的零点，函数的最值等基础知识．考查函数思想、分类讨论思想．考查综合分析和解决问题的能力．满分 14 分．

（Ⅰ）解：$f'(x)=x^2+(1-a)x-a=(x+1)(x-a)$．由$f'(x)=0$，得$x_1=-1$，$x_2=a>0$．

当x变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,a)$	a	$(a,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

故函数$f(x)$的单调递增区间是$(-\infty,-1)$，$(a,+\infty)$；单调递减区间是$(-1,a)$．

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）知$f(x)$在区间$(-2,-1)$内单调递增，在区间$(-1,0)$内单调递减，从

而函数$f(x)$在区间$(-2,0)$内恰有两个零点当且仅当$\begin{cases} f(-2)<0, \\ f(-1)>0, \\ f(0)<0. \end{cases}$ 解得$0<a<\dfrac{1}{3}$．

所以，a的取值范围是$\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$．

(III) **解**：$a=1$时，$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x-1$．由（Ⅰ）知$f(x)$在$[-3,-1]$上单调递增，在$[-1,1]$上单调递减，在$[1,2]$上单调递增．

（1）当$t\in[-3,-2]$时，$t+3\in[0,1]$，$-1\in[t,t+3]$，$f(x)$在$[t,-1]$上单调递增，在$[-1,t+3]$上单调递减．因此，$f(x)$在$[t,t+3]$上的最大值$M(t)=f(-1)=-\frac{1}{3}$，而最小值$m(t)$为$f(t)$与$f(t+3)$中的较小者．由$f(t+3)-f(t)=3(t+1)(t+2)$知，当$t\in[-3,-2]$时，$f(t)\leqslant f(t+3)$，故$m(t)=f(t)$，所以$g(t)=f(-1)-f(t)$．而$f(t)$在$[-3,-2]$上单调递增，因此$f(t)\leqslant f(-2)=-\frac{5}{3}$．所以$g(t)$在$[-3,-2]$上的最小值为$g(-2)=-\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{4}{3}$．

（2）当$t\in[-2,-1]$时，$t+3\in[1,2]$，且-1，$1\in[t,t+3]$．

下面比较$f(-1)$，$f(1)$，$f(t)$，$f(t+3)$的大小．

由$f(x)$在$[-2,-1]$，$[1,2]$上单调递增，有

$$f(-2)\leqslant f(t)\leqslant f(-1),$$
$$f(1)\leqslant f(t+3)\leqslant f(2).$$

又由$f(1)=f(-2)=-\frac{5}{3}$，$f(-1)=f(2)=-\frac{1}{3}$，从而

$$M(t)=f(-1)=-\frac{1}{3},\quad m(t)=f(1)=-\frac{5}{3}.$$

所以$g(t)=M(t)-m(t)=\frac{4}{3}$．

综上，函数$g(t)$在区间$[-3,-1]$上的最小值为$\frac{4}{3}$．