2015年普通高等学校招生全国统一考试(新课标II)数学理

1. 已知集合A={-2，-1，0，1，2}，B={x|(x-1)(x+2)<0}，则A∩B=(　　)

A. {-1，0}

B. {0，1}

C. {-1，0，1}

D. {0，1，2}

解析：B={x|-2<x<1}，A={-2，-1，0，1，2}，∴A∩B={-1，0}.

故选：A

2. 若a为实数，且(2+ai)(a-2i)=-4i，则a=(　　)

A. -1

B. 0

C. 1

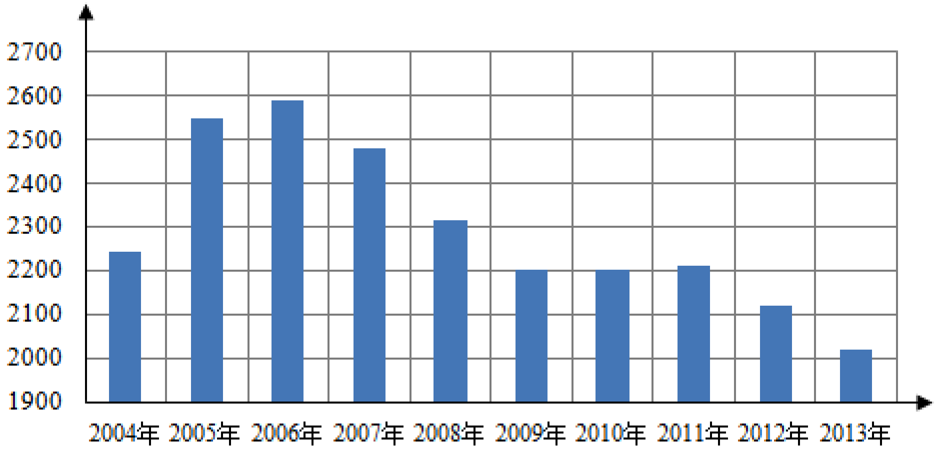
D. 2

解析：因为(2+ai)(a-2i)=-4i，所以4a+(a^2-4)i=-4i，

4a=0，并且a^2-4=-4，所以a=0.

故选：B

3. 根据如图给出的2004年至2013年我国二氧化硫年排放量(单位：万吨)柱形图，以下结论中不正确的是(　　)



A. 逐年比较，2008年减少二氧化硫排放量的效果最显著

B. 2007年我国治理二氧化硫排放显现成效

C. 2006年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势

D. 2006年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

解析：A从图中明显看出2008年二氧化硫排放量比2007年的二氧化硫排放量明显减少，且减少的最多，故A正确；

B2004-2006年二氧化硫排放量越来越多，从2007年开始二氧化硫排放量变少，故B正确；

C从图中看出，2006年以来我国二氧化硫年排放量越来越少，故C正确；

D2006年以来我国二氧化硫年排放量越来越少，而不是与年份正相关，故D错误.

故选：D

4. 已知等比数列{a_n}满足a_1=3，$a_1+a_3+a_5$=21，则$a_3+a_5+a_7$=(　　)

A. 21

B. 42

C. 63

D. 84

解析：∵$a_1=3$，$a_1+a_3+a_5=21$，

∴$a_1(1+q^2+q^4)=21$，

∴$q^4+q^2+1=7$，

∴$q^4+q^2-6=0$，

∴$q^2=2$，

∴$a_3+a_5+a_7=a_1(q^2+q^4+q^6)=3\times(2+4+8)=42$.

故选：B

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1+log2(2-x), & x<1\\ 2^{x-1}, & \geq 1\end{cases}$，则 $f(-2)+f(\log_2 12)=($　　$)$

A. 3

B. 6

C. 9

D. 12

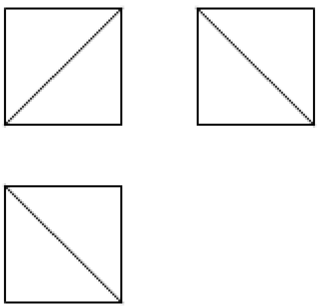
解析：函数 $f(x)=\begin{cases}1+log2(2-x), & x<1\\ 2^{x-1}, & \geq 1\end{cases}$，

即有 $f(-2)=1+\log_2(2+2)=1+2=3$，

$f(\log_2 12)=2^{\log_2 12-1}=12\times\dfrac{1}{2}=6$，则有 $f(-2)+f(\log_2 12)=3+6=9$.

故选 C

6. 一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为(　　)



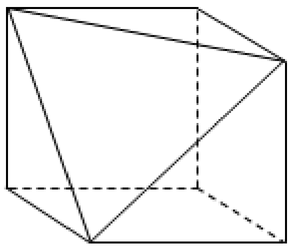
A. $\dfrac{1}{8}$

B. $\dfrac{1}{7}$

C. $\dfrac{1}{6}$

D. $\frac{1}{5}$

解析：设正方体的棱长为1，由三视图判断，正方体被切掉的部分为以棱锥，



∴正方体切掉部分的体积为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{6}$，

∴剩余部分体积为$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$，

∴截去部分体积与剩余部分体积的比值为$\frac{1}{5}$.

故选：D

7.过三点A(1，3)，B(4，2)，C(1，-7)的圆交y轴于M，N两点，则|MN|=(　　)

A. $2\sqrt{6}$

B. 8

C. $4\sqrt{6}$

D. 10

解析：设圆的方程为$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，则$\begin{cases}1+9+D+3E+F=0\\16+4+4D+2E+F=0\\1+49+D-7E+F=0\end{cases}$，

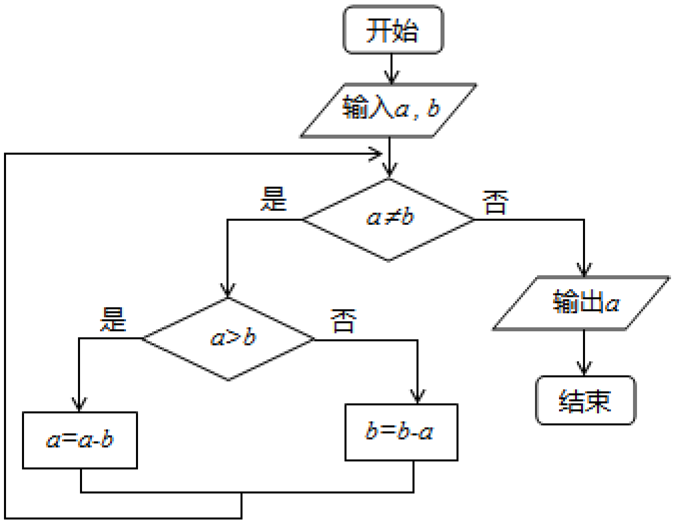
∴D=-2，E=4，F=-20，

∴$x^2+y^2-2x+4y-20=0$，

令x=0，可得$y^2+4y-20=0$，∴$y=-2\pm2\sqrt{6}$，∴$|MN|=4\sqrt{6}$.

故选：C

8.如图程序抗土的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”.执行该程序框图，若输入a，b分别为14，18，则输出的a=(　　)



A. 0

B. 2

C. 4

D. 14

解析：模拟执行程序框图，可得 a=14，b=18，

满足条件 a≠b，不满足条件 a＞b，b=4，

满足条件 a≠b，满足条件 a＞b，a=10，

满足条件 a≠b，满足条件 a＞b，a=6，

满足条件 a≠b，满足条件 a＞b，a=2，

满足条件 a≠b，不满足条件 a＞b，b=2，

不满足条件 a≠b，输出 a 的值为 2.

故选：B

9. 已知 A，B 是球 O 的球面上两点，∠AOB=90°，C 为该球面上的动点，若三棱锥 O-ABC 体积的最大值为 36，则球 O 的表面积为(　　)

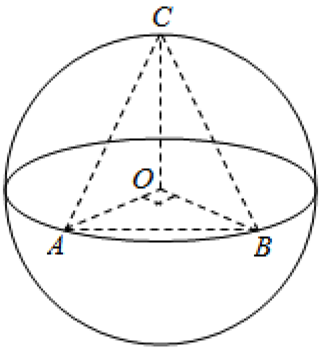
A. 36π

B. 64π

C. 144π

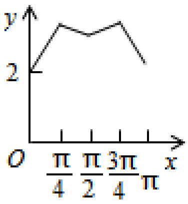
D. 256π

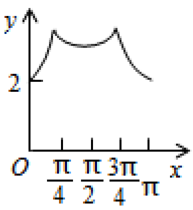
解析：如图所示，当点 C 位于垂直于面 AOB 的直径端点时，三棱锥 O-ABC 的体积最大，设球 O 的半径为 R，此时 $V_{O-ABC}=V_{C-AOB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times R^2\times R=16R^3=36$，故 R=6，则球 O 的表面积为 $4\pi R^2=144\pi$.

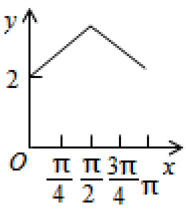


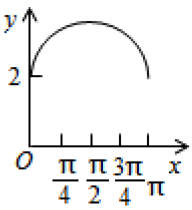
故选 C

10.如图，长方形 ABCD 的边 AB=2，BC=1，O 是 AB 的中点，点 P 沿着边 BC，CD 与 DA 运动，记∠BOP=x.将动点 P 到 A，B 两点距离之和表示为 x 的函数 f(x)，则 y=f(x)的图象大致为(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：由对称性可知函数 f(x)关于 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，

且当 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}$ 时，BP=tanx，$AP=\sqrt{AB^2+BP^2}=\sqrt{4+\tan^2x}$，

此时 f(x)= $\sqrt{4+tan^2x}$+tanx，0≤x≤$\frac{\pi}{4}$，此时单调递增，排除 A，C(不是直线递增)，D.

故选：B

11.已知 A，B 为双曲线 E 的左，右顶点，点 M 在 E 上，△ABM 为等腰三角形，顶角为 120°，则 E 的离心率为(　　)

A. $\sqrt{5}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

解析：设 M 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左支上，

且 MA=AB=2a，∠MAB=120°，

则 M 的坐标为(-2a，$\sqrt{3}$a)，

代入双曲线方程可得 $\frac{4a^2}{a^2}-\frac{3a^2}{b^2}=1$，

可得 a=b，c=$\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}a$，即有 e=$\frac{c}{a}=\sqrt{2}$.

故选：D

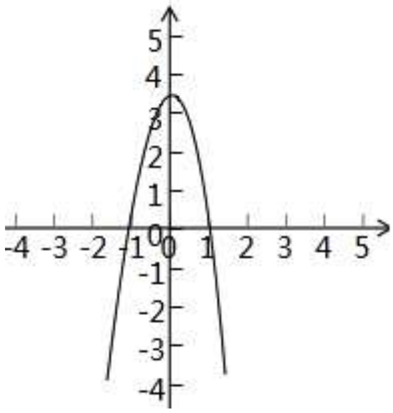
12.设函数 f′(x)是奇函数 f(x)(x∈R)的导函数，f(-1)=0，当 x>0 时，xf′(x)-f(x)<0，则使得 f(x)>0 成立的 x 的取值范围是(　　)
A.(-∞，-1)∪(0，1)
B.(-1，0)∪(1，+∞)
C.(-∞，-1)∪(-1，0)
D.(0，1)∪(1，+∞)

解析：设 g(x)=$\frac{f(x)}{x}$，则 g(x)的导数为：g′(x)=$\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$，
∵当 x>0 时总有 xf′(x)<f(x)成立，
即当 x>0 时，g′(x)恒小于 0，

∴当 x>0 时，函数 g(x)=$\frac{f(x)}{x}$ 为减函数，

又∵$g(-x)=\frac{f(-x)}{-x}=\frac{-f(x)}{-x}=\frac{f(x)}{x}$=f(x)x=g(x)，∴函数g(x)为定义域上的偶函数

又∵$g(-1)=\frac{f(-1)}{-1}$=0，∴函数g(x)的图象性质类似如图：



数形结合可得，不等式 f(x)＞0⇔x•g(x)＞0⇔$\begin{cases}x>0\\g(x)>0\end{cases}$或$\begin{cases}x<0\\g(x)<0\end{cases}$，⇔0＜x＜1或x＜-1.

故选：A

13.设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$不平行，向量λ$\vec{a}$+$\vec{b}$与$\vec{a}$+2$\vec{b}$平行，则实数λ=______.

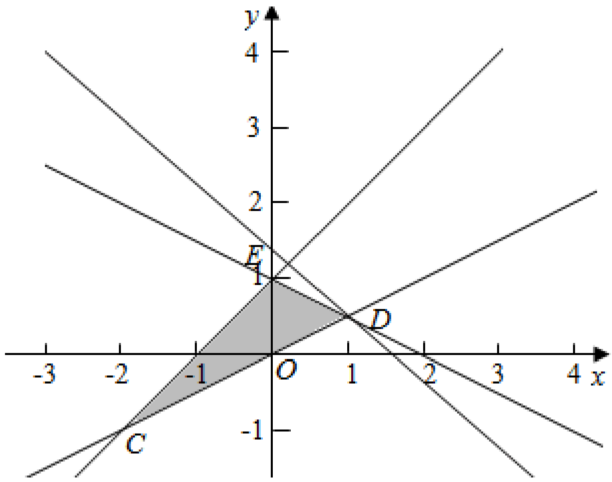
解析：因为向量$\vec{a}$，$\vec{b}$不平行，向量λ$\vec{a}$+$\vec{b}$与$\vec{a}$+2$\vec{b}$平行，所以λ$\vec{a}$+$\vec{b}$=μ($\vec{a}$+2$\vec{b}$)，

所以$\begin{cases}\lambda=\mu\\1=2\mu\end{cases}$，解得λ=μ=$\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$

14.若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geq0\\x-2y\leq0\\x+2y-2\leq0\end{cases}$，则z=x+y的最大值为______.

解析：不等式组表示的平面区域如图阴影部分，当直线经过D点时，z最大，



由 $\begin{cases}x-2y=0\\x+2y-2=0\end{cases}$ 得 D(1，$\frac{1}{2}$)，

所以 z=x+y 的最大值为 $1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

故答案为：$\frac{3}{2}$

15.　$(a+x)(1+x)^4$的展开式中 x 的奇数次幂项的系数之和为 32，则 a=______.
解析：设 $f(x)=(a+x)(1+x)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，
令 x=1，则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5=f(1)=16(a+1)$，①
令 x=−1，则 $a_0-a_1+a_2-\cdots-a_5=f(-1)=0$.②
①−②得，$2(a_1+a_3+a_5)=16(a+1)$，
所以 2×32=16(a+1)，所以 a=3.
故答案为：3

16.设 S_n是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $a_1=-1$，$a_{n+1}=S_nS_{n+1}$，则 S_n=______.
解析：∵$a_{n+1}=S_nS_{n+1}$，∴$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=S_nS_{n+1}$，

∴ $\frac{S_{n+1}-S_n}{S_{n+1}S_n}=\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n+1}}=1$，即 $\frac{1}{S_{n+1}}-\frac{1}{S_n}=-1$，

又 $a_1=-1$，即 $\frac{1}{S_1}=\frac{1}{a_1}=-1$，∴数列$\{\frac{1}{S_n}\}$是以首项和公差均为-1 的等差数列，

∴ $\frac{1}{S_n}=-1-1(n-1)=-n$，∴$S_n=-\frac{1}{n}$.

故答案为：$-\frac{1}{n}$

17.　△ABC 中，D 是 BC 上的点，AD 平分∠BAC，△ABD 面积是△ADC 面积的 2 倍.

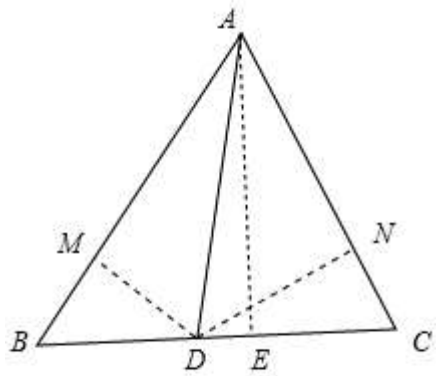
(1)求$\dfrac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$；

(2)若AD=1，DC=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求BD和AC的长.

解析：(1)如图，过A作AE⊥BC于E，由已知及面积公式可得BD=2DC，由AD平分∠BAC及正弦定理可得$\dfrac{AD\times\sin\angle BAD}{BD}$，sin∠C=$\dfrac{AD\times\sin\angle DAC}{DC}$，从而得解$\dfrac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$.

(2)由(1)可求BD=$\sqrt{2}$.过D作DM⊥AB于M，作DN⊥AC于N，由AD平分∠BAC，可求AB=2AC，令AC=x，则AB=2x，利用余弦定理即可解得BD和AC的长.

答案：(1)如图，过A作AE⊥BC于E，



∵$\dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}=\dfrac{\frac{1}{2}BD\times AE}{\frac{1}{2}DC\times AE}$=2，∴BD=2DC，

∵AD平分∠BAC，∴∠BAD=∠DAC，

在△ABD中，$\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=\dfrac{AD}{\sin\angle B}$，∴sin∠B=$\dfrac{AD\times\sin\angle BAD}{BD}$；

在△ADC中，$\dfrac{DC}{\sin\angle DAC}=\dfrac{AD}{\sin\angle C}$，∴sin∠C=$\dfrac{AD\times\sin\angle DAC}{DC}$；

∴$\dfrac{\sin\angle B}{\sin\angle C}=\dfrac{DC}{BD}=\dfrac{1}{2}$.

(2)由(1)知，BD=2DC=2×$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$=$\sqrt{2}$.

过D作DM⊥AB于M，作DN⊥AC于N，

∵AD平分∠BAC，∴DM=DN，

∴$\dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}}=\dfrac{\frac{1}{2}AB\times DM}{\frac{1}{2}AC\times DN}$=2，∴AB=2AC，

令AC=x，则AB=2x，

∵∠BAD=∠DAC，∴cos∠BAD=cos∠DAC，

∴由余弦定理可得：$\frac{(2x)^2+1^2-(\sqrt{2})^2}{2\times 2x\times 1}=\frac{x^2+1^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{2\times x\times 1}$，

∴x=1，∴AC=1，∴BD 的长为$\sqrt{2}$，AC 的长为 1.

18.某公司为了解用户对其产品的满意度，从 A，B 两地区分别随机调查了 20 个用户，得到用户对产品的满意度评分如下：

A 地区：62　73　81　92　95　85　74　64　53　76

　　　78　86　95　66　97　78　88　82　76　89

B 地区：73　83　62　51　91　46　53　73　64　82

　　　93　48　65　81　74　56　54　76　65　79

(1)根据两组数据完成两地区用户满意度评分的茎叶图，并通过茎叶图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度(不要求计算出具体值，给出结论即可)；

A地区		B地区
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

(2)根据用户满意度评分，将用户的满意度从低到高分为三个等级：

满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

记事件 C：“A 地区用户的满意度等级高于 B 地区用户的满意度等级”，假设两地区用户的评价结果相互独立，根据所给数据，以事件发生的频率作为相应事件发生的频率，求 C 的概率.

解析：(Ⅰ)根据茎叶图的画法，以及有关茎叶图的知识，比较即可；

(Ⅱ)根据概率的互斥和对立，以及概率的运算公式，计算即可.

答案：(1)两地区用户满意度评分的茎叶图如下：

A地区		B地区
	4	6 8
3	5	1 3 4 6
6 4 2	6	2 4 5 5
6 8 8 6 4 3	7	3 3 4 6 9
9 8 6 5 2 1	8	1 2 3
7 5 5 2	9	1 3

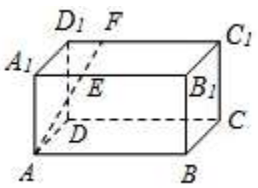
通过茎叶图可以看出，A 地区用户满意评分的平均值高于 B 地区用户满意评分的平均值；A 地区用户满意度评分比较集中，B 地区用户满意度评分比较分散；

(Ⅱ)记 C_{A1} 表示事件“A 地区用户满意度等级为满意或非常满意”，

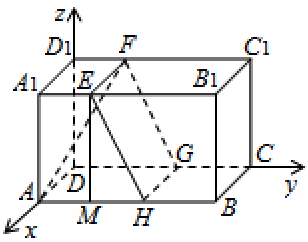
记 C_{A2} 表示事件“A 地区用户满意度等级为非常满意”，

记 C_{B1} 表示事件“B 地区用户满意度等级为不满意”，
记 C_{B2} 表示事件“B 地区用户满意度等级为满意”，
则 C_{A1} 与 C_{B1} 独立，C_{A2} 与 C_{B2} 独立，C_{B1} 与 C_{B2} 互斥，
则 $C=C_{A1}C_{B1}\cup C_{A2}C_{B2}$，
$P(C)=P(C_{A1}C_{B1})+P(C_{A2}C_{B2})=P(C_{A1})P(C_{B1})+P(C_{A2})P(C_{B2})$，
由所给的数据 C_{A1}，C_{A2}，C_{B1}，C_{B2}，发生的频率为 $\frac{16}{20}$，$\frac{4}{20}$，$\frac{10}{20}$，$\frac{8}{20}$，
所以 $P(C_{A1})=\frac{16}{20}$，$P(C_{A2})=\frac{4}{20}$，$P(C_{B1})=\frac{10}{20}$，$P(C_{B2})=\frac{8}{20}$，
所以 $P(C)=\frac{16}{20}\times\frac{10}{20}+\frac{8}{20}\times\frac{4}{20}=0.48$.

19. 如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=16$，$BC=10$，$AA_1=8$，点 E，F 分别在 A_1B_1，D_1C_1 上，$A_1E=D_1F=4$，过点 E，F 的平面 α 与此长方体的面相交，交线围成一个正方形.



(1)在图中画出这个正方形(不必说明画法和理由)；
(2)求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值.
解析：(1)容易知道所围成正方形的边长为 10，再结合长方体各边的长度，即可找出正方形的位置，从而画出这个正方形；
(2)分别以直线 DA，DC，DD_1 为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系，考虑用空间向量解决本问，能够确定 A，H，E，F 几点的坐标. 设平面 EFGH 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，根据 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{EH}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0\end{cases}$ 即可求出法向量 $\vec{n}$，$\overrightarrow{AF}$ 坐标可以求出，可设直线 AF 与平面 EFGH 所成角为 θ，由 $\sin\theta=|\cos<\vec{n},\overrightarrow{AF}>|$ 即可求得直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值.
答案：(1)交线围成的正方形 EFGH 如图：



(2)作 EM⊥AB，垂足为 M，则：
$EH=EF=BC=10$，$EM=AA_1=8$；
$\therefore MH=\sqrt{EH^2-EM^2}=6$，$\therefore AH=10$；
以边 DA，DC，DD_1 所在直线为 x，y，z 轴，建立如图所示空间直角坐标系，则：
A(10，0，0)，H(10，10，0)，E(10，4，8)，F(0，4，8)；

∴ $\overrightarrow{EF}$=(-10，0，0)，$\overrightarrow{EH}$=(0，6，-8)；

设$\vec{n}$=(x，y，z)为平面 EFGH 的法向量，则：$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=-10x=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EH}=6y-8z=0\end{cases}$，取 z=3，则$\vec{n}$=(0，4，3)；

若设直线 AF 和平面 EFGH 所成的角为θ，则：

$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{AF}，\vec{n}>|=\dfrac{40}{\sqrt{180\cdot 5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$；

∴直线 AF 与平面α所成角的正弦值为$\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$.

20.已知椭圆 C：$9x^2+y^2=m^2(m>0)$，直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴，l 与 C 有两个交点 A，B，线段 AB 的中点为 M.

(1)证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值；

(2)若 l 过点($\dfrac{m}{3}$，m)，延长线段 OM 与 C 交于点 P，四边形 OAPB 能否为平行四边形？若能，求此时 l 的斜率；若不能，说明理由.

解析：(1)联立直线方程和椭圆方程，求出对应的直线斜率即可得到结论.

(2)四边形 OAPB 为平行四边形当且仅当线段 AB 与线段 OP 互相平分，即 $x_P=2x_M$，建立方程关系即可得到结论.

答案：(1)设直线 l：y=kx+b，(k≠0，b≠0)，A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)，M(x_M，y_M)，

将 y=kx+b 代入 $9x^2+y^2=m^2(m>0)$，得 $(k^2+9)x^2+2kbx+b^2-m^2=0$，

则 $x_1+x_2=-\dfrac{2kb}{9+k^2}$，则 $x_M=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{kb}{9+k^2}$，$y_M=kx_M+b=\dfrac{9b}{9+k^2}$，

于是直线 OM 的斜率 $k_{OM}=\dfrac{y_M}{x_M}=-\dfrac{9}{k}$，即 $k_{OM}\cdot k=-9$，

∴直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值.

(2)四边形 OAPB 能为平行四边形.

∵直线 l 过点($\dfrac{m}{3}$，m)，

∴l 不过原点且与 C 有两个交点的充要条件是 k>0，k≠3，

由(1)知 OM 的方程为 $y=-\dfrac{9}{k}x$，

设 P 的横坐标为 x_P，

由$\begin{cases}y=-\dfrac{9}{k}x\\ 9x^2+y^2=m^2\end{cases}$得 $x_P^2=\dfrac{k^2m^2}{9k^2+81}$，即 $x_P=\dfrac{\pm km}{3\sqrt{9+k^2}}$，

将点($\dfrac{m}{3}$，m)的坐标代入 l 的方程得 $b=\dfrac{m(3-k)}{3}$，

因此 $x_M=\dfrac{k(k-3)m}{3(9+k^2)}$，

四边形 OAPB 为平行四边形当且仅当线段 AB 与线段 OP 互相平分，即 $x_P=2x_M$，

于是 $\pm\dfrac{km}{3\sqrt{9+k^2}}=2\times\dfrac{k(k-3)m}{3(9+k^2)}$，解得 $k_1=4-\sqrt{7}$ 或 $k_2=4+\sqrt{7}$，

∵$k_i>0$，$k_i\neq3$，$i=1$，2，

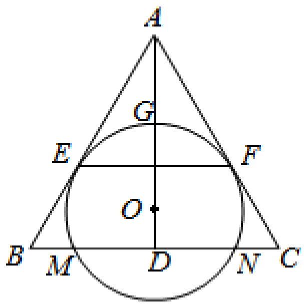
∴当 l 的斜率为 $4-\sqrt{7}$ 或 $4+\sqrt{7}$ 时，四边形 OAPB 能为平行四边形.

21. 设函数 $f(x)=e^{mx}+x^2-mx$.
(1)证明：f(x)在(-∞，0)单调递减，在(0，+∞)单调递增；
(2)若对于任意 x_1，$x_2\in[-1,1]$，都有 $|f(x_1)-f(x_2)|\leq e-1$，求 m 的取值范围.
解析：(1)利用 f'(x)≥0 说明函数为增函数，利用 f'(x)≤0 说明函数为减函数. 注意参数 m 的讨论；
(2)由(1)知，对任意的 m，f(x)在[-1，0]单调递减，在[0，1]单调递增，则恒成立问题转化为最大值和最小值问题. 从而求得 m 的取值范围.
答案：(1) $f'(x)=m(e^{mx}-1)+2x$.
若 m≥0，则当 x∈(-∞，0)时，$e^{mx}-1\leq0$，f'(x)<0；当 x∈(0，+∞)时，$e^{mx}-1\geq0$，f'(x)>0.
若 m<0，则当 x∈(-∞，0)时，$e^{mx}-1>0$，f'(x)<0；当 x∈(0，+∞)时，$e^{mx}-1<0$，f'(x)>0.
所以，f(x)在(-∞，0)时单调递减，在(0，+∞)单调递增.
(2)由(1)知，对任意的 m，f(x)在[-1，0]单调递减，在[0，1]单调递增，故 f(x)在 x=0 处取得最小值.

所以对于任意 x1，x2∈[-1，1]，|f(x1)-f(x2)|≤e-1 的充要条件是≥$\begin{cases}f(1)-f(0)\leq e-1\\f(-1)-f(0)\leq e-1\end{cases}$，

即 $\begin{cases}e^{m}-m\leq e-1\\e^{-m}+m\leq e-1\end{cases}$ ①；
设函数 $g(t)=e^t-t-e+1$，则 $g'(t)=e'-1$.
当 t<0 时，g'(t)<0；当 t>0 时，g'(t)>0. 故 g(t)在(-∞，0)单调递减，在(0，+∞)单调递增.
又 g(1)=0，$g(-1)=e^{-1}+2-e<0$，故当 t∈[-1，1]时，g(t)≤0.
当 m∈[-1，1]时，g(m)≤0，g(-m)≤0，即合式成立；
当 m>1 时，由 g(t)的单调性，g(m)>0，即 $e^{-m}+m>e-1$.
当 m<-1 时，g(-m)>0，即 $e^{-m}+m>e-1$.
综上，m 的取值范围是[-1，1].

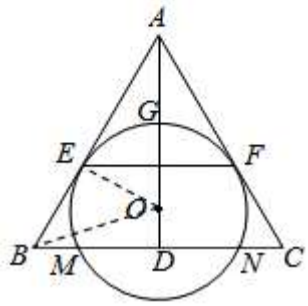
22. 如图，O 为等腰三角形 ABC 内一点，⊙O 与△ABC 的底边 BC 交于 M，N 两点，与底边上的高 AD 交于点 G，且与 AB，AC 分别相切于 E，F 两点.



(1)证明：EF∥BC；

(2)若 AG 等于⊙O 的半径，且 AE=MN=$2\sqrt{3}$，求四边形 EBCF 的面积.

解析：(1)通过 AD 是∠CAB 的角平分线及圆 O 分别与 AB、AC 相切于点 E、F，利用相似的性质即得结论；
(2)通过(1)知 AD 是 EF 的垂直平分线，连结 OE、OM，则 OE⊥AE，利用 $S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEF}$ 计算即可.
答案(1)∵△ABC 为等腰三角形，AD⊥BC，∴AD 是∠CAB 的角平分线，
又∵圆 O 分别与 AB、AC 相切于点 E、F，∴AE=AF，∴AD⊥EF，∴EF∥BC.
(2)由(1)知 AE=AF，AD⊥EF，∴AD 是 EF 的垂直平分线，
又∵EF 为圆 O 的弦，∴O 在 AD 上，连结 OE、OM，则 OE⊥AE，



由 AG 等于圆 O 的半径可得 AO=2OE，
∴∠OAE=30°，∴△ABC 与△AEF 都是等边三角形，

∵AE=$2\sqrt{3}$，∴AO=4，OE=2，

∵OM=OE=2，DM=$\frac{1}{2}$MN=$\sqrt{3}$，∴OD=1，∴AD=5，AB=$\frac{10\sqrt{3}}{3}$，

∴四边形 EBCF 的面积为$\frac{1}{2}\times(\frac{10\sqrt{3}}{3})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

23.在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数，t≠0，0≤α＜π)在以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2：$\rho=2\sin\theta$，曲线 C_3：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$.

(1)求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标；
(2)若 C_2 与 C_1 相交于点 A，C_1 与 C_3 相交于点 B，求|AB|的最大值.
解析：(1)把曲线的极坐标分别化为直角坐标方程联立可得交点坐标；

(2)求出曲线C_1的极坐标方程，可得A，B的极坐标，即可求|AB|的最大值.
答案：(1)曲线C_2：$\rho=2\sin\theta$化为$\rho^2=2\rho\sin\theta$，∴$x^2+y^2=2y$.

曲线C_3：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$化为$\rho^2=2\sqrt{3}\rho\cos\theta$，∴$x^2+y^2=2\sqrt{3}x$.

联立$\begin{cases}x^2+y^2-2y=0\\x^2+y^2-2\sqrt{3}x=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$.

∴C_2与C_3交点的直角坐标为(0，0)和$(\frac{\sqrt{3}}{2}，\frac{3}{2})$；

(2)曲线C_1的极坐标方程为$\theta=\alpha$（$\rho\in R$，$\rho\neq 0$），其中$0\leqslant\alpha<\pi$.

因此A的极坐标为$(2\sin\alpha，\alpha)$，B的极坐标为$(2\sqrt{3}\cos\alpha，\alpha)$，

所以$|AB|=|2\sin\alpha-2\sqrt{3}\cos\alpha|=4|\sin(\alpha-\frac{\pi}{3})|$，

当$\alpha=\frac{5\pi}{6}$时，|AB|取得最大值，最大值为4.

24.设a，b，c，d均为正数，且a+b=c+d，证明：

(1)若ab＞cd，则$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$；

(2)$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是|a-b|＜|c-d|的充要条件.

解析：(1)运用不等式的性质，结合条件a，b，c，d均为正数，且a+b=c+d，ab＞cd，即可得证；

(2)从两方面证，①若$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，证得|a-b|＜|c-d|，②若|a-b|＜|c-d|，证得$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，注意运用不等式的性质，即可得证.

答案：(1)由于$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$，

$(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2=c+d+2\sqrt{cd}$，

由a，b，c，d均为正数，且a+b=c+d，ab＞cd，

则$\sqrt{ab}>\sqrt{cd}$，

即有$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，则.

(2)①若$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，则$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，

即为$a+b+2\sqrt{ab}>c+d+2\sqrt{cd}$，

由a+b=c+d，则ab＞cd，

于是$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$，

$(c-d)^2=(c+d)2-4cd$，

即有$(a-b)^2<(c-d)^2$，即为$|a-b|<|c-d|$；

②若$|a-b|<|c-d|$，则$(a-b)^2<(c-d)^2$，

即有$(a+b)^2-4ab<(c+d)^2-4cd$，

由 $a+b=c+d$，则 $ab>cd$，

则有$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$.

综上可得，$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是$|a-b|<|c-d|$的充要条件.